MEC - MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ – UNIFAP
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

SANDRO HENRIQUE BARBOSADA COSTA

O ENSINO DAS FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL E SEU REFLEXO NO ENSINO MÉDIO

Macapá
2014

SANDRO HENRIQUE BARBOSA DA COSTA

O ENSINO DAS FRAÇÕES NO ENSINO FUNDAMENTAL E SEU REFLEXO NO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional, PROFMAT-UNIFAP, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. José Walter Cárdenas Sotil

Aprovado em 09 de Abril de 2014

BANCA EXAMINADORA

Orientador: Dr. José Walter Cárdenas Sotil

Msc. João Carlos Alves dos Santos - UFPA

Dr. Gusmán Eulálio Isla Chamilco UNIFAP

Dr. Erasmo Senger - UNIFAP

Macapá
2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Biblioteca Central da Universidade Federal do Amapá

FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ — UNIFAP
CURSO DE MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

ATA DA SESSÃO DE AVALIAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O Trabalho de Conclusão de Curso final intitulado: "O Ensino das Frações no Ensino Fundamental e seu reflexo no Ensino Médio", elaborado por **Sandro Henrique Barbosa da Costa**, Matrícula nº 2011.01-PROFMAT-161.00294-1 – UNIFAP que foi apresentado e defendido em sessão pública de arguição e avaliação, em 09 de Abril de 2014, às 10 horas e 00 minuto, perante Banca Examinadora formada pelos Membros abaixo assinados, tendo obtido aprovação com e sido julgada adequada para o cumprimento do requisito legal previsto nos artigos 17 e 20 do Regimento interno do PROFMAT/2011, e atendendo ao caput do artigo 7º e suas alíneas VII e VIII, além do §3º da Portaria normativa nº17 de 28 de dezembro de 2009.

Macapá-AP, 09 de Abril de 2014.

TERMO DE RESPONSABILIDADE

As opiniões expressas neste trabalho são de exclusiva responsabilidade do autor.

À minha esposa Alessandra do Socorro Cardoso da Silva e minhas filhas Patrícia Natalia Barbosa da Silva e Paula Maria da Silva Costa, pelo companheirismo e compreensão;

AGRADECIMENTOS

Ao nosso Deus, por iluminar sempre o meu caminho, me abençoando com tantas graças; Aos meus pais, Maria do Carmo Barbosa da Costa e João Fonseca da Costa, pela educação, princípios e valores transmitidos no decorrer de minha vida, que me fizeram ser a pessoa que sou; Aos amigos e professores Dr. Jose Walter Cárdenas Sotil, meu orientador, e Dr. Guzmán Eulalio Isla Chamilco, que estiveram incansáveis me ajudando nessa caminhada e pelo apoio e compreensão, sem os quais provavelmente hoje eu não estaria concluindo esta importante etapa da minha vida. Aos meus familiares, na pessoa da minha esposa Alessandra do Socorro Cardoso da Silva que foi como uma co-orientadora desse trabalho, pela confiança e carinho; Aos meus amigos e em particular os que fizeram parte dessa caminhada ao meu lado no PROFMAT, pela oportunidade de troca de conhecimentos, compreensão e apoio nessa importante caminhada;

"Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer."

ALBERT EINSTEIN

RESUMO

Esse trabalho consiste em uma discussão entorno da dificuldade dos alunos em aprenderem matemática, em particular às operações com frações. Acredita-se que muito dessas dificuldades estão relacionadas à falta de conhecimento básico da matemática que são os números e as operações. Esses alunos passam o ensino fundamental estudando esses números, porém quando chegam ao ensino médio não demonstram tais habilidades. Muitos não têm se quer noção do campo numérico que trabalha, muito menos das operações. Foi realizada uma pesquisa com aplicação de uma atividade na Escola Estadual Marechal Castelo Branco, localizada na cidade de Macapá, Estado do Amapá, em que foi possível confirmar essas dificuldades. Apresenta-se uma observação feita sobre o livro didático adotado pela Escola Estadual Mario Quirino da Silva para o triênio 2014/2016, Matemática, 6º ano, projeto Teláris de autoria do Professor Luiz Roberto Dante e também do livro Matemática, projeto Radix de autoria de Jackson da Silva Ribeiro com relação às operações de adição, subtração e divisão de frações. E foi proposto uma sequencia de aulas a serem trabalhadas no 6º ano do fundamental ou como revisão para alunos do ensino médio no intuito de melhorar essa aprendizagem.

Palavras-chave: Aprendizagem, matemática, Número. Fração. Quociente. Fracionário.

ABSTRACT

This work consists of a discussion about the difficulty of students in learning math, in particular the operations with fractions. It is believed that many of these difficulties are related to lack of basic knowledge of math which is the numbers and operations. These students are elementary school studying these numbers, however when they arrive at school average not demonstrate such skills. Many do not have it either notion of numerical field working much less of operations. a survey was conducted with the application of an activity in the state school Marechal Castelo Branco, located in the city of Macapá, state of Amapá, was possible to notice these difficulties. Presents a observation about the schoolbook adopted by the state school Mario Quirino da Silva for the triennium 2014/2016, math, 6th grade, Telaris project by the teacher Luiz Roberto Dante and also book of math radix, design authoring by Jackson da Silva Ribeiro with regarding the operations of addition and division of fractions. And proposed a sequence of lessons to be worked in the 6th grade of primary or revision to students as teaching medium in order to enhance that learning.

Keywords: Learning, math, number, fraction, quotient, fractional

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Art. — artigo

CF — Constituição Federal

CAPES — Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Ensino Superior

Dec.-Lei — Decreto- Lei

EC — Emenda Constitucional

FUNDEB — Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação

FUNDEF — Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério

LDBEN — Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

NTE — Núcleo de Tecnologia do Estado

NTM — Núcleo de Tecnologia do Município

IMPA — Instituto de Matemática Pura e Aplicada

PAPMEM — Programa de Aperfeiçoamento para Professores do Ensino Médio

PCN's — Parâmetros Curriculares Nacionais

PNLD — Programa Nacional do Livro Didático

UNIFAP — Universidade Federal do Amapá

LISTA DE TABELAS E FIGURAS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A matemática para muitos alunos é algo inatingível, são poucos os alunos que ficam a vontade com essa disciplina. Ela é de fato a responsável por fazer muitos alunos abandonarem os estudos. É a disciplina que mais reprova e que menos se gosta. O que não entendo é porque não se discute essa situação. Por que eles não gostam? Por que tem dificuldade? Como todo professor pesquisador fiz observações, analises e construí hipóteses chegando a seguinte conclusão: falta de conhecimento básico, ou seja, nossos alunos não dominam o campo numérico e as operações. Como pode alguém aprender matemática se não aprendeu a sua base. Se não tem base não entende, acha difícil e se sente incapaz de aprender e logo diz que não gosta da disciplina. A maioria dos nossos alunos não tem organizado o campo numérico e as operações que se faz necessário à aprendizagem de qualquer outro assunto dentro da matemática e em algumas outras disciplinas. Alunos concluintes do ensino médio ainda não aprenderam a operar com números inteiros, principalmente com a adição e subtração. Não sabem trabalhar com frações. Não entendem seu significado e muito menos seus processos de operações.

A mais de 10 anos ministrando aulas de Matemática foi possível perceber algumas dificuldades, com números fracionários, apresentadas por nossos alunos. Embora os números naturais e os decimais resolvam a maioria dos problemas do nosso dia-a-dia, as frações, em sua representação fracionária (não decimal) nos ajudam a entender melhor razões, escalas, porcentagens, possibilidades – e ainda são frequentes nas receitas culinárias.

Segundo Bertoni (2009), um dos assuntos mais difíceis trabalhados no ensino fundamental são as frações. Avaliações e pesquisas atestam o baixo rendimento dos alunos no assunto. Nos últimos anos, as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem desse tema têm detectado inúmeros problemas e levantado hipóteses, que, entretanto, não abrangem a totalidade da problemática, nem são conclusivas. Talvez devido a isso, propostas de ensino incorporando esses resultados são apenas incipientes. O mais comum de se encontrar são as mesmas propostas de sempre, que começam informando as crianças sobre nomes e símbolos de frações, apresentando quadrados, retângulos ou círculos divididos e parcialmente pintados.

Pesquisas experimentais como o projeto “Um novo currículo de matemática para o 1° grau”, do subprograma Educação para a Ciência – SPEC, (Mat/UnB, MEC/CAPES/PADCT), levantaram muitos aspectos, vários deles já confirmados por outras pesquisas e recomendadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN’s.

Constataram a pouca presença em nosso cotidiano de números na forma fracionária com destaque maior aos números em representação decimal, na mídia, nos negócios, na vida profissional.

Entretanto, os números fracionários tem seu destaque por sua praticidade como na comparação de 1/3 de pizza com 1/4 de pizza em vez da comparação nas suas representações decimais. Além de servir como suporte para introdução da representação decimal e na compreensão de números racionais, de proporção, cálculo algébrico, probabilidade.

Alguns livros didáticos não dão muita importância para o desenvolvimento dos números fracionários de forma conceitual e compreensiva que leva o aluno a raciocinar sobre esse quantificador numérico, dando maior importância às figuras e regras memorizadas.

Esse trabalho surgiu da dificuldade, encontrada, no ensino da Matemática quando o conhecimento de frações era necessário. Sem o domínio das operações com frações a aprendizagem em outro conteúdo não fluía. Na verdade os alunos apresentavam muita dificuldade com números e operações e em particular com frações. Quando não se domina a base da matemática que são: a) os números e operações e b) espaço com suas formas geométricas qualquer outra aprendizagem fica complicada.

Partindo desta dificuldade, me arrisco a conjecturar que muitos alunos não gostam de matemática, pois não dominam o campo numérico com suas operações. E que se for feito um trabalho no sentido de facilitar essa aprendizagem os resultados vão aparecer na aprendizagem de outros assuntos com muito mais facilidade e consequente aumento do gosto pela disciplina.

No capítulo 2 apresentamos a pesquisa inicial que foi realizada na Escola Estadual Marechal Castelo Branco na cidade de Macapá no Estado do Amapá que tinha como objetivo aferir o conhecimento sobre frações, dos alunos que estão ingressando no ensino médio, no caso alunos do 1º ano e dos alunos que estão saindo do ensino médio (3º ano). O questionário aplicado constava de oito questões objetivas tratando principalmente das operações entre frações. Os dados obtidos representam uma realidade particular de Macapá que reque uma analise mais criteriosa. No capítulo 2, também são feitas as tabulações dos dados com analise e conclusões preocupantes. Nesse capitulo ainda é feito um comparativo entre os alunos do 1º e 3º ano. No Capitulo 3 são analisados dois livros de autores renomados com relação a forma de abordagem principalmente sobre os procedimentos práticos de resolução das operações adição, subtração e divisão. E pra finalizar temos o Capitulo 4 que apresenta uma proposta que busca ensinar as operações de frações focada nos procedimentos lógicos e curtos de forma a minimizar essa falta de conhecimento em relação a números fracionários (não decimal) dos alunos que chegam no ensino médio. Não me preocupei muito com as diversas ideias relacionada a fração e sim em propor uma complementação aos processos já existentes e difundidos na maioria dos livros didáticos, que fosse lógico e com poucos passos.

Capitulo 2. PESQUISA INICIAL

Essa pesquisa foi realizada na Escola Estadual Marechal Castelo Branco que fica localizada no Bairro do Trem (bairro de centro). Em 2014 ela se encontrava com mais de 1100 alunos matriculados. O objetivo foi verificar o conhecimento dos alunos do ensino médio sobre o conceito de fração.

Foi realizada uma atividade consistente de oito questões de múltipla escolha aplicada para alunos do 1º ano (22 alunos), para se verificar como esses alunos chegavam nesse nível de ensino e no 3º ano (16 alunos) para verificar como eles saem da etapa final da educação básica.

A seguir apresentamos cada uma das questões com seus objetivos e analise dos resultados.

2.1. Primeira Questão.

Objetivo: *Verificar o entendimento de fração equivalente em que se pode multiplicar ou dividir (quando possível) a fração no numerador e denominador por um mesmo número sem alterar seu significado.*

Questão 2. Sobre operações com frações, marque a alternativa **incorreta**.

a) 2/4 + 5/4 = 7/4

b) 1/2 + 5/4 = 2/4 + 5/4 = 7/4

c) 2/3 + 5/6 = 4/6 + 5/6 = 9/6 = 3/2

d) 2/3 + 5/6 = 7/6 = 3/2

e) 2/4 + 3/2 = 1/2 + 3/2 = 4/2 = 2

A alternativa incorreta é a letra **d.**

As respostas dos 22 alunos do 1º ano se mostram na Tabela 2.1.

Tabela 2. 1 Distribuição de frequência das respostas dos 22 alunos do 1º ano à Questão 1.

Respostas	a)	b)	c)	**d)**	e)	Não respondeu
Frequência	5	4	4	**3**	4	2
Percentual (%)	22,73	18,18	18,18	**13,64**	18,18	9,09

As respostas dos 16 alunos do 3ºano se mostram na Tabela 2.2.

Tabela 2. 2 Distribuição de frequências das respostas dos 16 alunos do 3º ano à Questão 1

Respostas	a)	b)	c)	**d)**	e)	Não respondeu
Frequência	2	2	2	**5**	5	0
Percentual (%)	12,50	12,50	12,50	**31,25**	31,25	0

Observa-se que os alunos do 1º ano tiveram um percentual de acerto de 13,64% e por tanto 86,36% erraram esta questão. Enquanto os alunos do 3º ano tiveram um percentual de acerto de 31,25% e portanto 68,75% erraram esta questão.

Em ambos os casos os alunos tiveram um alto percentual de erro. O maior percentual de acertos do 3º ano em relação ao 1º ano era esperado, mas deve-se confirmar nos próximos resultados.

2.2. Segunda Questão.

Objetivo: Usar a ideia de fração como operador.

Questão 2. Em uma escola, 1/3 dos alunos preferem a disciplina de Português, 2/5 preferem Matemática e outros 4/15 preferem Geografia. Sabendo que nessa escola há 570 alunos, tenho que:

a) 190 alunos preferem Matemática.

b) 228 alunos preferem Matemática.

c) 152 alunos preferem Português.

d) 190 alunos preferem Geografia.

e) 228 alunos preferem Português.

A alternativa correta é a letra **b.**

As respostas dos 22 alunos do 1º ano se mostram na Tabela 2.3 e as do 3º ano na tabela 2.4

Tabela 2. 3 Distribuição de frequências das respostas dos 22 alunos do 1º ano à Questão 2

Respostas	a)	**b)**	c)	d)	e)	Não respondeu
Frequência	5	**4**	2	8	2	1
Percentual (%)	22,73	**18,18**	9,09	36,36	9,09	4,55

Tabela 2. 4 Distribuição de frequências das respostas dos 16 alunos do 3º ano à Questão 2

Respostas	a)	**b)**	c)	d)	e)	Não respondeu
Frequência	2	**2**	3	7	2	0
Percentual (%)	12,50	**12,50**	18,75	43,75	12,50	0

Observa-se que os alunos do 1º ano tiveram um percentual de acerto de 18,18% e que 81,82% erraram esta questão. Enquanto os alunos do 3º ano tiveram um percentual de acerto de 12,50% e 87,50% não responderam corretamente.

Em ambos os casos os alunos tiveram um alto percentual de erro. O maior percentual de acertos do 3º ano em relação ao 1º ano não foi confirmado como esperado. Aqui a situação se inverteu, os alunos do 1ºano tiveram desempenho melhor que os do 3ºano.

2.3. Terceira Questão.

Objetivo:

Identificar quantidade fracionária em seu contexto sociocultural e relacionar com a ideia do número fracionário correspondente.

Perceber os aspectos conceituais e compreensivos dos números fracionários.

Questão 3. – Suponha que você tenha duas pizzas do mesmo tamanho. Corta uma delas em seis pedaços de tamanhos iguais e a outra em oito pedaços de tamanhos iguais. Se você pega um pedaço de cada pizza, de qual pizza você pegou mais? Da primeira ou da segunda pizza?

A alternativa correta é da **pizza de seis pedaços (a primeira).**

As respostas dos 22 alunos do 1º ano se mostram na Tabela 2.5.

Tabela 2. 5 Distribuição de frequências das respostas dos 22 alunos do 1º ano à Questão 3

Respostas	**Pizza de seis pedaços (primeira)**	Pizza de oito pedaços (segunda)
Frequência	**14**	8
Percentual (%)	**63,64**	36,36

As respostas dos 16 alunos do 3º se mostram na Tabela 2.6.

Tabela 2. 6 Distribuição de frequências das respostas dos 16 alunos do 3º ano à Questão 3

Respostas	**Pizza de seis pedaços (primeira)**	Pizza de oito pedaços (segunda)
Frequência	**8**	8
Percentual (%)	**50**	50

Observa-se que os alunos do 1º ano tiveram um percentual de acerto de 63,64% e por tanto 36,36% erraram esta questão. Enquanto os alunos do 3º ano tiveram um percentual de acerto de 50% e portanto 50% erraram esta questão.

Novamente os alunos do primeiro ano tiveram um desempenho superior aos alunos do terceiro ano.

2.4. Quarta Questão.

Objetivo:

Estabelecer relações e atribuir significado as operações com números fracionários (não decimal).

Efetuar a adição entre frações usando procedimentos correto.

Questão 4. – O resultado da operação $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ é:

a) 1/6

b) 2/5

c) 2/6 = 1/3

d) 5/6

e) 6/5

A alternativa correta é a letra **d.**

As respostas dos 22 alunos do 1º ano se mostram na Tabela 2.7.

Tabela 2. 7 Distribuição de frequências das respostas dos 22 alunos do 1º ano à Questão 4

Respostas	a)	b)	c)	**d)**	e)	Não respondeu
Frequência	1	16	2	**2**	1	0
Percentual (%)	4,55	72,72	9,09	**9,09**	4,55	0

As respostas dos 16 alunos do 3º se mostram na Tabela 2.8.

Tabela 2. 8 Distribuição de frequências das respostas dos 16 alunos do 3º ano à Questão 4

Respostas	a)	b)	c)	**d)**	e)	Não respondeu
Frequência	1	13	0	**2**	0	0
Percentual (%)	6,25	81,25	0	**12,50**	0	0

Observa-se que os alunos do 1º ano tiveram um percentual de acerto de 9,09% e por tanto 90,91% erraram esta questão. Enquanto os alunos do 3º ano tiveram um percentual de acerto de 12,50% e portanto 87,50% erraram esta questão.

Em ambos os casos os alunos tiveram um alto percentual de erro. O percentual de acertos do 3º ano em relação ao 1º ano foi três pontos percentuais maiores, mas em ambos os anos o desempenho foi muito deficiente para esta questão proposta.

Nos resultados dessa questão ficou claro que a maioria dos alunos não aprendeu a somar frações e o que é pior, eles resolvem a adição somando numerador com numerador e denominador com denominador. Conforme podemos observar nas tabelas 2.7. e 2.8.em que 72,72% dos alunos do primeiro ano e 81,25% dos alunos do terceiro ano marcaram a alternativa **b.**

2.5. Quinta Questão.

Objetivo: *Usar o procedimento usual de se multiplicar frações (multiplicamos numerador com numerador e denominador com denominador).*

Questão 5. O resultado da operação $\frac{1}{2}$ x $\frac{1}{3}$ é:

a) 1/6

b) 2/6

c) 1/5

d) 2/5

e) 2/6 = 1/3

A alternativa correta é a letra **a.**

As respostas dos 22 alunos do 1º ano se mostram na Tabela 2.9.

Tabela 2. 9 Distribuição de frequências das respostas dos 22 alunos do 1º ano à Questão 5

Respostas	**a)**	b)	c)	d)	e)	Não respondeu
Frequência	**11**	2	1	5	3	0
Percentual (%)	**50**	9,09	4,55	22,72	13,64	0

As respostas dos 16 alunos do 3º se mostram na Tabela 2.10.

Tabela 2. 10 Distribuição de frequências das respostas dos 16 alunos do 3º ano à Questão 5

Respostas	**a)**	b)	c)	d)	e)	Não respondeu
Frequência	**9**	5	0	0	2	0
Percentual (%)	**56,25**	31,25	0	0	12,5	0

Observa-se que os alunos do 1º ano tiveram um percentual de acerto de 50% e por tanto 50% erraram esta questão. Enquanto os alunos do 3º ano tiveram um percentual de acerto de 56,25% e portanto 43,75% erraram esta questão.

Em ambos os casos os alunos tiveram um alto percentual de erro. Mas também mostrou que a dificuldade com a multiplicação é menor.

2.6. Sexta Questão.

Objetivo:

Mostra o procedimento usual de divisão de frações (primeira fração multiplicada pelo inverso da segunda).

Identificar formas diferentes de se representar a divisão.

Questão 6. O resultado da operação $\frac{1/2}{1/3}$ é:

a) 2/3

b) 3/4

c) 3/2

d) 1/6

e) 2/5

A alternativa correta é a letra **c.**

As respostas dos 22 alunos do 1º ano se mostram na Tabela 2.11.

Tabela 2. 11 Distribuição de frequências das respostas dos 22 alunos do 1º ano à Questão 6

Respostas	a)	b)	**c)**	d)	e)	Não respondeu
Frequência	7	3	**1**	2	8	1
Percentual (%)	31,81	13,64	**4,55**	9,09	36,36	4,55

As respostas dos 16 alunos do 3º se mostram na Tabela 2.12.

Tabela 2. 12 Distribuição de frequências das respostas dos 16 alunos do 3º ano à Questão 6

Respostas	a)	b)	**c)**	d)	e)	Não respondeu
Frequência	4	1	**9**	2	0	0
Percentual (%)	25	6,25	**56,25**	12,50	0	0

Observa-se que os alunos do 1º ano tiveram um percentual de acerto de 4,55% e por tanto 95,45% erraram esta questão. Enquanto os alunos do 3º ano tiveram um percentual de acerto de 56,25% e portanto 43,75% erraram esta questão.

Em ambos os casos os alunos tiveram um alto percentual de erro. Mas também mostrou que a dificuldade é reduzida no 3º ano.

2.7. Sétima Questão.

Objetivo:

Mostra o procedimento usual de divisão de frações (primeira fração multiplicada pelo inverso da segunda).

Identificar formas diferentes de se representar a divisão.

Questão 7. O valor de x = $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ é:

a) 2/3

b) 3/4

c) 3/2

d) 1/6

e) 2/5

A alternativa correta é a letra **c.**

As respostas dos 22 alunos do 1º ano se mostram na Tabela 2.13.

Tabela 2. 13 Distribuição de frequências das respostas dos 22 alunos do 1º ano à Questão 7

Respostas	a)	b)	**c)**	d)	e)	Não respondeu
Frequência	4	1	**2**	7	8	0
Percentual (%)	18,18	4,55	**9,09**	31,82	36,36	0

As respostas dos 16 alunos do 3º se mostram na Tabela 2.14.

Tabela 2. 14 Distribuição de frequências das respostas dos 16 alunos do 3º ano à Questão 7

Respostas	a)	b)	**c)**	d)	e)	Não respondeu
Frequência	1	2	**8**	5	0	0
Percentual (%)	6,25	12,50	**50**	31,25	0	0

Observa-se que os alunos do 1º ano tiveram um percentual de acerto de 9,09% e por tanto 90,91% erraram esta questão. Enquanto os alunos do 3º ano tiveram um percentual de acerto de 50% e portanto 50% erraram esta questão.

Em ambos os casos os alunos tiveram um alto percentual de erro, entretanto os alunos do 3º ano tiveram 41 pontos percentuais a mais que os alunos do 1º ano.

2.8. Oitava Questão.

Objetivo:

Identificar quantidade fracionária em seu contexto sociocultural e relacionar com a ideia do número fracionário correspondente.

Perceber os aspectos conceituais e compreensivos dos números fracionários.

Questão 8. Que fração é maior, $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{8}$?

A alternativa correta é $\frac{1}{6}$.

As respostas dos 22 alunos do 1º ano se mostram na Tabela 2.15.

Tabela 2. 15 Distribuição de frequências das respostas dos 22 alunos do 1º ano à Questão 8

Respostas	**1/6**	1/8	Não respondeu
Frequência	**5**	12	5
Percentual (%)	**22,73**	54,54	22,73

As respostas dos 16 alunos do 3º se mostram na Tabela 2.16.

Tabela 2. 16 Distribuição de frequências das respostas dos 16 alunos do 3º ano à Questão 8

Respostas	**1/6**	1/8	Não respondeu
Frequência	**4**	11	1
Percentual (%)	**25**	68,75	6,25

Observa-se que os alunos do 1º ano tiveram um percentual de acerto de 22,73% e por tanto 77,27% erraram esta questão. Enquanto os alunos do 3º ano tiveram um percentual de acerto de 25% e portanto 75% erraram esta questão.

Em ambos os casos os alunos tiveram um alto percentual de erro. O maior percentual de acertos do 3º ano em relação ao 1º ano é 2,27 pontos percentuais, mas mesmo assim o percentual de acerto do 3º ano é muito baixo.

Comentários:

Os alunos questionados acima, apesar de não compor um censo escolar representa uma amostra que tem sua importância. Os resultados obtidos indicam uma defasagem grande de conhecimento dos alunos em relação aos números fracionários. Foram apresentadas situações preocupantes como na **Quarta Questão** que trata da adição e cujo objetivo era estabelecer relações e atribuir significado as operações com números fracionários (não decimal) e efetuar a adição entre frações usando procedimentos corretos. Essa questão poderia ter sido resolvida através de uma simples analise dessas frações, pois essa representa a soma da metade mais a terça parte o que só pode resultar em uma fração que representa mais que a metade e que das alternativas só corresponde à letra **c,** uma vez que as demais correspondem a frações menores que a metade (o numerador é menor que a metade do denominador). Além é claro da resolução através de frações equivalentes. E o mais agravante foi à escolha de 76,32% dos alunos de ambas as séries, pela a alternativa **b.** O que demonstra o entendimento da adição de frações como a simples soma entre seus numeradores e denominadores. Na maioria das questões o uso de frações equivalentes é imprescindível, mas esse conhecimento não é demonstrado pelos nossos alunos, apesar dos livros didáticos darem bastante ênfase a esse assunto. **A Sexta e a Sétima Questão** estão relacionadas no intuito de perceber as diferentes formas de apresentar uma divisão. Dentre os alunos do primeiro ano, independente da resolução certa ou errada, somente 18,18% respondeu a mesma alternativa, porém ninguém respondeu a alternativa correta. O que mostra o baixo entendimento da forma de representação da divisão e o não conhecimento da forma de resolução da divisão entre frações. Agora entre os alunos do terceiro ano foi observada uma grande melhora, pois 62,50% foram coerentes na resolução das questões. E dentre esses, 60% escolheram a alternativa correta em ambas às questões. A divisão e a adição se mostram desta forma como operações críticas e preocupantes. **A Terceira e Oitava Questão** tem como objetivo principal identificar quantidade fracionária em seu contexto sociocultural e relacionar com a ideia do número fracionário correspondente. Porém os resultados obtidos mostram que 57,89% dos alunos questionados souberam identificar o maior pedaço de pizza, mas não souberam relacionar com sua representação numérica em que somente 23,68% identificaram a fração maior. Entre os alunos do 1º ano, 63,64% acertaram a **Terceira Questão,** e destes somente 21,43% acertaram a **Oitava Questão**. Agora dentre os 50% dos alunos do 3ºano que acertaram a Terceira Questão, 50% também acertaram a **Oitava Questão**. Apresentando uma melhora significativa, mas preocupante. A maioria desses alunos não conseguiu relacionar a fração (objeto concreto) com sua representação numérica.

Em geral é preciso pensar um mecanismo pra corrigir a defasagem em relação ao conhecimento de frações com que nossos alunos chegam ao ensino médio.

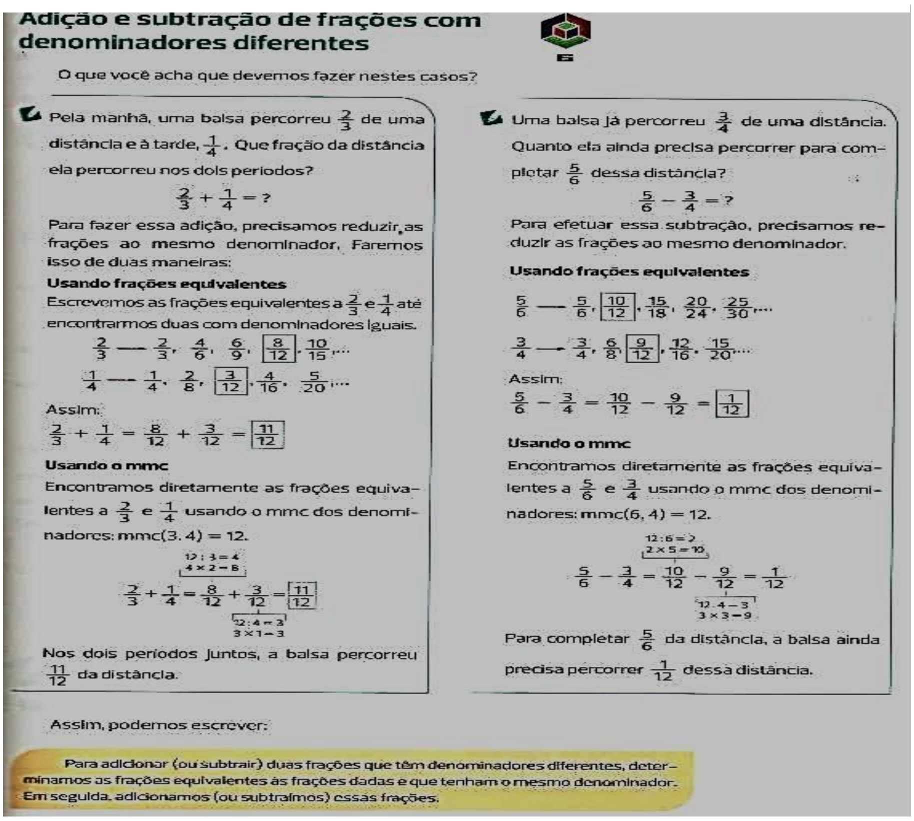
Capitulo 3. ABORDAGEM DAS OPERAÇÕES ENTRE FRAÇÃO PELOS LIVROS DIDÁTICOS

A abordagem dada pela maioria dos livros didáticos não facilita a aprendizagem dos nossos alunos com relação às operações com frações principalmente na adição, subtração e na divisão. Os livros analisados são do 6º ano e de autoria de Luiz Roberto Dante, projeto Teláris, editora ática, 2013; e Jackson da Silva Ribeiro, projeto Radix, editora Scipione, 2010. Todos os livros observados são bastante ilustrados, porém falham em certos pontos que seriam primordiais à aprendizagem. Dante (2014) trata das frações em um capitulo central (capitulo 6) dos noves capítulos que constitui o livro do 6º ano. Já o tratamento as frações por Ribeiro (2010) é feito no capitulo 10 dentre os vinte que trata o volume do 6ºano e completa o estudo sobre frações no início (capitulo 2) do volume do 7º ano.

3.1. Abordagem de fração pelo livro didático de autoria de Luiz Roberto Dante (2013):

Como mostra a **Figura 3.1** a abordagem que se dá no Livro de Luiz Roberto Dante (2013) à operação de adição faz uso de frações equivalentes, porém não mostra como se obter de forma prática essas frações. A adição entre frações com denominadores diferentes é mostrada como exemplo onde é indicada adição 2/3 + 1/4 para ser resolvido e que para fazer essa adição é preciso reduzir as frações ao mesmo denominador e que será feito usando frações equivalentes. Para encontrar essas frações equivalentes ele apresenta uma sequencia de frações equivalentes a cada uma das frações iniciais. E as substitui por duas outras com o mesmo denominador. No lugar de 2/3 é colocada a fração 8/12 e no lugar da 1/4, 3/12. Ficando a operação da seguinte forma 2/3 + 1/4 = 8/12 + 3/12 = 11/12. Concluindo desta forma esse exemplo. Seria mais simples fazer uso de um processo lógico e mais pratico na qual consiste a abordagem que sugiro.

Figura 3. 1. Abordagem da adição e subtração no Livro de Luiz Roberto Dante



Adição e subtração de frações com denominadores diferentes

O que você acha que devemos fazer nestes casos?

Pela manhã, uma balsa percorreu $\frac{2}{3}$ de uma distância e à tarde, $\frac{1}{4}$. Que fração da distância ela percorreu nos dois períodos?

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = ?$$

Para fazer essa adição, precisamos reduzir as frações ao mesmo denominador. Faremos isso de duas maneiras:

Usando frações equivalentes

Escrevemos as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$ até encontrarmos duas com denominadores iguais.

$$\frac{2}{3} \longrightarrow \frac{2}{3}, \frac{4}{6}, \frac{6}{9}, \boxed{\frac{8}{12}}, \frac{10}{15}, \ldots$$

$$\frac{1}{4} \longrightarrow \frac{1}{4}, \frac{2}{8}, \boxed{\frac{3}{12}}, \frac{4}{16}, \frac{5}{20}, \ldots$$

Assim:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \boxed{\frac{11}{12}}$$

Usando o mmc

Encontramos diretamente as frações equivalentes a $\frac{2}{3}$ e $\frac{1}{4}$ usando o mmc dos denominadores: mmc(3, 4) = 12.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \overbrace{\frac{8}{12}}^{\substack{12:3=4 \\ 4\times 2=8}} + \underbrace{\frac{3}{12}}_{\substack{12:4=3 \\ 3\times 1=3}} = \boxed{\frac{11}{12}}$$

Nos dois períodos juntos, a balsa percorreu $\frac{11}{12}$ da distância.

Uma balsa já percorreu $\frac{3}{4}$ de uma distância. Quanto ela ainda precisa percorrer para completar $\frac{5}{6}$ dessa distância?

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = ?$$

Para efetuar essa subtração, precisamos reduzir as frações ao mesmo denominador.

Usando frações equivalentes

$$\frac{5}{6} \longrightarrow \frac{5}{6}, \boxed{\frac{10}{12}}, \frac{15}{18}, \frac{20}{24}, \frac{25}{30}, \ldots$$

$$\frac{3}{4} \longrightarrow \frac{3}{4}, \frac{6}{8}, \boxed{\frac{9}{12}}, \frac{12}{16}, \frac{15}{20}, \ldots$$

Assim:

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

Usando o mmc

Encontramos diretamente as frações equivalentes a $\frac{5}{6}$ e $\frac{3}{4}$ usando o mmc dos denominadores: mmc(6, 4) = 12.

$$\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \overbrace{\frac{10}{12}}^{\substack{12:6=2 \\ 2\times 5=10}} - \underbrace{\frac{9}{12}}_{\substack{12:4=3 \\ 3\times 3=9}} = \frac{1}{12}$$

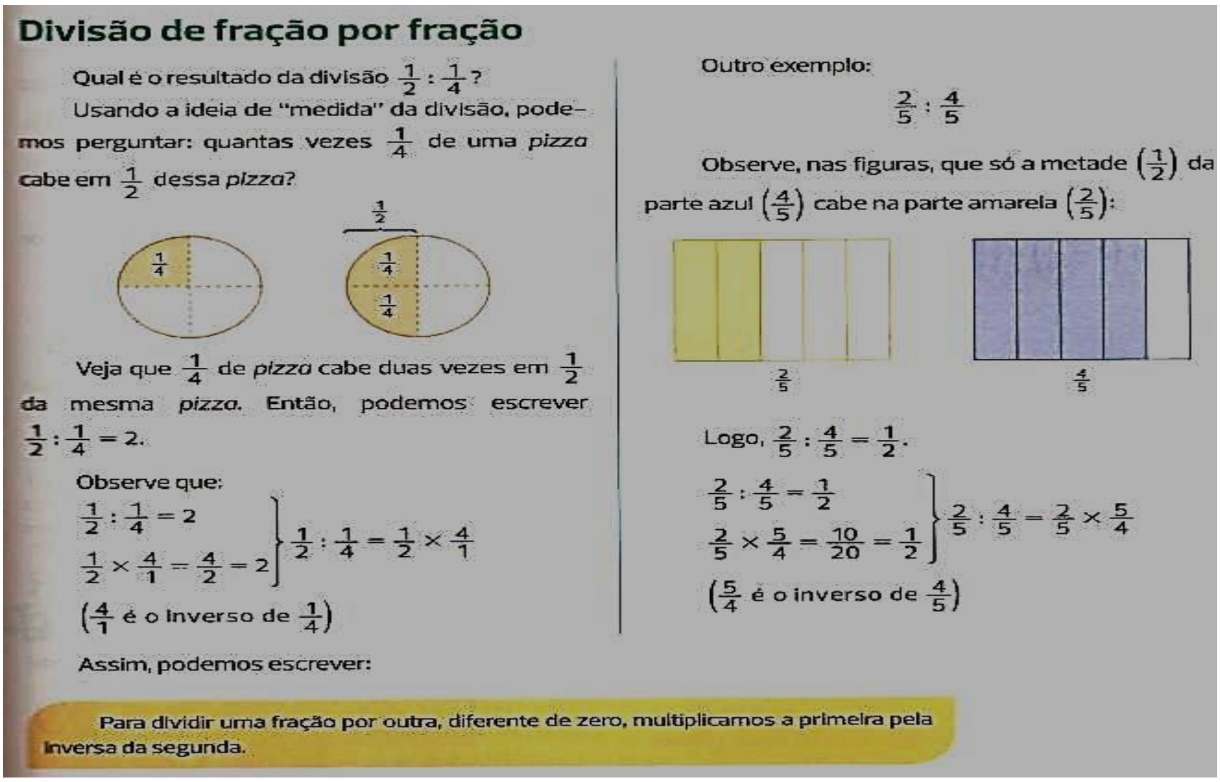
Para completar $\frac{5}{6}$ da distância, a balsa ainda precisa percorrer $\frac{1}{12}$ dessa distância.

Assim, podemos escrever:

Para adicionar (ou subtrair) duas frações que têm denominadores diferentes, determinamos as frações equivalentes às frações dadas e que tenham o mesmo denominador. Em seguida, adicionamos (ou subtraímos) essas frações.

Já na operação de divisão (ver Figura 3.2) o processo prático de se resolver a divisão aparece do nada. Leva-se em consideração apenas algumas ilustrações e afirmações feitas pelo autor.

Figura 3. 2. Abordagem da divisão no livro de Luiz Roberto Dante



Divisão de fração por fração

Qual é o resultado da divisão $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$?

Usando a ideia de "medida" da divisão, podemos perguntar: quantas vezes $\frac{1}{4}$ de uma *pizza* cabe em $\frac{1}{2}$ dessa *pizza*?

Veja que $\frac{1}{4}$ de *pizza* cabe duas vezes em $\frac{1}{2}$ da mesma *pizza*. Então, podemos escrever $\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2$.

Observe que:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2 \\ \frac{1}{2} \times \frac{4}{1} = \frac{4}{2} = 2 \end{array}\right\} \frac{1}{2} : \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times \frac{4}{1}$$

($\frac{4}{1}$ é o inverso de $\frac{1}{4}$)

Outro exemplo:

$$\frac{2}{5} : \frac{4}{5}$$

Observe, nas figuras, que só a metade $\left(\frac{1}{2}\right)$ da parte azul $\left(\frac{4}{5}\right)$ cabe na parte amarela $\left(\frac{2}{5}\right)$:

Logo, $\frac{2}{5} : \frac{4}{5} = \frac{1}{2}$.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{5} : \frac{4}{5} = \frac{1}{2} \\ \frac{2}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \end{array}\right\} \frac{2}{5} : \frac{4}{5} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{4}$$

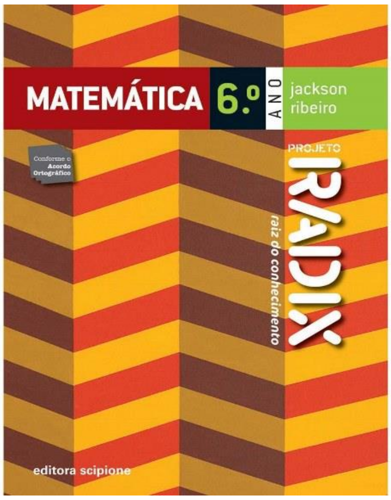
($\frac{5}{4}$ é o inverso de $\frac{4}{5}$)

Assim, podemos escrever:

Para dividir uma fração por outra, diferente de zero, multiplicamos a primeira pela inversa da segunda.

Apenas é feita uma observação em que se mostra que a divisão entre frações dá o mesmo resultado se multiplicar a primeira fração pelo inverso da segunda fração. E a partir daí se conclui a divisão entre frações usando esse procedimento. Acredito que minha abordagem seja mais significativa para o aluno, levando a uma aprendizagem mais sólida.

3.2. Abordagem de fração pelo livro didático de autoria de Jackson Ribeiro (2010):



O tratamento proposto por Ribeiro (2010) no capitulo 10, do volume do 6º ano leva em consideração que toda fração é uma divisão, além de mostrar um processo prático de se obter frações equivalentes, ou seja, bastando multiplicar ou dividir (divisão exata) o numerador e o denominador dessa fração por um mesmo numero diferente de zero. E conclui o capitulo falando da adição e subtração de frações com denominadores iguais.

A retomada dos estudos sobre frações é feita no capitulo 2 do volume do 7º ano. O tratamento feito as adição e subtração de fração com denominadores diferentes são semelhantes ao feito por Dante (2013), ou seja, é construída uma sequencia de frações equivalentes conforme foi definido no capitulo 10, do 6º ano, na qual irá se pegar as frações com mesmo denominador para substituir as frações originais e efetuar a operação (Figura 3.3). Novamente esse processo não facilita a aprendizagem por não ser tão prático.

Na divisão (Figura 3.4) envolvendo fração com alguns exemplos e ilustrações se conclui que a divisão é feita bastando multiplicar uma fração pelo inverso da outra. Falta um procedimento lógico e pratico que facilite a aprendizagem sem ter que recorrer à memória.

Figura 3. 3. Abordagem da adição e subtração no Livro de Ribeiro (2010)

b) Que fração representa a diferença entre a quantidade de matéria orgânica e a quantidade de papel produzida em uma residência?
Para resolver essa questão, precisamos efetuar o cálculo $\frac{3}{5} - \frac{3}{25}$.
Note que as frações $\frac{3}{5}$ e $\frac{3}{25}$ possuem denominadores diferentes, logo é necessário obter frações equivalentes com mesmo denominador.

$$\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{9}{15} = \frac{12}{20} = \boxed{\frac{15}{25}} = \frac{18}{30} = \ldots$$

$\times 2$, $\times 3$, $\times 4$, $\times 5$, $\times 6$

Em seguida, subtraímos as frações equivalentes que possuem o mesmo denominador e, quando possível, simplificamos o resultado.

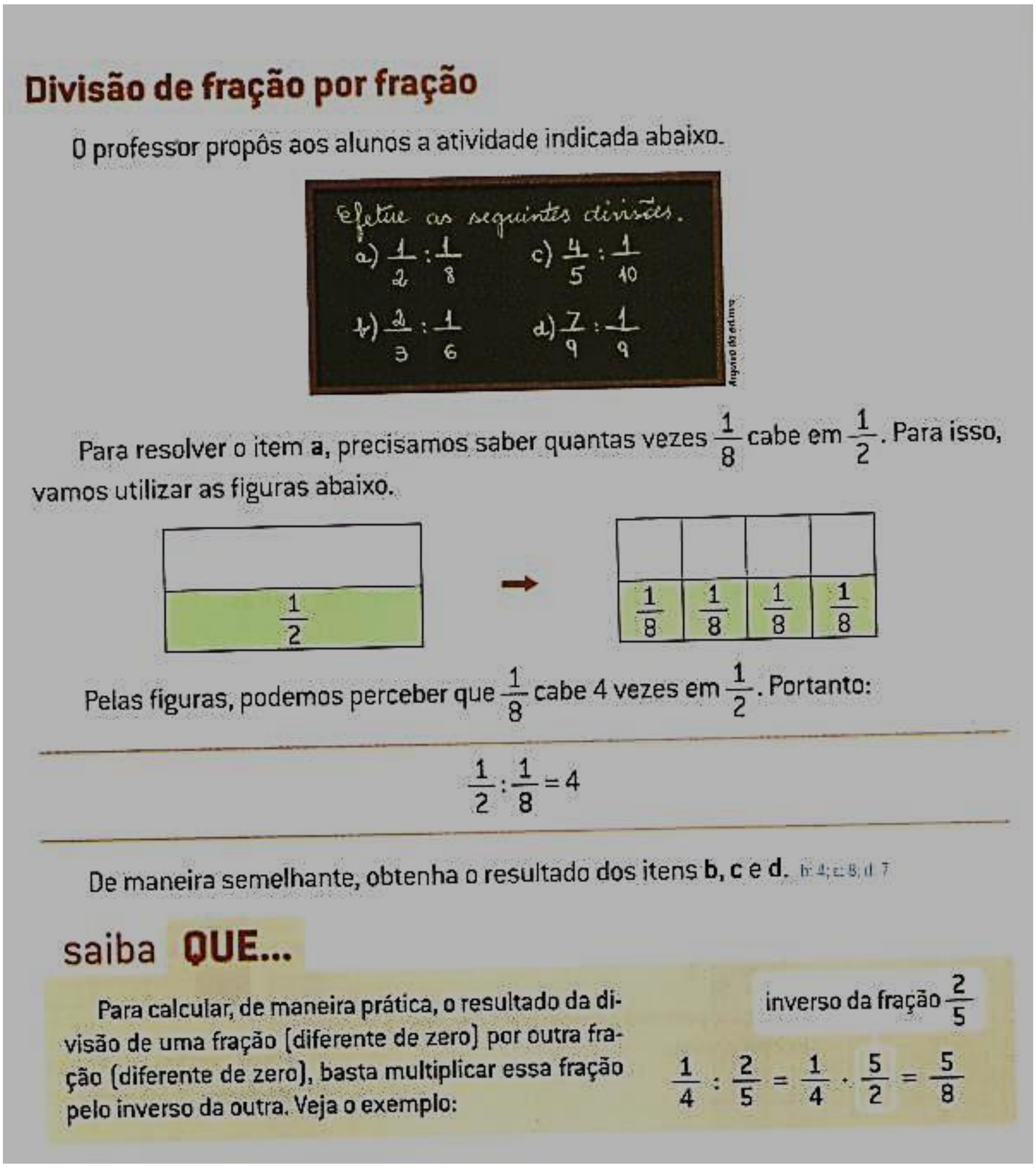
$$\frac{3}{5} - \frac{3}{25} = \frac{15}{25} - \frac{3}{25} = \frac{12}{25}$$

A fração $\frac{12}{25}$ representa a diferença entre a quantidade de matéria orgânica e a quantidade de papel produzida em uma residência.

saiba QUE...

Em uma adição ou subtração de frações com denominadores iguais, adicionamos ou subtraímos os numeradores e mantemos os denominadores.
Caso as frações tenham denominadores diferentes, é preciso, inicialmente, substituí-las por frações equivalentes com o mesmo denominador. Em seguida, adicionamos ou subtraímos as frações equivalentes.

Figura 3. 4. Abordagem da divisão no Livro de Ribeiro (2010)



Divisão de fração por fração

O professor propôs aos alunos a atividade indicada abaixo.

Efetue as seguintes divisões.

a) $\frac{1}{2} : \frac{1}{8}$ c) $\frac{4}{5} : \frac{1}{10}$

b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$ d) $\frac{7}{9} : \frac{1}{9}$

Para resolver o item **a**, precisamos saber quantas vezes $\frac{1}{8}$ cabe em $\frac{1}{2}$. Para isso, vamos utilizar as figuras abaixo.

Pelas figuras, podemos perceber que $\frac{1}{8}$ cabe 4 vezes em $\frac{1}{2}$. Portanto:

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{8} = 4$$

De maneira semelhante, obtenha o resultado dos itens **b, c** e **d.** b: 4; c: 8; d: 7

saiba **QUE...**

Para calcular, de maneira prática, o resultado da divisão de uma fração (diferente de zero) por outra fração (diferente de zero), basta multiplicar essa fração pelo inverso da outra. Veja o exemplo:

inverso da fração $\frac{2}{5}$

$$\frac{1}{4} : \frac{2}{5} = \frac{1}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{5}{8}$$

Comentários:

Podemos dizer que os livros se assemelham em seus procedimentos tanto na adição e subtração quanto na divisão. Com o passar dos tempos às estratégias de ensino foram se aperfeiçoando. Passou-se pela forma mecânica na qual se calculava o MMC (mínimo múltiplo comum) dos denominadores diferentes e hoje se procura dá mais ênfase as frações equivalentes como estratégia de resolução da adição e da subtração, porém o que se percebe nesses livros é a falta de justificativa para a divisão e de procedimento com passos curtos de resolução da adição e subtração.

Capitulo 4. PROPOSTA DE UMA SEQUENÇIA DIDATICA NO ENSINO DE FRAÇÕES

4.1. Objetivos

Tendo em vista a dificuldade dos alunos em resolver as operações com frações: Multiplicação e principalmente a Adição, Subtração e Divisão é que proponho essa sequencia de aula que visa desenvolver o aspecto prático de resolução dessas operações fazendo uso de frações equivalentes, obtidas multiplicando o numerador e o denominador da fração por um mesmo número natural ou dividindo quando possível (simplificação). E tendo a ideia de fração como quociente de números naturais.

4.2. Público Alvo

Esse trabalho é destinado principalmente como guia didática para Professores do 6º ano do ensino fundamental de 9 anos. Além da possibilidade como revisão no ensino Médio.

4.3. Pré-Requisitos

O aluno deverá ter conhecimento das operações básicas com números naturais, além de algumas ideias associadas à fração como: parte-todo de uma quantidade contínua e discreta e operador.

4.4. Materiais e Tecnologias

Essas aulas são expositivas dialogadas e os recursos a serem utilizados consistem de quadro branco, pincel e apagador.

4.5. Descrição Geral

Planos de Aula

Assunto: Números fracionários: Fração

Objetivos:

Identificar quantidades fracionárias em seu contexto sociocultural e relacionar com a ideia do número fracionário (não decimal) correspondente.

Estabelecer relações e atribuir significado as operações com números fracionários (não decimal).

Efetuar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com mais habilidade usando estratégias praticas e lógicas.

Conteúdo:

Fração: conceitos e representações.

Fração como quociente, parte-todo e operador.

Tipos de frações.

Frações Equivalentes.

Quando uma fração representa 1/2 (metade), mais que a 1/2 (metade) e menos que 1/2 (metade).

Quando uma fração representa 1(unidade), mais que a unidade e menos que a unidade.

Operações com frações: Adição, Subtração, Multiplicação, Fração inversa e Divisão.

Tempo estimado: de 4 a 5 aulas.

4.5.1. Aula 1

Objetivo Específico:

Apresentar fração como resultado de uma divisão de naturais cujo resultado não é natural.

Identificar quantidades fracionárias em seu contexto sociocultural e relacionar com a ideia do número fracionário correspondentes.

Desenvolvimento:

a) Inicie mostrando a divisão de dois naturais com quociente natural, como por exemplo,

$$4: 2= 2; 6: 2=3$$

e proponha aos alunos que digam o quociente de

$$1 : 2 = ? \quad e \quad 1 : 4=?.$$

O que dá? Será que é natural o resultado?

A intenção é fazer com que o aluno reflita que esses quocientes não podem ser números naturais e que para se resolver essas questões se faz necessária a criação de um novo tipo de número. Objetivando mostrar mais tarde que fração é um número.

b) Depois destes questionamentos partimos para contextualizar essas divisões:

Quanto dá se dividirmos uma pizza por duas pessoas?

A resposta esperada é metade pra cada. Pois a ideia de metade esta presente no contexto sociocultural do aluno. Se surgir alguma dificuldade se pode fazer uso de materiais concretos pra se representar essa divisão, como uma pizza ou uma tira retangular de papelão.

O mesmo procedimento se faz para dividir 1 por 4. Nesse caso as dificuldades vão ser semelhantes. Mesmo assim, usando as tiras como unidade pede-se aos alunos para dividi-la em quatro pedaços. Destacando que os pedaços devem ter mesmo tamanho.

Uma sugestão seria dobrar a tira ao meio, sucessivamente, duas vezes. Desta forma a tira ficará seccionada em quatro pedaços iguais. Cada pedaço representa a divisão por quatro.

Depois dessas atividades o professor pode chamar atenção que cada pedaço resultante dessas divisões é chamado de ***fração***. E que esse pedaço pode ser quantificado numericamente. E que essa representação numérica também recebe o nome de ***fração***.

c) Na sequencia o professor mostra essas representações fracionárias:

$$1 : 2 = \frac{1}{2}$$

e que

$$1 : 4 = \frac{1}{4}\ .$$

E generalizando, fala que a fração é um novo número que não é natural e representa a divisão de dois naturais, e vice-versa que a divisão de dois naturais é uma fração.

$$3 : 4 = \frac{3}{4}; \qquad 4 : 2 = \frac{4}{2} = 2.$$

d) Finalizamos essa aula com exercício de fixação:

Exercício 4.1. Qual o resultado das seguintes divisões entre naturais:

a) 5: 2 =
b) 6 : 3 =
c) 2 : 5 =
d) 4 : 4 =
e) 1: 9 =

As respostas esperadas são:

a) 5/2; b) 6/3 = 2; c) 2/5; d) 4/4 = 1; e) 1/9.

4.5.2. Aula 2

Objetivo Específico:

Relembrar a ideia de fração parte-todo de uma quantidade contínua.

Desenvolver o conceito de frações equivalentes.

Perceber os aspectos conceituais e compreensivos dos números fracionários.

Comparar frações tanto usando a compreensão do significado de fração quanto a ideia de frações equivalentes.

Desenvolvimento:

a) Essa segunda aula pode ser iniciada mostrando a ideia associada à fração de parte-todo. Muitos alunos no 5º ano já foram iniciados nesse conhecimento. As mesmas tiras da aula 1 pode ser usada para ilustrar essa ideia.

Observação: O termo *fração* tanto pode ser usado para designar a parte da unidade, como para designar o símbolo numérico que o quantifica. E sempre lembrar que toda *fração* é uma divisão.

Caso não queira realizar esse inicio, podemos partir direto da situação problema:

Exercício 4.2. Um rapaz resolveu provar três pizzas de mesmo tamanho: A primeira pizza, que era de frango e que foi dividida em quatro pedaços iguais, ele ganhou **dois**. A segunda, que era de calabresa e que foi dividida em seis pedaços iguais, ele ganhou **três**. A terceira pizza, que era de peito de peru e que foi dividido em oito pedaços iguais, ele ganhou **quatro**. Pergunta-se de onde ele ganhou mais pizza: da primeira, da segunda, ou da terceira pizza?

b) Neste momento deixe os alunos debaterem e criarem hipóteses a respeito da solução. Relembre que fração é divisão de naturais e que os pedaços devem ser iguais. Cada pedaço é chamado de fração e são representados numericamente. E essa representação numérica, também é chamada de fração.

Em seguida as respostas dos alunos, passamos as pizzas desenhadas no quadro ou outro recurso visual, para facilitar a explicação.

Com as três pizzas desenhadas no quadro com suas respectivas divisões (procure intercalar as parte que serão pintadas) façamos as representações numéricas de cada pedaço.

A primeira pizza foi dividida em dois pedaços iguais, então conforme a **Aula 1**, cada pedaço é representado numericamente pela fração $\frac{1}{2}$.

A segunda pizza, que foi dividida em seis pedaços iguais, cada pedaço é representado numericamente pela fração $\frac{1}{6}$.

A terceira pizza, que foi dividida em oito pedaços iguais, cada pedaço é representado numericamente pela fração $\frac{1}{8}$.

Como ele ganhou na primeira pizza só um pedaço, logo a fração da primeira pizza que ganho foi $\frac{1}{2}$.

Da segunda pizza ele ganhou três pedaços, ficando com $\frac{3}{6}$.

E da terceira pizza ficou com $\frac{4}{8}$.

Essas três frações usando a ideia de parte-todo representam a mesma porção da pizza:

Pegar 1 pedaço de 2 é pegar a metade, fração $\frac{1}{2}$.

Pegar 3 pedaços de 6, é pegar a metade, fração $\frac{3}{6}$.

E por fim, pegar 4 pedaços de 8, também é pegar a metade, fração $\frac{4}{8}$.

Conclusão: foi pego a mesma quantidade (metade da pizza), porém em pedaços cada vez menores. Quanto mais pedaços, menor é o pedaço individual.

c) Diante dessa constatação apresentamos o conceito de frações equivalentes: frações simbolicamente diferentes que representam a mesma parte da unidade. Assim,

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

são frações equivalentes.

d) Na sequencia da aula é mostrado um processo prático de se obter frações equivalentes. Que consiste em multiplicar ou dividir (quando possível) o numerador e o denominador por um mesmo número natural. O resultado vai ser uma fração equivalente. Quando se divide o numerado e o denominador da fração por um mesmo numero natural estamos simplificando a fração. A fração comumente usada para representar essa classe de frações equivalentes é sua forma mais simplificada, ou seja, a que possui menor numerador e menor denominador (forma irredutível).

Multiplicando ½ por 2, 3, 4 e 5 obtém-se

x2 x3 x4 x5

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \ldots$$

frações equivalentes a meio.

e) O próximo passo é entender como identificar uma fração que representa a metade. Observando as frações anteriores se faz uma analise de como escrever uma fração que representa a metade. A intenção é fazer os alunos perceberem que para uma fração representar a metade é preciso que o numerador seja a metade do denominador. Aproveitando o embalo o professor pergunta:

e se o numerador for maior que a metade do denominador? O que se pode concluir sobre a fração?

A resposta que se espera é:

a fração representa uma parte maior que a metade.

Analogamente se faz quando o numerador for menor que a metade do denominador sendo a fração menor que a metade.

$3/5$ *é maior que a metade, pois 3 é maior que a metade de 5.*

$4/9$ *é menor que a metade, pois 4 é menor que a metade de 9.*

Onde podemos usar essas informações?

Para se analisar situações envolvendo frações.

Exercício 4.3. Quem é maior 3/5 ou 4/9 ?

Resposta:

Se você observar 3/5 é maior que a metade pois 3 é maior que a metade de 5. Já com relação a 4/9 o 4 é menor que a metade de 9, sendo 4/9 menor que a metade. Conclusão 3/5 é maior que 4/9.

Claro que essa comparação poderia ser resolvida usando frações equivalentes. Bastando para isso encontra frações equivalentes respectivamente a 4/9 e 3/5.

Como fazer isso?

É somente multiplicar, cada fração, por um mesmo número, o numerador e o denominador.

Que número seria esse?

O denominador da outra fração!.

Ou seja, na fração 4/9 vamos multiplicar em cima e em baixo por 5 (denominador de 3/5) e na fração 3/5 vamos multiplicar por 9 (denominador de 4/9). Obtendo respectivamente as frações 20/45 e 27/45 que são equivalentes as anteriores. Sendo 27/45 maior que 20/45, pois possui mais pedaços (numerador maior). Logo a fração, 3/5 é maior que 4/9.

Essas habilidades são de fundamental importância para se analisar varias situações com frações, como: operações, comparação, etc.

f) Finalizamos essa aula com exercícios de fixação:

Exercício 4.4. Encontre frações equivalentes às frações dadas:

a) 2/3;
b) 3/5;
c) 2/7;
d) 5/2.

Exercício 4.5. Compare as seguintes frações analisando-as com relação à metade.

a) 2/4;
b) 3/7;
c) 6/13;
d) 7/10;

As respostas são:

1) a)4/6; b) 12/20; c)10/35; d) 40/16 (essas respostas variam).

2) a) é metade; b) menor que a metade; c) menor que a metade; d) maior que a metade.

4.5.3. Aula 3

Objetivos Específicos:

-Revisar a ideia de fração: parte-todo de uma quantia discreta e a ideia de operador.

-Usar a ideia de metade para estimar o resultado de uma adição ou subtração de frações.

-Resolver as operações de adição e subtração usando frações equivalentes.

Desenvolvimento:

a) Nesta aula podemos começar com uma situação problema envolvendo a ideia de parte-todo de uma quantia discreta:

Exercício 4.6. Numa caixa que continha certa quantidade de petecas (bolinhas de gude) foi repartida entre três crianças. A primeira ganhou $2/5$ das petecas, a segunda $1/4$ e a terceira $1/3$ dessas petecas. Pergunta-se:

a) Que fração das petecas ganharam juntas, a segunda e a terceira criança?

b) Sobraram petecas na caixa?

c) Suponha que na caixa tenha 60 petecas. Quantas petecas ganhou cada criança? Se sobrarem petecas, quantas foram?

A ideia e perceber a necessidade de se somar frações e que a soma de todas as partes da o todo (unidade).

Neste problema, na resolução do item **a)** precisamos somar as frações: $1/4$ e $1/3$.

Como fazer?

É preciso convencer os alunos de que é possível somar frações facilmente se tiverem o mesmo denominador. Então pergunte aos alunos:

Quanto é uma bola mais uma peteca?

Quanto dá dois quartos mais uma cozinha?

A resposta para as duas perguntas não é possível, pois são de naturezas diferentes.

Em seguida você pergunta:

Quanto dá a soma de um quarto mais dois quartos?

Um terço mais quatro terços?

As respostas fluirão naturalmente e muitos responderão sem dificuldade. Neste instante você conclui dizendo e enfatizando que

é possível somar ou subtrair facilmente frações se elas forem de mesma natureza o que equivale a ter o mesmo denominador.

Feito isso usaremos frações equivalentes para torna-las de mesmo denominador, usando o seguinte artificio já mostrado na comparação de fração.

x 3 x 4

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3}{12} + \frac{4}{12} = \frac{7}{12}$$

x 3 x 4

O procedimento usado para se resolver foi substituir as frações originais por outras equivalentes. Para encontrarmos essas frações pegou-se o **denominador de uma fração** e multiplicou-se na outra, em cima e em baixo, obtendo assim frações equivalentes. Esse procedimento é simples e rápido com a possibilidade de simplificação da fração quando necessário, no final. Nesse caso pegamos a fração $\frac{1}{4}$ e multiplicamos em cima e em baixo por 3 (denominador da outra fração, ou seja, $\frac{1}{3}$) e obtivemos a fração equivalente $\frac{3}{12}$. E pegamos a fração $\frac{1}{3}$ e multiplicamos em cima e em baixo por 4 (denominador da outra fração, ou seja, $\frac{1}{4}$) e obtivemos a fração equivalente $\frac{4}{12}$. Agora tendo o mesmo denominador basta somar em cima e repetir o denominado para obtermos o resultado final, $\frac{7}{12}$.

Com alguns exercícios de fixação o aluno vai perceber que o denominador comum tem que ser o menor múltiplo comum, chegando assim no MMC (menor múltiplo comum), para se evitar a simplificação no final.

Para responder o item **b)** o aluno tem que perceber que

se a adição das frações é menor que 1, então sobram petecas,

enquanto se a adição é exatamente 1, então não sobram petecas

Já foi feita a soma de

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{3}=\frac{7}{12}\,.$$

Sendo assim, basta somar

$$\frac{2}{5}+\frac{7}{12}=\frac{24}{60}+\frac{35}{60}=\frac{59}{60}\,,$$

que para completar a unidade falta, $\frac{1}{60}$, que representa a fração de petecas que ficou na caixa. Sobrando desta forma petecas dentro da caixa.

No item **c)** vamos relembrar a ideia de operador. Supondo a caixa com 60 petecas o que coube a cada criança foi: a primeira ficou com

$\frac{2}{5}$ de 60, ou seja, $\frac{2}{5}$ x 60 = 24 petecas;

a segunda, ficou com

$\frac{1}{4}$ de 60, ou seja, $\frac{1}{4}$ x 60 = 15;

e a terceira e última criança ficou com

$\frac{1}{3}$ de 60, ou seja, $\frac{1}{3}$ x 60 = 20 petecas.

Se somarmos todas as petecas com as três crianças, teremos

24+15+20=59.

Faltando desta forma uma peteca, que ficou na caixa.

b) Ao final da aula passamos mais alguns exercícios sobre adição e subtração de fração:

Exercício 4.7. Calcule:

a) 2/3 + 3/4 =

b) 1/5 – 1/6 =

c) 3/4 + 5/2 =

O item **c** vai ser preciso simplificar a fração.

Respostas:

a) 2/3 + 3/4 = 8/12 + 9/12 = 17/12.

b) 1/5 - 1/6 = 6/30 - 5/30 = 1/30.

c) $3/4 + 5/2 = 6/8 + 20/8 = 26/8 = 13/4$.

No item c, $26/8$, foi simplificado, ou seja, dividimos em cima e em baixo por 2, obtendo a fração irredutível, $13/4$.

4.5.4. Aula 4

Objetivos específicos

-Justificar a divisão entre frações como multiplicação da primeira fração pelo o inverso da segunda.

-Definir frações inversas.

Desenvolvimento:

a) Nessa aula iremos mostra como se resolve a multiplicação entre duas frações: Na multiplicação entre frações, multiplicamos numerador com numerador e denominador com denominador. Por exemplo,

$$\frac{2}{3} \text{ x } \frac{3}{4} = \frac{2x3}{3x4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}\,.$$

Tivemos que simplificar a fração no final por 6 para obter uma fração irredutível.

Uma interpretação seria: quero calcular dois terço de três quarto, ou melhor, dividir três quartos em três pedaços iguais e pagar dois. Como cada pedaço depois de dividir por três é um quarto e tenho que pegar dois pedaços, logo pegarei a metade (metade=dois quartos).

Se necessário colocar mais alguns exercícios para fixar melhor a multiplicação entre frações.

b) Em seguida iremos definir fração inversa como sendo a fração que multiplicada por outra dá a unidade, ou seja, 1. Por exemplo,

A fração inversa de $2/3$ *é* $3/2$, *pois* $2/3$ *x* $3/2 = 6/6 = 1$.

De forma prática para calcular a fração inversa de uma fração basta inverter o numerador pelo denominador.

A fração inversa de $2/3$ *é* $3/2$

Essa definição de fração inversa vai ajudar a justificar a divisão entre frações.

c) Agora iremos explicar e justificar a divisão entre frações. O objetivo principal e mostrar um procedimento prático de fácil memorização para se efetuar essas divisões.

Vamos efetuar a divisão de $2/3$ por $5/7$.

Representando essa divisão na forma:

$$\frac{\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}}{\frac{5}{7}\times\frac{7}{5}}=\frac{\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}}{1}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$$

Conclusão:

Na divisão de fração multiplicamos em cima e em baixo o inverso do denominador. Ficando em baixo o 1, pois uma fração multiplicada pelo seu inverso sempre dá 1. E em cima fica a primeira fração multiplicada pelo inverso da segunda fração. O que conclui e se justifica o processo de divisão entre frações.

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}}=\frac{2}{3}\times\frac{7}{5}=\frac{14}{15}$$

Com essa aula podemos realizar um exercício com tudo que foi visto e preparar uma avaliação pra verificar a aprendizagem.

4.6. Possíveis continuações ou desdobramentos

Esse mesmo trabalho poderá ser realizado como revisão e atualização para alunos do ensino médio resguardado as devidas proporções do nível de ensino. Podendo ser retirado alguns passos e reduzido o tempo das aulas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nossos alunos estão chegando ao ensino médio sem saber interpretar frações. Poucos são os que aprenderam os procedimentos operatórios relacionados à adição, subtração e divisão. A maioria dos professores quando trabalham frações se dedicam a ensinar procedimentos mecânicos, procedimento esse oriundo de sua aprendizagem quando estudante. Aquele usado na adição e subtração que consiste em calcular o MMC (mínimo múltiplo comum), dividi-lo por cada denominador e o resultado multiplicar pelo numerador. Ou o da divisão que era repetir a primeira fração e multiplica-la pelo o inverso da segunda. Ninguém entendia, porém se usava e dava certo. Hoje, sabemos que esse processo todo da adição era para calcular as frações equivalentes que iriam substituir as frações anteriores que tinham os denominadores diferentes. A sociedade mudou as pessoas mudaram, as tecnologias são outras. O uso mecânico de procedimentos já não tem o mesmo efeito. Os alunos não aprendem como antigamente. Eles dificilmente se concentram em uma coisa só. E quando um procedimento envolve vários passos, nem adianta, não aprendem. Por esse motivo é preciso encurtar esses métodos de resolução das operações. Não é possível ensinar do mesmo modo que aprendemos. É importante que o professor se mantenha informado sobre novos métodos de se trabalhar esses assuntos. E que proponha mecanismos lógicos e práticos de resolução. Os livros didáticos ainda precisam de pequenos ajustes. Mas já mostram muitos avanços. Importam-se em trabalhar o significado das frações, mostram pra que serve e como obter fração equivalente e seu uso na adição e subtração entre frações, procuram justificar a maioria das ações matemáticas. Não é mais aceitável executar certos passos sem saber o “por quê?”.

Os livros didáticos no ensino fundamental dedicam poucos capítulos ao ensino de frações. Muito devido a pouca constância das frações no contexto sociocultural do aluno em relação à outra forma do número fracionário que são as representações decimais. É necessária uma atenção maior aos números, e em particular as frações, que compõem a base da matemática. Eles devem ser o assunto da matemática trabalhado todo inicio de ano letivo, só assim poderemos minimizar essa defasagem de conhecimentos no ensino médio e passaremos a ter alunos aprendendo com mais facilidade qualquer assunto dentro da matemática. Aumentando também o número de fãs dessa disciplina tão rejeitada pelos alunos.

REFERÊNCIAS

BERTONI, Nilza Eigenheer. **Pedagogia: Educação e Linguagem Matemática IV, frações e números fracionários**. Brasília: Universidade de Brasília, 2009.

BIANCHINE, Edwaldo. **Matemática**: 6ºano. 6ª ed. São Paulo: Moderna, 2006.

BRASIL. MEC. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental**. Brasília: MEC, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. Projeto Teláris, **Matemática – 6º ano**. 1ª ed. São Paulo: Ática, 2013.

LIMA, Elon Lages. **Matemática e Ensino.** 3ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo e MORGADO, Augusto Cesar. **A Matemática do Ensino Médio, Vol. 1**. 9ª ed. Rio de Janeiro: SBM.

IMENES, Luis Márcio e IMENES, Marcelo Lellis. **Matemática: Imenes e Lellis – 6º e 7º ano**. 1ª ed. São Paulo: Moderna, 2009.

HEFEZ, Abramo. **Elementos de Aritmetica.** 2ª ed. Rio de Janeiro: SBM, 2011.

RIBEIRO, Jackson da Silva. Projeto Radix, **Matemática- 6º e 7º ano**. 1ª ed. SãoPaulo: Scipione, 2010.

APÊNDICES A - Questionário Atividade que foi Aplicado.

Atividade de Matemática. (Fração)

1 – Sobre operações com frações, marque a alternativa **incorreta**.

a) 2/4 + 5/4 = 7/4

b) 1/2 + 5/4 = 2/4 + 5/4 = 7/4

c) 2/3 + 5/6 = 4/6 + 5/6 = 9/6 = 3/2

d) 2/3 + 5/6 = 7/6 = 3/2

e) 2/4 + 3/2 = 1/2 + 3/2 = 4/2 = 2

2 – Em uma escola, 1/3 dos alunos preferem a disciplina de Português, 2/5 preferem Matemática e outros 4/15 preferem Geografia. Sabendo que nessa escola há 570 alunos, tenho que:

a) 190 alunos preferem Matemática.

b) 228 alunos preferem Matemática.

c) 152 alunos preferem Português.

d) 190 alunos preferem Geografia.

e) 228 alunos preferem Português.

3 – Suponha que você tenha duas pizzas do mesmo tamanho. Corta uma delas em 6 pedaços de tamanhos iguais e a outra em 8 pedaços de tamanhos iguais. Se você pega um pedaço de cada pizza, de qual pizza você pegou mais? Da primeira ou da segunda pizza?

4 – O resultado da operação $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ é:

a) 1/6

b) 2/5

c) 2/6 = 1/3

d) 5/6

e) 6/5

5 – O resultado da operação $\frac{1}{2} \text{ x } \frac{1}{3}$ é:

a) 1/6

b) 2/6

c) 1/5

d) 2/5

e) 2/6 = 1/3

6 – O resultado da operação $\frac{1/2}{1/3}$ é:

a) 2/3

b) 3/4

c) 3/2

d) 1/6

e) 2/5

7 – O valor de x = $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ é:

a) 2/3

b) 3/4

c) 3/2

d) 1/6

e) 2/5

8 – Que fração é maior, $\frac{1}{6}$ ou $\frac{1}{8}$?

APÊNDICE B – Termo de Consentimento.

Termo de Consentimento.

Caros alunos,

Esta atividade faz parte do trabalho de conclusão do curso de Mestrado Profissional - PROFMAT do professor **Sandro Henrique Barbosa da Costa** sob a orientação do Prof. Dr. José Walter Cárdenas Sotil. A participação de vocês é de extrema importância, e garantimos o total anonimato dos participantes.

Pelo presente termo aceito participar desta atividade de mestrado conduzido pelo professor supracitado, autorizando o mesmo a fazer uso de todas as informações relativas a essa pesquisa e utilização na dissertação de mestrado e posteriores publicações e apresentações publicas.

Macapá, 21 de Março de 2014.

____

Assinatura do aluno ou responsável.