UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ

CURSO DE LICENCIATURA PLENA EM MATEMÁTICA

JACKSON DA SILVA SANTANA

PROGRAMA APLUSIX COM APLICAÇÕES EM ÁLGEBRA

MACAPÁ/AP

2011

JACKSON DA SILVA SANTANA

PROGRAMA APLUSIX COM APLICAÇÕES EM ÁLGEBRA

Trabalho final de conclusão de curso em Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Federal do Amapá. Sob a orientação do Professor: Dr. José Walter Cárdenas Sotil.

MACAPÁ/AP

2011

JACKSON DA SILVA SANTANA

PROGRAMA APLUSIX COM APLICAÇÕES EM ÁLGEBRA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Universidade Federal do Amapá, como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciado Pleno em Matemática sob a orientação do Professor Dr. José Walter Cárdenas Sotil.

Nota: _____

Data da Aprovação: _____/_____/_____

BANCA EXAMINADORA:

_____

Orientador Professor Dr. José Walter Cárdenas Sotil

_____

Examinador Dr. Guzmán Eulálio Isla Chamilco

_____

Examinador Esp. João Socorro Pinheiro Ferreira

MACAPÁ/AP

2011

DEDICATÓRIA

A minha filha, Juliana Cristina, que é a razão da minha vitória. A minha mãe Ana Maria, pois foi a pessoa que mais me incentivou nessa trajetória acadêmica. A minha esposa, Lana Cristina, que me ajudou nos momentos difíceis dessa caminhada. A minha vovó Maria José, modelo de pessoa a seguir.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, pois, nos momentos mais difíceis, me deu força e coragem para reconquistar e concluir este curso de graduação.

Ao meu Orientador Dr. José Walter Cárdenas Sotil, pela amizade, paciência e empenho ao direcionar meu trabalho, servindo-me de exemplo de dedicação e profissionalismo.

A minha esposa, Lana, que, em todos os momentos dessa trajetória, esteve compartilhando das minhas angústias e vitórias. A minha filha, Juliana, pelo carinho nos momentos difíceis. A minha mãe, Ana Maria, que além da vida, me deu coragem para lutar pelo meu ideal, incentivando-me a prosseguir. Aos meus irmãos, Darciana, Tatiana e Michel, que sempre torceram por essa vitória em minha carreira. A minha sogra Kátia, pelo carinho e compreensão.

A todos os Professores do curso, em especial ao Professor Dr. José Walter Cárdenas Sotil pela confiança, paciência, amizade e oportunidade que me ofereceu de conhecer novos caminhos no exercício da minha profissão.

A todos os Professores que passaram pela Coordenação do Curso; Professor Espec. Steve Wanderson, Prof.Dr. Guzmán Eulálio e, atualmente, Prof. Msc. Márcio, pela amizade, otimismo e apoio.

Aos Professores Ana Raquel, Márcio Aldo e Steven Wanderson, pelos bons conselhos e pela atenção que sempre me deram.

Aos Professores Gusmán e João, membros da banca examinadora. Aos amigos e colegas de curso pelos bons e maus momentos compartilhados, em especial, ao Orivaldo, o meu melhor amigo, pois me ajudou do início e ao fim do curso, Everton, Ítalo e Jakson, pela amizade e apoio nos momentos mais difíceis.

Ao apoio financeiro da UNIFAP, que forneceu a bolsa para eu finalizar o curso.

Ao casal de amigos Antônio e Ana, que semeou em meu caminho, por meio do exemplo e das palavras que me inspiraram a confiança nos momentos difíceis. E a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização do curso e conclusão deste trabalho.

“Eu ouço e eu esqueço;

Eu vejo e eu lembro;

Eu faço e eu aprendo.”

Provérbio Chinês

RESUMO

Neste Trabalho de Conclusão de Curso, apresenta-se uma pesquisa com sete convidados no ambiente de trabalho algébrico do *software* Aplusix II. São apresentados uma lista de comandos, traduzidos do inglês para o português, e quatro modos de trabalho: *modo micromundo*, o qual equivale ao uso do papel e lápis junto com a lista de comandos disponíveis; *modo exercícios*, no qual o professor escolhe, de uma lista pronta, os exercícios para os alunos; *modo lista de exercícios,* no qual o professor edita sua própria lista de exercícios; e *modo vídeo cassete*, no qual o professor visualiza, passo a passo, o processo-solução do aluno. O Aplusix foi testado com sete convidados de nível superior: quatro da área de Ciências Humanas e três da área de Matemática. Os convidados resolveram, no Aplusix, uma série de exercícios de equações algébricas e produtos notáveis. Os resultados mostram que o Aplusix permite monitorar, automaticamente, os erros e acertos dos convidados através do modo vídeo cassete. Uma vantagem observada na pesquisa é a capacidade de o usuário identificar os erros, voltar e poder corrigir estes erros. Na análise das soluções, pode-se identificar se as propriedades matemáticas são corretamente usadas ou se existe desconhecimento destas propriedades pelos usuários. Na sala de aula, o Aplusix mostra-se uma ferramenta importante no auxílio do ensino-aprendizagem; o próprio aluno tem um maior grau de liberdade para explorar, testar e aprimorar seus conhecimentos algébricos. Nas portas do fim do giz, pincel, quadro branco e papel, o Aplusix é uma ferramenta apropriada para as novas tecnologias em educação matemática.

Palavras-Chave: Aplusix II, Equações Algébricas, Produtos Notáveis, *Software* educativo.

ABSTRACT

Completion of this course work, we present a survey of seven guests in the workplace algebraic software Aplusix II. Are presented a list of commands, translated from English into Portuguese, and four working modes: Mode microworld, which is equivalent to using paper and pencil next to the list of available commands, so exercises, in which the teacher chooses, the a ready list, exercises for students, so the list of exercises, in which the teacher publishes its own list of exercises, and VCR mode, in which the teacher views, step by step, the process-solution of the student. The Aplusix was tested with seven top-level guests: four in the area of Humanities and three in the field of Mathematics. The guests decided in Aplusix, a series of exercises of algebraic equations and outstanding products. The results show that the Aplusix allows you to monitor automatically the rights and wrongs of the guests through the VCR mode. One advantage is observed in the survey the user the ability to identify errors, go back and be able to correct these errors. In the analysis of solutions, we can identify whether the mathematical properties are properly used or if there is lack of these properties by users. In the classroom, the Aplusix shows are an important tool in helping teaching and learning, the students themselves have a greater degree of freedom to explore, test and improve their algebra skills. In the end doors of chalk, brush, white board and paper, Aplusix is an appropriate tool for new technologies in mathematics education.

Keywords: Aplusix II, Algebraic Equations, Notable Products, Educational software.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: *Login* do *APLUSIX* 20
Figura 2: Tela do micro mundo do APLUSIX 21
Figura 3: Micro mundo sendo utilizado 22
Figura 4: Teclado Virtual 26
Figura 5: Tela de exercício 28
Figura 6: Editar exercícios 29
Figura 7: Mapa de exercício 30
Figura 8: Tela de casos de exercício sem verificação 31
Figura 9: Tela de casos de verificação permanente de exercício 32
Figura 10: Videocassete 33
Figura 11: Sara no exercício iv. 48
Figura 12: Sara corrigindo o exercício iv. 48
Figura 13: Nova correção e desistência de Sara no exercício iv.....49
Figura 14: Sara no exercício vi.....49
Figura 15: Correção de Sara no exercício vi.....50
Figura 16: Solução correta de Sara no exercício vi.....51
Figura 17: Sara no exercício v.....52
Figura 18: Marcos no exercício x.....52
Figura 19: Marcos no exercício ii.....53
Figura 20: Sara no exercício ii.....54
Figura 21: Araújo no exercício vi.....55
Figura 22: Araújo no exercício ix.....56
Figura 23: Araújo no exercício xii.....57
Figura 24: João no exercício v.....58
Figura 25: João no exercício xii.....59

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Número de acertos nas 6 primeiras questões para os convidados de Ciências Humanas (C-H) e Matemática (M).....43

Tabela 2: Número de acertos nas últimas 6 questões para os convidados de Matemática (M).....45

Sumário

DEDICATÓRIA 3

AGRADECIMENTOS 4

EPÍGRAFE 5

RESUMO 6

ABSTRACT 7

LISTA DE FIGURAS 8

LISTA DE TABELAS 9

INTRODUÇÃO 12

1. **A INFORMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA** 13

1.1 O uso do computador 13
1.2 O Ensino da Matemática 14
1.3 Uso de *Software* no ensino e aprendizagem 17

2. **O SOFTWARE APLUSIX** 19

2.1 Micromundo 21
2.1.1 Os comandos básicos do *software* Aplusix 22
2.1.1.1 As funções do Teclado Virtual 26
2.2 Exercícios 27
2.3 Lista de exercícios 28
2.3.1 Casos de verificação 30
2.4 Videocassete 32

3. **TÓPICOS EM ÁLGEBRA** 34

3.1 Equação 34
3.2 Produtos notáveis 37
3.2.1 O quadrado da soma 37
3.2.2 O quadrado da diferença 37
3.2.3 Diferença entre dois quadrados 38
3.2.4 A problemática no ensino da álgebra 38

4. **SIMULAÇÕES COM APLUSIX** 39

4.1 Participantes da pesquisa 39

4.2 Lista de exercícios 39
4.3 Resumo dos resultados da pesquisa 42
4.4 Análise dos resultados 46

5. **CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS** 60

Referências 62

Apêndice 64

INTRODUÇÃO

Explorar o uso do computador no ensino da Matemática é realmente uma ferramenta indispensável no processo de ensino-aprendizagem desta disciplina. Nos dias de hoje, os programas de informática já são uma realidade que se faz presente em todas as áreas do conhecimento. Na Matemática, tal ferramenta deve ser intensa e inteligentemente explorada, pois o aprendizado dessa disciplina tem se mostrado bastante difícil, caso comparado com as disciplinas ditas não exatas. Para Franciele Buss:

> Um tipo de ferramenta para o ensino-aprendizagem da matemática é o programa computacional. Hoje há uma grande diversidade de *softwares* no mercado, e cabe aos Educadores questionar se estas ferramentas realmente adicionam valores ao conhecimento do Aluno. (2008, pg.2)

A prática pedagógica dos professores da Educação Básica mostra-se tímida e carente quando o assunto é o uso da informática na educação. Em se tratando da aplicação desse instrumento na Matemática, o caso é ainda mais grave. Por isso, este trabalho trata de uma pesquisa de análise de um programa de computador para a difusão da informática no ensino de determinados tópicos da Matemática.

Para atingir tal objetivo, usaremos como ferramenta de apoio o *software* Aplusix II, um programa destinado ao ensino e aprendizagem de Álgebra, com ênfase para a resolução de equações e para a construção de produtos, da soma e da diferença de dois termos. Com isso, neste estudo, procura-se apontar caminhos para novas abordagens sobre o ensino e aprendizagem de equações e algumas operações algébricas no Ensino Fundamental com suas propriedades.

1. A INFORMÁTICA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

1.1 O uso do computador

Inserir um novo instrumento em sala de aula, como o computador, implica em mudanças pedagógicas, mudanças do ponto de vista da forma de ensinar, que devem ser estudadas e levadas em consideração pelos professores.

Assim, algumas questões podem nortear o trabalho do professor: Como preparar uma aula utilizando esse novo recurso? E também como inserir efetiva e criticamente o computador no processo de ensino e aprendizagem? Que mudanças pedagógicas ocorrem quando se introduz a Informática na Educação? Que aspectos devem ser considerados no momento de escolher o material a ser utilizado? Um *software* deve ser escolhido em função dos objetivos do professor ou do aluno? Qual o melhor *software* para a aprendizagem da álgebra? Esse melhor *software* não existe, pois tudo dependerá das atividades realizadas com o material escolhido.

Desse modo, é importante escolher adequadamente materiais e desenvolver estratégias de ensino que dêem ao aluno maior controle sobre suas atividades, o que é fundamental para um conhecimento moderno e mais amplo de sua realidade. Então, o uso da informática, nesse processo, só vem contribuir para uma aula mais dinâmica e interessante, o que conduz a um aprendizado mais concreto e útil na vida escolar. Para Bittar:

> A informática aplicada à educação já é uma realidade tanto no Brasil quanto no exterior, sendo amplamente defendido seu uso como um instrumento valioso de auxílio ao processo de ensino e aprendizagem. No Brasil, várias escolas de ensino fundamental e médio contam com projetos governamentais brasileiros, como o Proinfo, que tem equipado escolas com salas de informática a serem usadas por professores e alunos. (2004, pg. 1)

Nesse sentido, consideramos que um conhecimento novo é o resultado de uma construção feita pelo aprendiz em interação com um meio organizado pelo professor. A teoria das situações didáticas (Brousseau, 1996), oferece instrumentos para caracterizar esses meios em termos de possibilidades de ação e retroação oferecidas ao aluno, a partir da interação desses com o meio. Esse processo pode favorecer a aprendizagem desejada. Nessa perspectiva teórica, uma aprendizagem é uma modificação da relação do aluno com o conhecimento produzido por ele, em interação com o meio. Assim ao elaborar uma seqüência didática, é necessário

considerar cuidadosamente a constituição de um meio que favoreça a aprendizagem. O professor Florisvaldo diz:

> Quando discutimos a tecnologia aplicada à educação, verificamos que, devido à crescente difusão tecnológica ocorrida na sociedade, existe uma busca constante por um modelo pedagógico que favoreça os processos de ensino e de aprendizagem. Diante disso, várias pesquisas têm sido realizadas para investigar as possibilidades quanto ao aprendizado dos alunos com a ajuda da tecnologia. (2010, pg.2)

Na Matemática, a busca de uma ferramenta que faça com que essa ciência seja muito mais atraente para os alunos, tem, cada vez mais, acentuado estudos sobre o uso das novas tecnologias, pelo fato de que não se pode andar na contramão ou ficar estático diante desse conhecimento tecnológico. Entretanto, não basta tornar a Matemática mais atraente; essa ferramenta tem que atingir seu objetivo, que é o de apoiar os processos de ensino e de aprendizagem.

Uma das alternativas apresentadas pelo PCN, para o que o processo ensino de álgebra seja mais significativo, é a introdução das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no ambiente escolar, no qual o professor possa usufruir da tecnologia para auxiliar no processo de aquisição de conceitos algébricos nos alunos:

> Existem alguns *software*s interessantes que podem ser integrados às atividades algébricas, como os que utilizam planilhas e gráficos. Hoje em dia, com o uso cada vez mais comum das planilhas eletrônicas que calculam automaticamente a partir de fórmulas, a necessidade de escrever algebricamente uma seqüência de cálculos é maior que tempos atrás. (BRASIL, 1998b, p.119).

1.2 O Ensino da Matemática

Sabe-se que a maioria das aulas de matemática no nível fundamental, e médio ainda é uma aula expositiva, em que o professor passa para o quadro aquilo que ele julga importante. O aluno, por sua vez, copia da lousa para o seu caderno e em seguida procura fazer exercícios de aplicação, que nada mais são do que uma repetição na aplicação de um modelo de solução apresentado pelo professor. Essa prática revela a concepção de que é possível aprender matemática através de um processo de transmissão de conhecimento. Mais ainda, de que a resolução de problemas (exercícios) reduz-se a procedimentos determinados pelo professor.

Nesse primeiro aspecto, alunos passam a acreditar que a aprendizagem da matemática se dá através de um acúmulo de fórmulas e algoritmos (Algoritmo é uma seqüência finita de instruções bem definidas e não ambíguas cada uma das quais pode ser executada mecanicamente num período de tempo finito e com uma quantidade de esforço finita). Aliás, nossos alunos hoje acreditam que fazer matemática é seguir e aplicar regras. Regras essas que foram transmitidas pelo professor.

Por outra perspectiva, os alunos acham que a matemática é um corpo de conceitos verdadeiros e estáticos, do qual não se duvida nem se questiona, nem mesmo nos preocupamos em compreender porque funciona.

Em geral, acreditam também, que esses conceitos foram descobertos ou criados por gênios. O aluno, acreditando e supervalorizando o poder da matemática formal, perde qualquer autoconfiança em sua intuição matemática; perdendo, dia a dia, seu "bom-senso" matemático. Além de acreditarem que a solução de um problema encontrado matematicamente não estará, necessariamente, relacionada com a solução do mesmo problema numa situação real. É bastante comum o aluno desistir de solucionar um problema matemático, afirmando não ter aprendido como resolver aquele tipo de questão ainda, quando ele não consegue reconhecer qual o algoritmo ou processo de solução apropriado para aquele problema. Faltam aos alunos uma flexibilidade de solução e a “coragem” de tentar soluções alternativas, diferentes das propostas pelos professores.

O professor, hoje, também tem uma série de crenças sobre o ensino e a aprendizagem de matemática que reforçam a prática educacional por ele exercida. Muitas vezes ele se sente convencido de que tópicos da matemática são ensinados por serem úteis aos alunos no futuro.

Os professores, em geral, mostram a matemática como um corpo de conhecimentos acabado e polido. Uma das grandes preocupações dos professores é com relação à quantidade de conteúdo trabalhado. É a prioridade de sua ação pedagógica, ao invés da aprendizagem do aluno. É difícil o professor que consegue se convencer de que o objetivo principal do processo educacional é que os alunos tenham o maior aproveitamento possível. Além do mais, esse objetivo fica longe de

ser atingido quando a meta do professor passa a ser cobrir a maior quantidade possível de matéria em aula.

Em raros momentos, no processo escolar, numa aula de matemática, geram-se situações em que o aluno deva ser criativo, ou que seja motivado a solucionar um problema pela curiosidade criada pela situação em si ou pelo próprio desafio do problema. Na matemática escolar, o aluno não vivencia situações de investigação, exploração e descobrimento. O processo de pesquisa matemática é reservado a poucos indivíduos, que assumem a matemática como seu objeto de pesquisa. É esse processo de pesquisa que permite e incentiva a criatividade ao se trabalhar com situações problemas.

A proposta de trabalho a ser discutida a seguir envolve uma tentativa de se levar em conta as concepções dos alunos sobre a prática da matemática, o ato de se fazer matemática e como se aprende matemática. Essas concepções complementam a aprendizagem, que pode ser modificada para que se possa ter uma renovação no ensino da matemática.

Diversas são as atuais linhas de pesquisa e propostas de trabalho lidando com a pergunta: como ensinar matemática hoje? Trabalharemos aqui uma alternativa daquelas que procuram alterar a atual concepção do que vem a ser a matemática escolar e, mais ainda, de como se dá a aprendizagem em um moderno ensino de matemática.

Optamos pela proposta que coloca o aluno como o centro do processo educacional, enfatizando o aluno como um ser ativo no processo de construção de seu conhecimento. Proposta essa em que o professor passa a ter um papel de orientador e monitor das atividades sugeridas aos alunos e por eles realizadas.

Estas propostas partem do princípio de que o aluno está constantemente interpretando seu mundo e suas experiências. Tais interpretações ocorrem inclusive quando se trata de um fenômeno matemático. São as interpretações dos alunos que constituem o saber matemático "de fato". Muitas vezes o aluno demonstra, através de respostas a exercícios, que, aparentemente, compreendeu algum conceito matemático; porém, uma vez mudado o capítulo de estudo ou algum aspecto do exercício, o aluno nos surpreende com erros inesperados. É a partir do estudo dos

erros cometidos pelos alunos que poderemos compreender as interpretações por eles desenvolvidas.

Entremos em detalhes a respeito de algumas propostas baseados nesta abordagem: o uso de computadores no ensino, em especifico, o *software* Aplusix é um exemplo de proposta de trabalho visando à melhoria do ensino de matemática, segundo uma perspectiva construtivista.

1.3 Uso de *Software* no ensino e aprendizagem

Várias pesquisas têm evidenciado as contribuições do uso de *softwares* para a aprendizagem da Matemática. A utilização adequada de um *software* pode permitir uma melhor compreensão do funcionamento cognitivo do aluno, favorecendo a individualização da aprendizagem e desenvolvendo a autonomia do estudante, o que é fundamental para que a aprendizagem seja significativa. Nessa perspectiva, pretende-se discutir, nesse trabalho, algumas possibilidades de uso desse instrumento, tanto do ponto de vista da aprendizagem, quanto do ponto de vista da prática pedagógica de ensino dos professores de Matemática. Nesse sentido, apontamos, ao longo do trabalho, algumas ferramentas para uma integração significativa da informática na Educação Matemática.

Outra pesquisa é sobre o ensino da álgebra. Observa-se, constantemente, que os alunos têm dificuldades na manipulação de expressões algébricas e que inclusive eles utilizam muitas vezes regras erradas quando “resolvem” um problema, tal como $(a+b)^2 = a^2 + b^2$. O ambiente papel e lápis não oferece ao aluno nenhuma retroação que lhe permita validar seu trabalho. De fato, o aluno necessita sempre da presença do professor para ter certeza se seu trabalho está ou não correto. O Aplusix II tem, como uma de suas funcionalidades, a possibilidade de oferecer ao aluno um meio de validação de seu trabalho sem que o professor obrigatoriamente esteja por perto para orienta-ló, ou seja, nesse *software* o aluno tem um suporte técnico para corrigir seus erros e validar seus acertos. Isso se dá através de uma ferramenta do programa, que veremos mais adiante.

No capítulo dois será apresentado o *software* Aplusix II, procurando-se evidenciar suas principais contribuições para a aprendizagem da matemática,

verificando-se dificuldades e possibilidades de uso no ensino, sob a supervisão de professores da disciplina, e analisando-se, ao mesmo tempo, algumas atividades possíveis de serem desenvolvidas com ele.

2. O *SOFTWARE* APLUSIX

Aplusix II, um *software* direcionado a aprendizagem de álgebra, desenvolvido por uma equipe *Didatic* do laboratório *Leibniz*, em GRENOBLE-FRANÇA, é um programa de fácil utilização pelos usuários, pois permite uma análise em álgebra que facilita o ensino e o aprendizado do aluno.

Além disso, essa teoria é usada em vários estudos como referência para o aprendizado da matemática em sala de aula com o envolvimento do professor, do aluno e o conhecimento matemático. Cabe ao professor, segundo Freitas: “modelo teórico desenvolvido na França por Guy Brousseau (1986), que trata de formas de apresentação, a alunos, do conteúdo matemático, possibilitando melhor compreender o fenômeno da aprendizagem da matemática” (FREITAS, 2008, p. 77).

Em uma pesquisa feita em sala de aula pela professora Renata Siano Gonçalves (2007), fica mais evidente essa utilização, porque nessa pesquisa vários alunos foram observados e avaliados para comprovar se o programa contribui ou não na vida estudantil.

O software Aplusix têm uma versão *demo* para uso acadêmico com 3 meses de duração. Ele pode ser obtido do *site* www.aplusix.com, junto com um código de ativação. A instalação é simples; em seguida, o professor pode-se cadastrar como administrador, fornecendo um login e uma senha. Neste momento, ele também pode cadastrar seus alunos ou grupos de alunos, os quais serão usuários do Aplusix.

Na Figura 1, apresenta-se a tela inicial do *software* APLUSIX II – *Algebra Learning Assistant* (Assistente para o Ensino da Álgebra). Nessa tela, deve-se preencher o *Login* (identificação do usuário) e o *Password* (Senha do usuário), assim que o ambiente do aplusix é liberado.

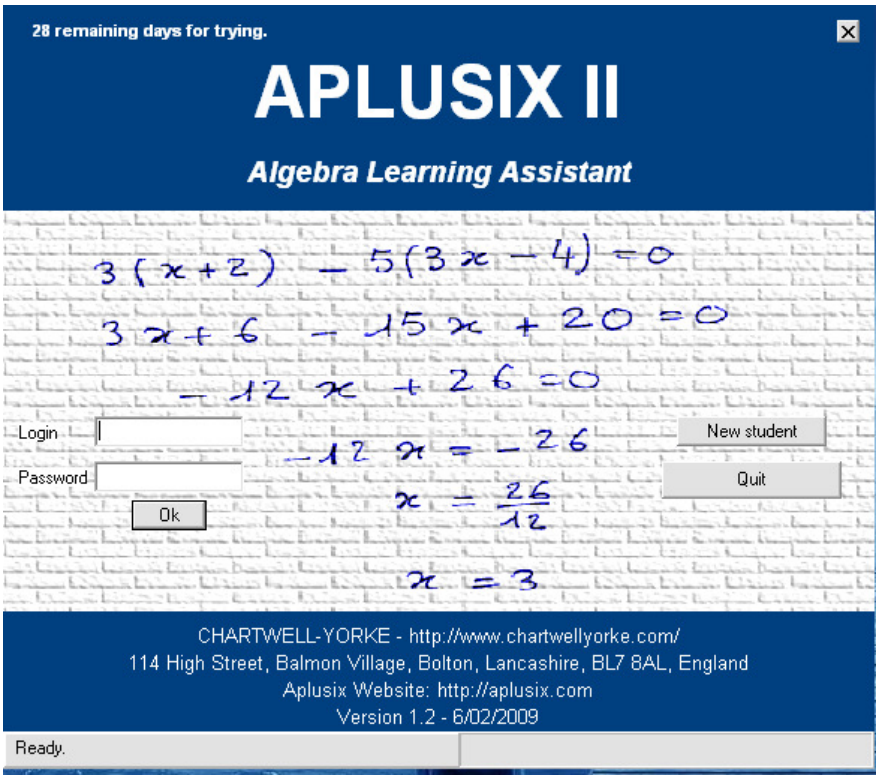


Figura 1: *Login* do *Aplusix*

Aplusix é um programa que tem um sistema chamado de micromundo (Um micromundo é um "sistema que permite simular ou reproduzir um domínio do mundo real e que tem como objetivo abordar e resolver uma classe de problemas" (Bellemain, 2002)), que trabalha dentro da álgebra destinado à realização de cálculos algébricos, que possui um editor avançado de expressões algébricas e de resoluções. Nele, o aluno pode resolver exercícios preparados pelo professor e gravá-los em arquivos, o que é feito automaticamente, a partir do momento em que o aluno começa a trabalhar. A sintaxe utilizada é bastante simples, sendo de fácil familiarização, tanto para alunos quanto para professores.

Além disso, através do programa, o aluno deve ser capaz de entender o que faz e o que diz, além de estar disposto a aprender o conteúdo a ser executado, não deve ser dado, deve ser descoberto, construído a partir de uma ação, de uma experiência vivida, de uma atitude reflexiva, na qual ele possa alcançar níveis mais elaborados de raciocínio.

Essa versão do Aplusix II oferece ao usuário quatro modos diferentes de trabalho: **micromundo, exercícios, lista de exercícios e videocassete**.

2.1 . Micromundo

Após ficar liberado o ambiente de trabalho, a tela do micromundo será a seguinte janela aberta (ver Figura 2).

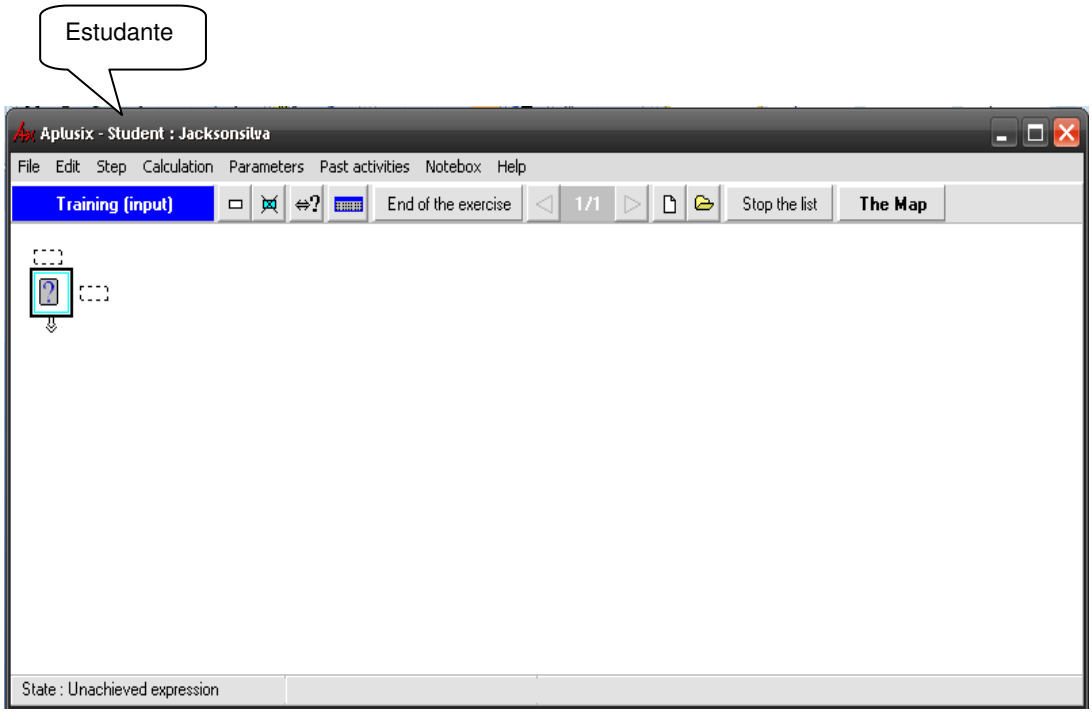


Figura 2: Tela do micromundo do APLUSIX

O micromundo funciona como uma folha de papel em branco, na qual o aluno vai resolver o exercício que quiser até mesmo os exercícios já gravados no programa. Assim, o aluno pode, por exemplo, copiar um exercício do livro e resolvê-lo no computador. A grande vantagem em usar essa ferramenta para realizar esse trabalho está no fato de que aqui o aluno terá retorno imediato sobre seu trabalho, via a verificação automática que o *software* oferece, como veremos mais adiante.

Vejamos a janela que auxilia nas ações que podem ser executadas pelo usuário; ela fica visível na tela com um teclado virtual (ver Figura 3), no qual constam os algarismos, os símbolos das operações, sinais de igualdade e desigualdade, que auxiliam para escrever frações, números com radical, com potência etc. E ainda existe os menus desfazer, refazer, recortar, copiar e colar.

2.1.1 Os comandos básicos do *software* Aplusix

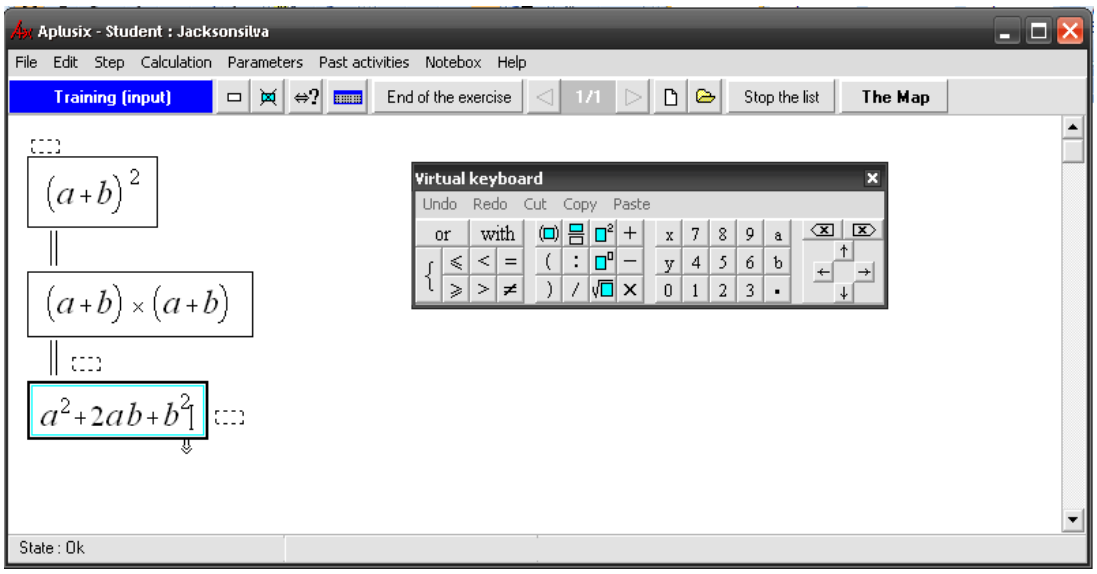


Figura 3: Micromundo sendo utilizado

A versão que iremos apresentar está em Inglês, por isso vamos fazer, inicialmente, a tradução para o Português das palavras que aparecem nos comandos do programa; além disso, faremos a descrição das funções dos vários ícones presentes no Aplusix:

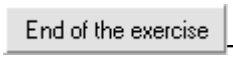
– Treinamento (entrada)

– Apaga a etapa atual (excluir o exercício).

– Deleta etapa subsequente.

– Verifica equivalência.

– Teclado virtual.



– Fim do exercício – conclui o exercício.

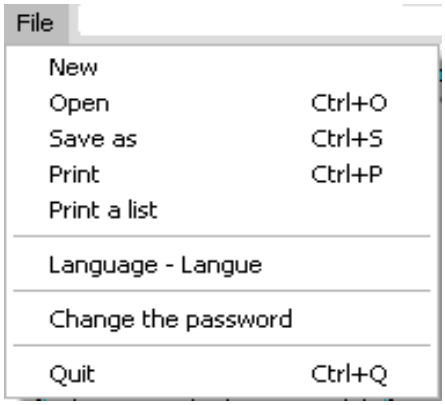
– Parar a lista – finaliza a lista.

– O mapa.

– Permite abrir um arquivo, algum conteúdo, uma página de cálculo, ou um arquivo contendo exercícios/problemas.

– Produz uma nova página em branco.

– Posição na lista.



File = Arquivo.

New = novo.

Open = aberto.

*Save a*s = salvar como.

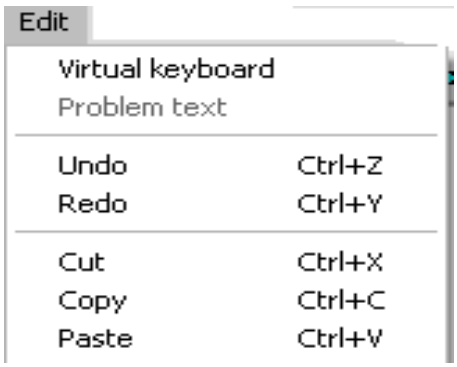
Print = impressão.

Print a list = Imprimir uma lista.

Language = linguagem (idioma).

Change the password = Alterar a senha.

Quit = Sair (parar).



Edit = editar.

Virtual keyboard = Teclado virtual.

Obs: *Problem Text* = Texto problema.

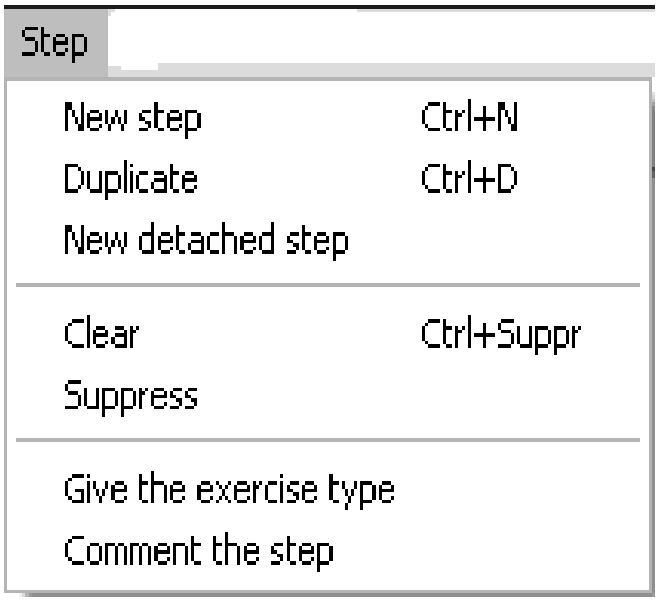
Undo = Desfazer.

Redo = Refazer.

Cut = corte.

Copy = cópia.

Paste = colar.



Step = Etapa.

New step = Nova etapa.

Duplicate = Duplicados.

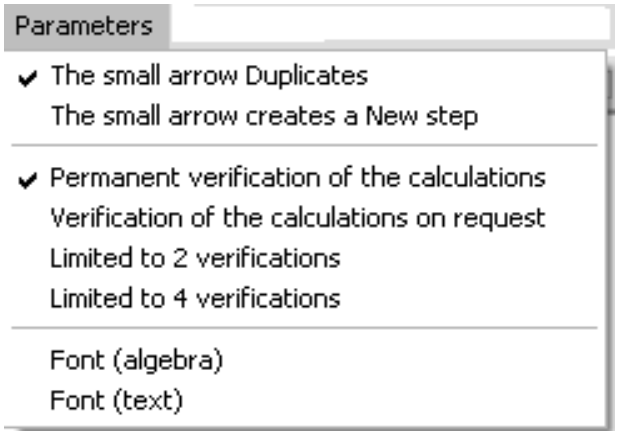
New detached step = nova etapa individual.

Clear = Limpar.

Suppress = Excluir.

Give the exercise type = Dê o tipo de exercício.

Commente the step = Comentário da Etapa.



Parameters = Parâmetros.

The small arrow Duplicates = A pequena seta Duplicatas.

The small arrow creates a new step = A pequena seta cria uma nova etapa.

Permanent verification of the calculations = Verificação contínua dos cálculos.

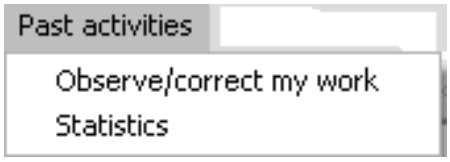
Verification of the calculations on request = Verificação dos cálculos, a pedido.

Limited to 2 verifications = Limitado a duas Verificação.

Limited to 4 verifications = Limitado a quatro Verificação.

Font (algebra) = Fonte (álgebra).

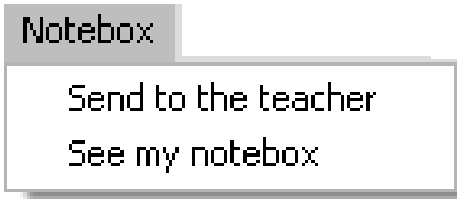
Font (text) = Fonte (texto).



Past activities = Actividades passadas.

Observe/ correct my work = Observar / corrigir o meu trabalho.

Statistics = Estatísticas.



Notebox = Anotações

Send to the teacher = Enviar para o professor.

See my notebox = Ver o meu *notebox.*

Help = Ajuda.

Help = auxiliar.

Search = Pesquisa.

About = Sobre.

WebSite = *WebSite.*

2.1.1.1 As funções do Teclado Virtual

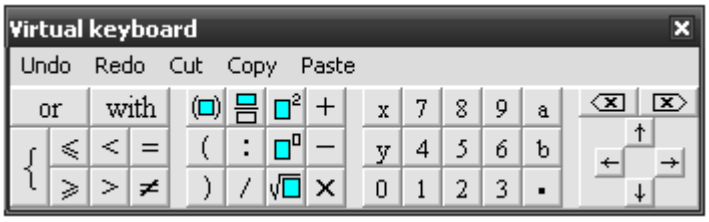


Figura 4: Teclado Virtual

or – Operador lógico « ou ».

with – com.

{ – Chaves à esquerda.

≤ < ≥ > – Operadores de relação de desigualdade.

= ≠ – Sinais de igualdade e diferença.

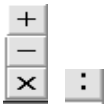
– Fração.

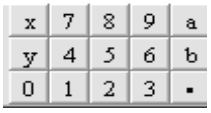
– Barra.

– Raiz quadrada.

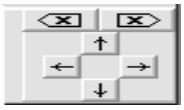
– Potência.

– Quadrado.

 – Sinais.



– Teclado de letras e números.



– Setas para avançar ou retornar.

2.2 Exercícios

O aluno resolverá uma lista de exercícios, previamente, preparada pelo professor. Nesse caso, o professor decidirá sobre os tipos de retroações que deseja tornar disponíveis ao aluno. O professor pode elaborar esses exercícios usando o modo *lista de exercícios*. Para Florisvaldo (2010):

> A resolução de problemas é que impulsiona o processo de ensino e de aprendizagem matemática. Por uma questão técnica o professor tem a responsabilidade de escolher uns bons problemas que deve ser compatível com o nível de conhecimento de cada aluno, pois é o professor quem tem as condições de conhecer a realidade da sala de aula. (2010, pg.4)

Na Figura 5, mostra-se a Tela de Exercícios, onde se digitou a equação $2x - 4 = 0$ na primeira linha. O aluno digitou $x = 4/2$ na segunda linha, e observa-se que as setas ficam equivalentes, na cor branca, indicando que o passo está correto. Na terceira linha, digitou-se $x = 2$; novamente, a equivalência indica que a operação está correta. O aluno finalizou o exercício clicando no botão *End of the exercise*. Na parte inferior da tela, aparece a mensagem *state* OK, avaliando a resposta do

exercício como correta. Se em algum passo o aluno apresenta uma solução incorreta, a seta aparecerá como uma equivalência vermelha marcada com dois traços (conforme a figura) , e ele pode voltar, analisar e corrigir o erro para dar continuidade a seu processo-solução.

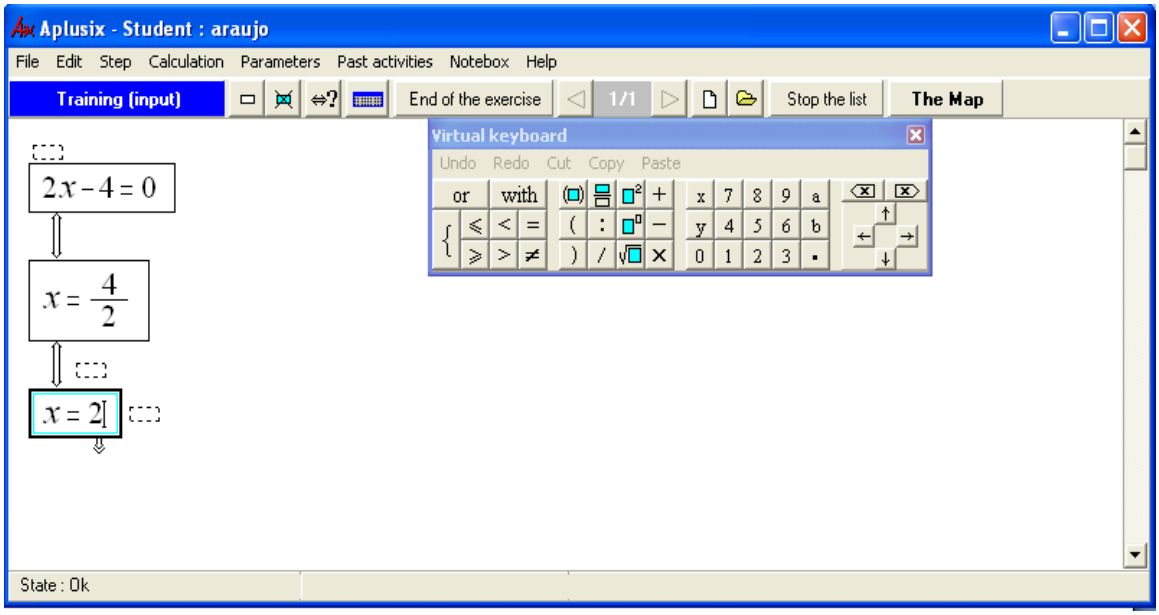


Figura 5: Tela de exercício

2.3 Lista de exercícios:

Nesta função, o professor, dentro do programa Aplusix, pode editar, em forma de arquivo, exercícios para o aluno, conforme a Figura 6. A lista elaborada pelo professor deve ser editada de acordo com o nível desejado do grau de dificuldade. Um tipo de personalização fundamental, tanto para o trabalho do aluno, quanto para o estudo de suas dificuldades, é o tipo de verificação automática a ser disponibilizada quando elaboramos uma lista de exercícios. É possível personalizar o Aplusix de forma que ele mostre a equivalência, ou não equivalência, entre duas etapas consecutivas, além de fornecer indicadores sobre a expressão que o aluno está trabalhando, tais como expressão completamente desenvolvida ou fatorada. Nesse trabalho, centraremos atenção sobre o tipo de verificação automática que

pode ser disponibilizada pelo *software*, pois acreditamos ser essa uma das funcionalidades que mais pode contribuir com o trabalho pedagógico do professor.

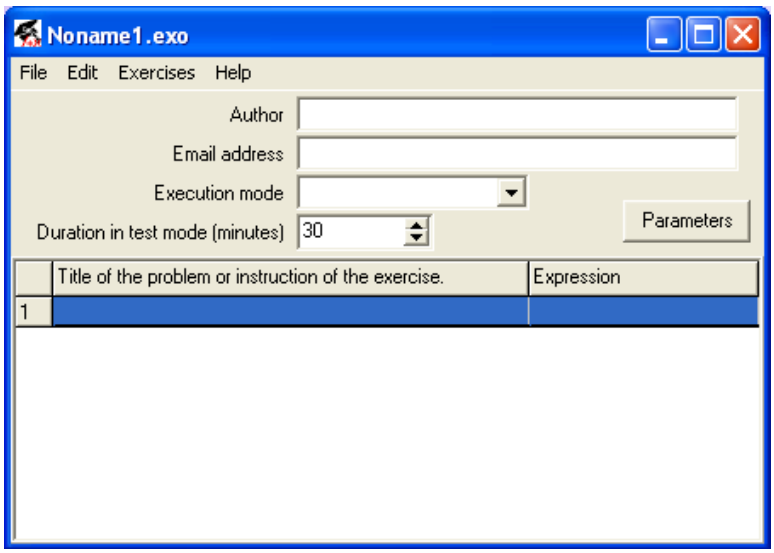


Figura 6: Editar exercícios

No modo Lista de exercícios, o aluno pode efetuar as seguintes ações: o professor edita e arquiva para o aluno uma lista de exercício ou, ainda, pode resolver exercícios do Mapa de testes (Localizado na tela principal do micro mundo), como mostra a Figura 7. Neste mapa de testes, apresentam-se níveis de dificuldades, no quais o professor pode escolher de acordo com o conteúdo que esta sendo estudado em sala de aula. Estes níveis de dificuldades do Aplusix são:

i) *Out of* nível (sem nível ou aleatório). Neste caso, o nível de dificuldade pode ser fácil ou difícil.

ii) *Easy* (fácil). Indicado para os primeiros exercícios de cada tópico e/ou para alunos que ainda não superaram as etapas iniciais ou com problemas de aprendizado.

iii) *Normal* (normal). Neste caso, o exercício utilizado é acessível ao conhecimento do aluno.

iv) *Difficult* (difícil). Indicado para etapas avançadas e para alunos com maior potencial.

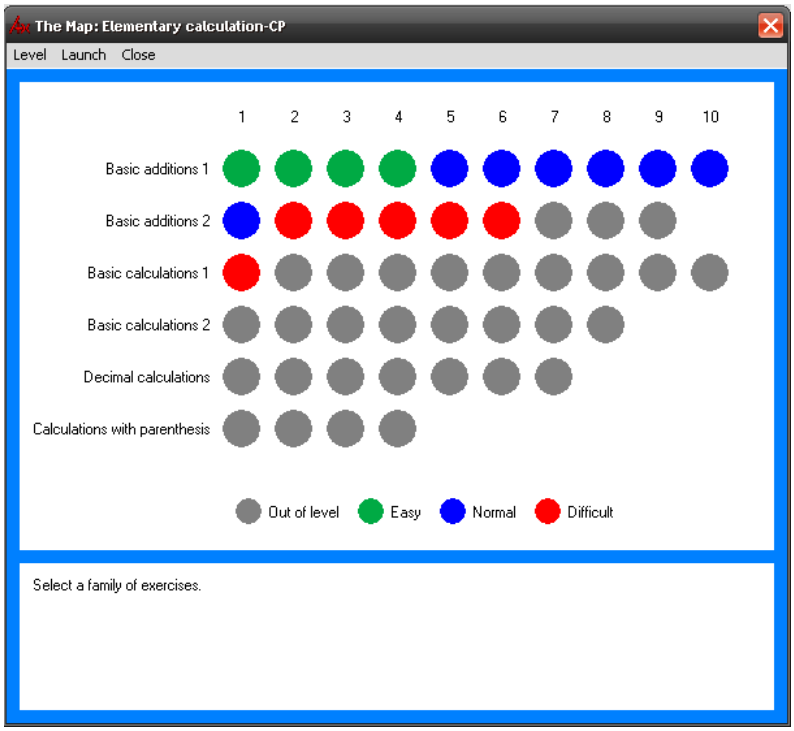


Figura 7: Mapa de exercício

Na Figura 7, mostram-se as opções para Cálculo Elementar (*Elementary Calculation* – CP), com opções de escolha para cálculo básico, cálculo decimal e cálculo com parênteses com vários níveis de dificuldades.

2.3.1 Casos de verificação

O Aplusix também permite que, ao elaborar uma lista de exercícios, se opte por um dos três casos seguintes de verificação:

- **Sem verificação** (desmarcar todas as opções em *Parameters*) – com esse tipo de personalização, o trabalho é realizado como se o aluno estivesse resolvendo o exercício no ambiente papel e lápis. Isso significa que o aluno resolve um problema, mas não tem nenhuma indicação da validade de suas afirmações (ver figura 8). Quando se deseja estudar dificuldades dos alunos, ou suas concepções acerca de um determinado conteúdo, pode-se verificar um teste a ser resolvido pelos alunos sem que eles tenham alguma retroação que lhes indiquem se o que fizeram está correto ou não.

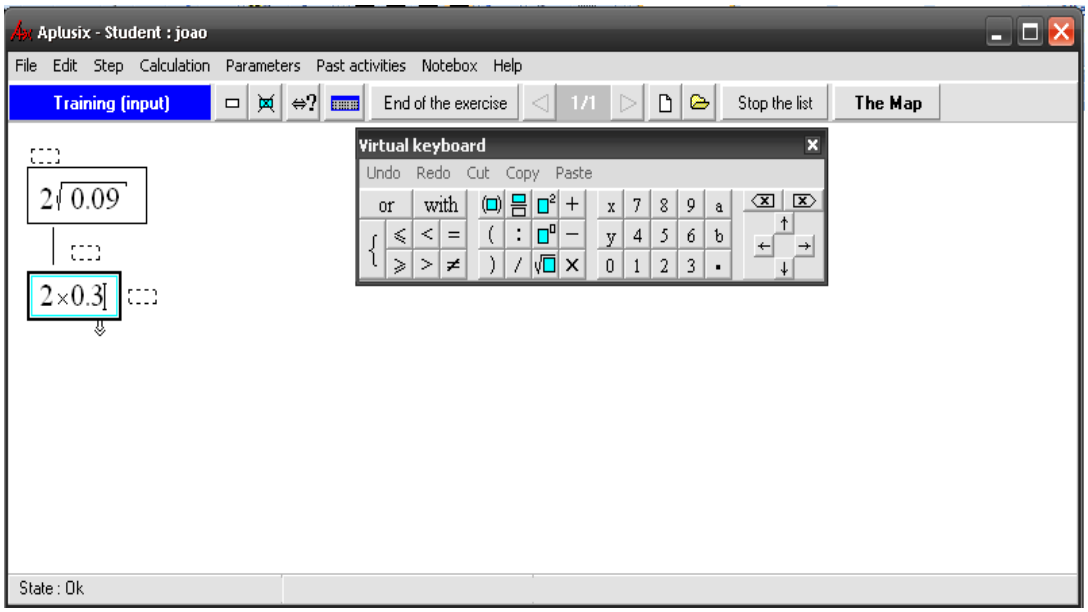


Figura 8: Tela de casos de exercício sem verificação

- **Verificação a pedido** (marcar Permanent verification of the calculations). Nesse modo, o aluno solicita a verificação quando achar necessário. Ele pode resolver e, no final, pedir a verificação, ou mesmo no decorrer do trabalho.

Aqui, o aluno também poderá resolver o exercício passando de uma etapa à outra, mesmo que a anterior não esteja correta. O professor também poderá pedir ao aluno que selecione a opção de verificação em um número fixo de vezes (marcar *Limited to 2 verifications ou Limited to 4 verifications para 2 ou 4 verificações)*. Nesse modo, o aluno é quem decidirá a hora de solicitar a ajuda ao Aplusix.

- **Verificação permanente** (marcar *Verification of the calculations on request)*. Nesse último modo, o sistema indica que, em cada ação realizada pelo usuário, há ou não equivalência entre a etapa precedente e a que ele está trabalhando, conforme a Figura 9. Porém, é importante observar que não será dito ao aluno o que está errado, mas sim que as etapas não são equivalentes, o que permite concluir que “algo” está errado. Assim, o *software* ajuda o aluno a superar suas dificuldades na medida em que ele indicada que o aluno continue a resolver o problema, caso tenha efetuado uma passagem errada. Nesse modo de trabalho, se o aluno realizar um cálculo errado, o *software* lhe indicará a não equivalência entre as etapas, solicitando-o a refazer seus cálculos, de modo a que solução em cada

etapa seja a correta. Porém, com o auxílio do videocassete, poderemos observar que o aluno teve ou não dificuldades em produzir a resposta final.

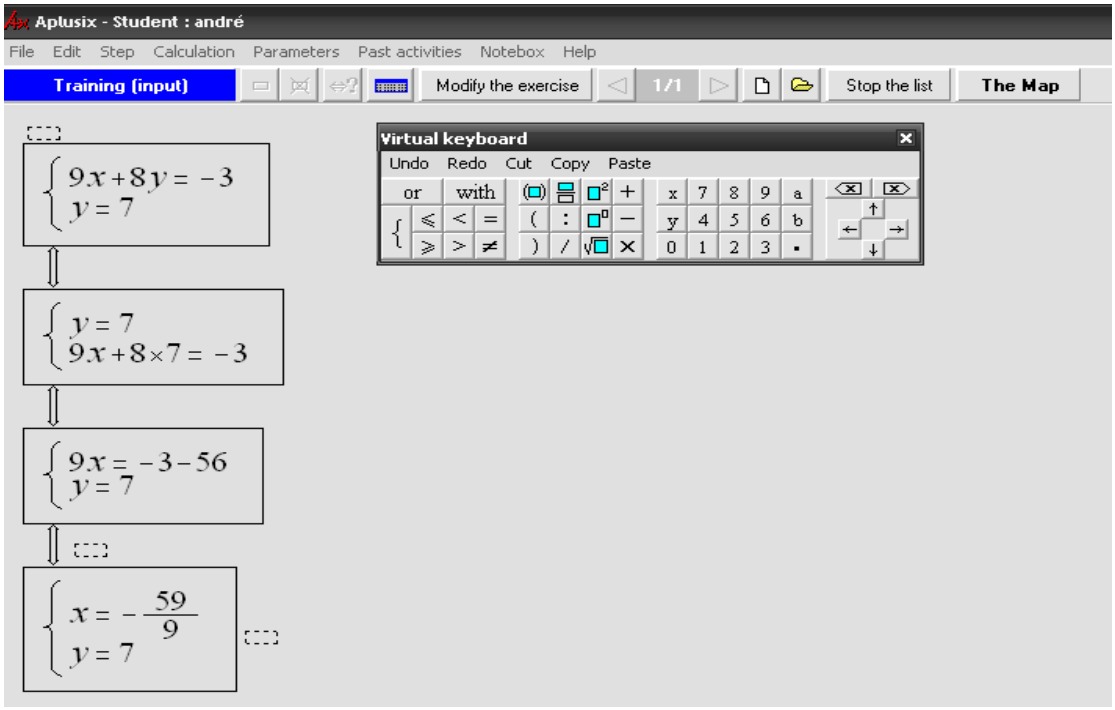


Figura 9: Tela de casos de verificação permanente de exercício

2.4 Videocassete

O modo videocassete (ver Figura 10) permite visualizar todas as ações realizadas pelo aluno durante a resolução do exercício. Quando um aluno resolve um exercício, sua resolução é automaticamente gravada e poderá ser vista pelo professor quando o aluno enviá-la através do menu *Notebox*, na função *Send to the teacher* (Enviar para o professor); isso tudo com a ajuda do videocassete.

Aqui, o importante é observar que todas as ações realizadas pelo aluno, inclusive o que ele apaga e quanto tempo demorou a realizar um cálculo, ficam registradas. Desse modo, tem-se acesso também à parte da componente privada do trabalho do aluno, que não é, no caso, papel e lápis, o que permite um estudo mais detalhado sobre o estado de conhecimento do aluno. Essa funcionalidade do *software* tem sido bastante explorada quando desejamos fazer um trabalho de sondagem com alunos.

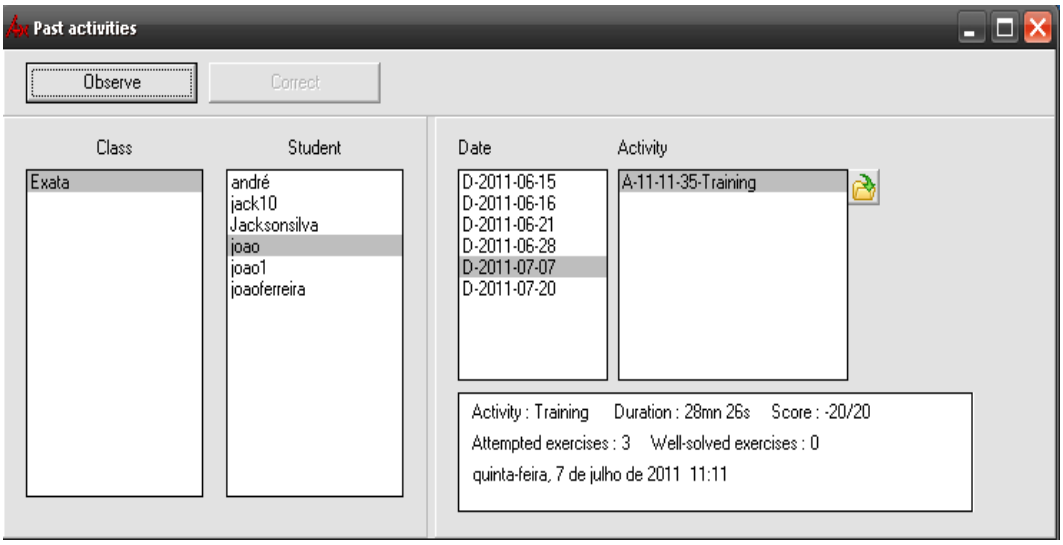


Figura 10: Videocassete

No ambiente papel e lápis, é comum pedirmos que usem caneta, para que não apaguem o que escreveram. Na intenção de se ter acesso à maior parte possível do trabalho do aluno, evitando perder o que, eventualmente, ele decidiria apagar, como tentativas frustradas de resolução do problema proposto, esse modo pode ser utilizado. Porém, nesse caso, o aluno sabe que tudo o que ele escreve será visto por uma terceira pessoa (professor ou pesquisador) e se policiará sobre essa escrita. Assim sendo, se o teste for elaborado para ser resolvido com o Aplusix, o aluno pode trabalhar como quiser, e seu trabalho poderá ser visto, posteriormente, pelo professor. O aluno trabalha assim, de modo mais à vontade, pois quando ele muda de idéia, por exemplo, ele apaga o que estava fazendo e deixa, na tela final, somente o que deseja, mas tudo o que foi feito fica registrado no vídeo do programa. Isso é efetivamente comprovado em experimentações realizadas com Aplusix. Segundo Bittar, "... encontramos alunos que chegam até mesmo a escrever frases expressando o que pensam ("estou cansado", "não estou com vontade",...) o que extrapola inclusive a esfera específica do conhecimento visado."

Além disso, podemos ver quanto tempo o aluno demorou para realizar o exercício. O que também é importante para perceber o grau de dificuldade da atividade.

3. TÓPICOS EM ÁLGEBRA

O objetivo deste capítulo é apresentar conceitos da álgebra em equações e produtos notáveis para serem aplicados nas simulações com Aplusix II. Os conceitos básicos são apresentados de modo que o leitor ou o aluno não familiarizado com estes tópicos possa acompanhar estas simulações.

3.1 Equação

De acordo com Lins e Gimenez (2006), o estudo da resolução de equações evoluiu desde aproximadamente 1700 a.C. com o desenvolvimento de regras eficientes, embora não se tenha desenvolvido nenhuma notação para representar tais regras de maneira geral. Esse momento histórico foi classificado como o da álgebra retórica (apenas palavras). Após 2000 anos, o grego Diofanto (250 d.C.) estabelece uma forma mais reduzida de se escrever equações. Esse momento histórico foi considerado como o da álgebra sincopada (alguma notação especial por meio de palavras abreviadas). Aproximadamente 1400 anos depois, o francês Vieta (1500 d.C.) introduz o cálculo com letras, representando quantidades ou grandezas geométricas. Segundo Lins e Gimenez (2006, p. 91), “cálculo esse que tem suas regras próprias, compatíveis, é claro, com as noções usuais da aritmética e geometria”. Esse momento histórico ficou conhecido como o da fase simbólica da álgebra.

Ao refletirmos um pouco a respeito da importância histórica da álgebra, percebemos que foram vários os esforços dos matemáticos para chegar ao que conhecemos atualmente sobre esse assunto. Pesquisas nesse campo mostram que há dificuldade do aprendiz, durante sua vida estudantil, em assimilar determinados conceitos dentro da álgebra (particularmente a resolução de equações fracionárias). Por entendermos que resolução de equações do 1º grau é um conhecimento inicial, para posterior aprendizagem na resolução das outras equações: equação fracionária e equações do 2º grau. De acordo com a pesquisa que fizemos, tentamos explorar a aprendizagem de resolução de equações e produto notáveis dos alunos convidados,

construída a partir do programa Aplusix, de forma que haja uma melhor compreensão pelos alunos e que essa construção passe por algumas etapas, cujos comentários e análises faremos mais adiante.

Podemos definir uma equação de grau um como toda equação da forma ax + b = 0, onde *x* é chamado de incógnita e *a, b* pertencem ao conjunto dos números Reais e *a* tem que ser diferente de zero. Destacamos, neste trabalho, uma forma de resolução chamada equilíbrio, na qual podemos exemplificar com um exercício feito no curso de aperfeiçoamento para professores de matemática do IMPA, no qual o professor utiliza esse método de resolução.

O professor Morgado do IMPA relata no curso que essa propriedade é decisiva para o aluno a se estudar matemática. Nesse caso, deve-se se ter um cuidado especial ao se apresentar esse assunto aos alunos do ensino fundamental.

Em seguida, ele exemplificou através de um problema, dado no curso, chamado de Fórmula 95, que diz quando uma pessoa pode se aposentar: Somando a idade da pessoa mais os anos trabalhados. Isso tem que dá 95 anos. Vejamos um exemplo disso:

Com que idade se aposentaria uma pessoa que começou a trabalhar com 24 anos?

Analisando os dados da questão:

x: idade na época da aposentadoria;

$x - 24$: número de anos trabalhados. Logo, somando-se os dois dados, a questão ficaria da seguinte forma:

$$x + x - 24 = 95$$

$$2x - 24 = 95$$

Nesse caso, a maioria dos professores ao ensinar para o aluno a forma de resolução da questão, não aplica a propriedade correta da matemática, para ganhar tempo ou ter menos trabalho com alunos. E sim se ensina para o aluno uma regra

pronta sem muito significado, onde se diz: “você deve passar para esse lado, trocando o sinal, se deve trocar pra lá ou pra cá”. Nesse sentido, o professor foge completamente da formalidade matemática. Quando se passa um número de um membro a outro, você está ignorando as regras matemáticas. Para o professor do IMPA, isso é considerado um absurdo. Ele fala que as coisas começam quando nós sabemos os porquês das coisas. O método a ser utilizado pelo professor do IMPA é chamado de equilíbrio.

Mas, voltando à resolução do problema para achar à incógnita x. Devemos somar 24 aos dois membros; logo, 2x – 24 + 24 = 95 + 24. Fazendo-se surgir no primeiro membro da equação os termos simétricos – 24 + 24, os quais, obviamente, anulam-se. Agora, para achar o valor de *x*, basta dividir os dois membros por 2. Ou seja, 2x/2 = 119/2·. O resultado final é x = 59,5.

O professor comenta que, nos dias de hoje, a matemática tem que ser apresentada dessa forma, com justificativa, com uma formalidade técnica e propriedade do assunto.

Pelo que aconselham estudiosos, deve-se lembrar que é essencial a construção do conhecimento em resolver equações. Em um primeiro momento, deve-se entender a essência do objeto e, posteriormente, quando se for utilizá-lo como ferramenta na resolução de problemas, pode-se dispor de um método de resolução que possibilite maior praticidade na busca da solução.

De acordo com Freitas (2002), grande parte dos alunos entra no 1º ano do Ensino Médio não tendo um conhecimento aprofundado sobre resolução de equações do 1º grau. Geralmente, eles resolvem essas equações utilizando apenas o método da transposição. Segundo Freitas (2002, p. 5), “este método pode ser eficiente quando utilizado com significado, ou seja, com clareza à validade dos procedimentos que transformam as equações em outras equivalentes”. Esse procedimento, se aplicado mecanicamente, sem o devido entendimento de equações equivalentes, pode levar o aluno a cometer certos erros.

3.2 Produtos notáveis

Os produtos notáveis aparecem no cálculo algébrico e são produtos de expressões algébricas que possuem uma forma geral para sua resolução. O termo “produto” pode ser o resultado de uma função de multiplicação, e o termo “notável” pode ser definido como “importante”, ou aquilo que se destaca.

3.2.1 O quadrado da soma

Veremos, a seguir, uma forma algébrica de resolver o quadrado da soma:

$$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b).(a+b)\\ &= a^2+ab+ba+b^2 \quad \text{(pela propriedade distributiva)}\\ &= a^2+ab+ab+b^2 \quad \text{(pela propriedade comutativa)}\\ &= a^2+2ab+b^2 \quad \text{(simplificando termos)}\end{aligned}$$

Essa fórmula quer dizer que o quadrado de uma soma de dois termos é igual ao quadrado do primeiro, mais duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo.

3.2.2 O quadrado da diferença

Não muito diferente do quadrado da soma, podemos desenvolver, da mesma forma, o quadrado da diferença, mas não esquecendo o sinal negativo:

$$\begin{aligned}(a-b)^2 &= (a-b).(a-b)\\ &= a^2-ab-ba+b^2 \quad \text{(pela propriedade distributiva)}\\ &= a^2-ab-ab+b^2 \quad \text{(pela propriedade comutativa)}\\ &= a^2-2ab+b^2 \quad \text{(simplificando termos)}\end{aligned}$$

Essa fórmula quer dizer que o quadrado de uma diferença de dois termos é igual ao quadrado do primeiro, menos duas vezes o produto do primeiro pelo segundo, mais o quadrado do segundo.

3.2.3 Diferença entre dois quadrados

Forma de como resolver o produto da soma pela diferença:

$$\begin{aligned}(a+b).(a-b) &= a^2+ab-ba-b^2 \ \text{(pela propriedade distributiva)}\\ &= a^2+ab-ab-b^2 \ \text{(pela propriedade comutativa)}\\ &= a^2-b^2 \ \text{(cancelando termos)}\end{aligned}$$

Isso quer dizer que: o produto da soma pela diferença de dois números é igual ao quadrado do primeiro termo menos o quadrado do segundo termo.

3.2.4 A problemática no ensino da álgebra

Uma das dificuldades que os alunos enfrentam para o aprendizado do conceito de equações, produto da soma e da diferença é entender a representação de números por meios de letras e interpretar a linguagem comum para a linguagem matemática. Ou seja, para o aluno é abstrato substituir um número por uma letra, mas, à medida que você vai desenvolvendo as atividades, no decorrer das aulas, a dificuldade de abstração que eles têm inicialmente, se torna mais compreensível. Eles começam a entender a substituição de números pelas letras, tornando-se mais concreto o aprendizado para eles.

Outro aspecto que deve ser levado em consideração, segundo Booth (1995), é o uso correto das letras. Em aritmética também aparecem letras, porém, de maneira diferente da álgebra. Geralmente a letra aparece como unidade de medida de alguma grandeza escalar; por exemplo: 3m (três metros), 6s (seis segundos), etc. Em álgebra, de acordo com Nogueira (1996), as letras são utilizadas para representar: valores numéricos desconhecidos (incógnitas), os quais serão encontrados por meio da resolução de equações; variáveis que podem assumir qualquer valor dentro de um domínio de validade e em uma representação geral de uma representação particular.

Segundo Booth (1995), esse aspecto é um dos mais importantes da álgebra. Ainda que os alunos saibam interpretar letras como representação de números, existe a tendência de se considerar que as letras representam valores específicos. Talvez isso ocorra pelo fato de que na aritmética os símbolos que representam quantidades sempre assumem valores únicos. Portanto, o aluno tende a tratar esses novos símbolos como faziam para representar quantidades.

4. SIMULAÇÕES COM APLUSIX

4.1 Participantes da pesquisa

Foram escolhidos para participar da pesquisa sete convidados, dos quais quatro são alunos cursando Licenciatura nas de áreas de Ciências Humanas e 3 são alunos cursando o ensino superior em Licenciatura em Matemática. Esta escolha permite comparar o uso do *software* Aplusix por participantes que têm graus diferentes de familiaridade com estes conceitos matemáticos.

Para os convidados de Licenciatura nas de áreas de Ciências Humanas, foram apresentados, inicialmente, os Tópicos em Álgebra do Capítulo 3, com o intuito de lembrarem estes tópicos e suas possíveis dificuldades.

Todos os convidados passaram por um período de treinamento para uso do Aplusix, no qual foram apresentados o objetivo do software, os comandos e as várias ferramentas para serem utilizadas. Detalhes adicionais do treinamento no Aplusix são comentados na seção 4.4.

Após os convidados estarem familiarizados com o Aplusix, resolvemos aplicar uma lista de atividades, elaborada para avaliar a utilização do programa e fazer uma análise das resoluções, e não avaliarmos propriamente os convidados na pesquisa. Em caso de um convidado pedir ajuda no processo do trabalho com Aplusix, ele será incentivado a usar as ferramentas do *software* para testar se o seu raciocínio esta correto.

4.2 Lista de exercícios

Foram apresentadas listas de atividades para os participantes da pesquisa. Aos convidados de Ciências Humanas, foram apresentadas 6 questões, enquanto aos convidados de Matemáticas, além destas questões, foram apresentas mais outras seis questões.

As seguintes questões foram apresentadas aos convidados de Ciências Humanas:

i. Escreva o polinômio da página seguinte na forma $ax^2 + bx + c$.

$$\left(\frac{x}{2}+\frac{1}{3}\right)^2$$

ii. Determine o conjunto solução da equação:

$$3a^2-36=0$$

iii. Determine o valor de *x*:

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=\frac{5}{6}$$

iv. Determine o valor de *n*:

$$3n + 10 = 91$$

v. Determine o valor de *y*:

$$\frac{y}{2}-5=11$$

vi. Determine o valor de *x*:

$$5(x-2)=4-(-2x+1)$$

As atividades adicionais para os convidados de Matemática foram as seguintes:

vii. Calcular o valor da expressão:

$$123456789^2-123456788^2$$

viii. Calcular o valor da expressão:

$$61^2-59^2$$

ix. Resolva para x:

$$3+(x-4)=(x-4)\cdot 3$$

x. Determine o conjunto solução:

$$\frac{x}{x-2}=\frac{3}{x+2}+\frac{x^2+1}{x^2-4}$$

xi. Resolva para x:

$$\frac{1}{2}-\frac{2(x-2)}{3}=1-\frac{x+1}{6}$$

xii. Resolva para x:

$$\frac{2(x-5)}{5}=\frac{3x-2}{2}$$

Observa-se que as atividades aos convidados de Ciências humanas foram expressões algébricas, as quais são descritas a seguir:

No exercício *i*, pede-se para desenvolver o quadrado de um binômio, para analisar o processo-solução dos convidados. Uma possibilidade é que eles desenvolvam como "quadrado do primeiro mais quadrado do segundo, mais o dobro do primeiro pelo segundo", ou escrevendo o quadrado como o produto do binômio por ele mesmo, desenvolvendo-se termo a termo. Este exercício permite ainda analisar se o convidado consegue trabalhar com quadrados e soma de frações.

No exercício *ii*, pede-se para determinar a solução de uma equação quadrática simples. O interessante desta questão é observar se o convidado consegue avaliar a existência de duas soluções, e expressar corretamente o processo-solução. Permite também analisar se o Aplusix indica ao aluno que ele precisa de duas soluções para fechar a solução.

No exercício *iii*, pede-se para determinar o valor de *x* através de uma equação algébrica fracionária. Esse tipo de equação precisa ser resolvido atendendo a algumas restrições, pois não podemos realizar divisões por zero. Nesse caso, o convidado poderia começar a resolução através do mínimo divisor comum (m.m.c.), ou somar os dois membros com – 1/2 para simplificar a equação e resolver a proporcionalidade. Chegando assim na solução final.

No exercício *iv*, pede-se para determinar o valor da incógnita *n*. Essa é uma simples equação de grau um, para a qual uma solução possível é somar -10 aos dois membros e, em seguida, dividir por 3 os dois membros da equação, para chegar na solução final.

O exercício *v* é semelhante ao terceiro exercício, mas com a incógnita no numerador. Vários caminhos podem ser seguidos para obter a solução, como isolar o y/2 e multiplicar por 2, ou, de início, multiplicar todos os membros da equação por dois, para eliminar as frações. O convidado escolhe o caminho a seguir, e cada passo será salvo no Aplusix, para análise posterior.

O exercício *vi* é uma equação de grau um, com utilização de parênteses, na qual o convidado pode usar a propriedade distributiva da multiplicação para eliminar os parênteses, para depois manipular a equação, colocando em evidência a incógnita *x*.

Observa-se que as atividades aos convidados de Ciências Matemática foram cálculos algébricos e expressões algébricas, as que são descritas a seguir:

Nos exercícios vii e viii, pede-se para calcular o valor de uma expressão e como o convidado pode desenvolver esse exercício, através do produto da soma pela diferença de dois termos: Quadrado do primeiro menos o quadrado do segundo. Essa seria a forma de trabalhar essa expressão. Onde os convidados conseguiram lembrar e desenvolver a questão.

No exercício ix), essa é uma equação de grau um simples , na qual o convidado desenvolve para reconhecer um número representado pela letra x. Utilizando a propriedade distributiva da multiplicação ele reduz a uma equação da forma $ax + b = 0$. E pode encontrar o valor da incógnita.

No exercício x), se pede determinar o conjunto solução de x através de uma equação algébrica fracionária. Com incógnita no denominador. Nesse caso o convidado poderia começar a resolução através do mínimo divisor comum (m.m.c). Na qual percebemos que foi uma das dificuldades encontradas pelos convidados, pois eles levaram um determinado tempo para avançar. Aqui o convidado poderia fatorar o termo $x^2 - 4$ em $(x + 2) . (x – 2)$ no denominador. Depois de definir o m.m.c poderiam desenvolver a operação para chegar à solução final.

No exercício xi e xii), para as duas questões pede-se determinar o valor de x através de uma equação algébrica fracionária. Nesses exercícios as incógnitas aparecem apenas nos numeradores. Os convidados para começarem a desenvolver essas questões ele têm que encontrar o m.m.c de cada uma delas. Nesse caso é bem mais simples, pois o m.m.c é só de números, depois se simplifica a equação e resolver a proporcionalidade. Chegando assim nos resultados finais das questões.

4.3 Resumo dos resultados da pesquisa

Nas Tabelas 1 e 2, sintetizamos os resultados. Na primeira coluna, o número da questão; na segunda coluna, a quantidade de alunos que acertaram a atividade; na terceira coluna, o número de alunos que erraram a atividade; na quarta coluna, o número de alunos que não fizeram a atividade e, na quinta, as questões com processo correto, mas a solução incompleta.

Tabela 1. Número de acertos nas 6 primeiras questões para os convidados de Ciências Humanas (C-H) e Matemática (M).

Questão	CERTA		ERRADA		NÃO FEZ		INCOMPLETAS	
	C-H	M	C-H	M	C-H	M	C-H	M
i)	4 (100%)	2 (67%)						1 (33%)
ii)					1 (25%)		3 (75%)	3 (100%)
iii)	4 (100%)	3 (100%)						
iv)	2 (50%)	2 (67%)		1 (33%)	1 (25%)		1 (25%)	
v)	4 (100%)	2 (67%)		1 (33%)				
vi)	3 (75%)	3 100%)			1 (25%)			

Na tabela acima, percebemos que o número de questões certas equivale a 64% do exercício teste.

Observações da Tabela 1:

a) O resultado da questão *i* mostra que os convidados estão em geral familiarizados com a expansão do quadrado de um binômio. Todos os convidados de ciências humanas responderam esta questão; somente um convidado de matemático não completou totalmente esta questão (não simplificou cada termo da expansão).

b) O resultado da questão *ii* mostra que houve dificuldade para fechar a solução. Um convidado de ciências humanas não fez a questão, enquanto todos os outros convidados deixaram incompleta a solução. É interessante observar que os convidados geralmente forneciam uma solução, mas o programa exige que as duas soluções sejam fornecidas. A melhor forma de compatibilizar a solução é fatorar em dois monômios e usar o comando de disjunção (OU) no Aplusix. Os convidados não atentaram para o uso deste comando lógico.

c) Os resultados da questão iii, mostra que os convidados concluíram com 100% de aproveitamento a questão. Aqui colocamos uma equação do 1º grau de forma fracionaria para serem resolvidas pelos alunos. Objetiva-se com isso verificar, se pelo menos em parte, como estão os conhecimentos em resolver equações desse tipo.Todos chegaram à solução desejada.

d) Os resultados da questão iv, mostram que os convidados ao desenvolver uma equação simples do primeiro grau, veio à surpresa, por falta de atenção ou por não lembrarem a solução da mesma, apenas dois alunos de cada grupo resolveu corretamente, um errou, outro não vez e o outro deixou incompleto. Aqui uma das dificuldades encontrada é a mudança de membro. Como se tratava de uma equação simples o monitor não ajudou os convidados da pesquisa.

e) Os resultados da questão v, mostra que no quinto exercício, que mais uma vez colocamos uma equação fracionaria do primeiro grau. Objetiva-se com isso verificar se os convidados conseguem resolver o exercício lembrando-se de tirar o m.m.c. nesse caso. Outra opção foi de transpor o número cinco positivo para o outro membro e desenvolver a questão. Aqui apenas um aluno errou, e os outros conseguiram encontrar a solução do exercício.

f) Os resultados da questão vi, mostra uma expressão algébrica do tipo $a.x + b = 0$. Verificamos se os convidados conseguem utilizar a montagem da equação para encontrar a solução da questão proposta, uma vez que esse conhecimento já foi aprendido por eles, de acordo com o ano escolar em que se encontram. Nesse caso todos da matemática chegaram à solução final e no outro grupo apenas um não fez.

Tabela 2. Número de acertos nas últimas 6 questões para os convidados de Matemática (M).

EXERCÍCIO	CERTA	ERRADA	NÃO FEZ	INCOMPLETAS
vii)	3 (100%)			
viii)	3 (100%)			
ix)	2 (75%)		1 (25%)	
x)	1 (25%)	2 (75%)		
xi)	3 (100%)			
xii)	2 (75%)	1 (25%)		

Na tabela acima, percebemos que o número de questões certas equivale a 83% do exercício teste.

Observações da Tabela 2:

g) Os resultados das questões vii e viii, mostram que tratava de dois quadrado da soma pela diferença de dois termos, os convidados tiveram uma certa dificuldade em desenvolver a vii, pois não conseguiam lembrar que era o método do produto do primeiro menos o segundo. Depois de várias tentativas eles conseguiram e fizeram sem nenhuma dificuldade a viii.

h) Os resultados da questão ix mostram que os convidados conseguiram eliminar os parênteses corretamente e apenas um não conseguiu. Aqui o convidado deveria usar tanto no primeiro membro como no segundo membro a propriedade distributiva da multiplicação e desenvolver a equação para chegar ao valor final.

i) Os resultados da questão x mostraram que os convidados tiveram muitas dificuldades em desenvolver esse tipo de equação, pois uma das dificuldades dos alunos do ensino fundamental e médio é trabalhar essas equações com denominadores tendo incógnitas . Até mesmo alunos do curso de licenciatura em matemática nos anos iniciais têm essa dificuldade. Nesse exercício apenas uma convidado conseguiu finalizar corretamente. Os outros dois até tentaram, mas podemos observa que houve muitas dificuldades por eles e finalizaram incorretamente.

j) Os resultados da questão xi mostram que os convidados conseguiram sem muita dificuldade trabalhar com equações fracionárias, onde os denominadores são somente números. Cada convidado desenvolveu a questão corretamente.

k) Os resultados da questão xii mostram que os convidados conseguiram passar os denominadores de um membro ao outro e em seguida eliminar os parênteses corretamente e achar o valor da incógnita x, e apenas um não conseguiu.

4.4 Análise dos resultados

Durante a pesquisa no Aplusix, utilizamos os modos de operação: aprendizagem e observação. No modo aprendizagem e observação, optamos em configurar o *software* com *verificação permanente* para as lista de exercícios. Deste modo as retroações que ocorrem a cada ação mal sucedida pelo convidado, permitem a este refletir a respeito do caminho correto para achar a solução. É conveniente salientarmos que quando dizemos “ação mal sucedida” estamos nos referindo ao que se espera de uma aprendizagem construtivista: o sujeito aprende adaptando-se a um meio que é fator de dificuldades, contradições e desequilíbrios. Numa reflexão mais pontual, para um aluno conhecer ou lembrar um determinado conceito é aceitável que ocorram erros em suas primeiras ações para chegar à solução do problema proposto.

No inicio da pesquisa, realizou-se se realizou uma breve apresentação dos comandos básicos do programa Aplusix através de conceitos algébricos (equações e produtos notáveis) aos convidados que participaram desta pesquisa. No trabalho

não são apresentados os nomes reais dos convidados, e sim por um nome fantasia, pois o objetivo aqui não é avaliarmos os convidados, e sim verificarmos se o programa tem uma verdadeira contribuição com o ensino e aprendizagem da Matemática nas funções do *software*.

Optamos, inicialmente, em conversar com os convidados sobre o que pretendíamos e aproveitamos para familiarizá-los com os comandos do *software* Aplusix; logo após, eles iniciaram a resolução da lista de atividades da pesquisa. Objetiva-se com isso, verificar a tradução de informações obtidas ao longo dos anos, da linguagem matemática teórica para a linguagem computacional, permitindo observar a funcionalidade do Aplusix no ensino da Matemática.

Era previsto que ocorressem alguns erros; de fato, isto foi verificado observando a gravação do modo *videocassete* do Aplusix. Entretanto, diante da tarja vermelha do Aplusix (o que indica a existência de um erro), os convidados perceberam os erros cometidos e logo analisaram qual era o processo correto para corrigir este passo. Quando o convidado levantava a tarja vermelha, dava início ao próximo passo de seu processo-solução, mas se observou que outros convidados ficaram estagnados em alguns exercícios.

A seguir, apresentamos alguns resultados da análise de atividades correspondentes aos exercícios com a utilização do programa Aplusix em Álgebra.

a) <u>Sara no exercício *iv*</u>. Na Figura 11, mostra-se a resolução do exercício *iv* pelo convidado com codinome Sara.

Na Figura 11, mostra-se a resolução do exercício *iv* pela convidada com codinome Sara. Ela iniciou, corretamente, os dois primeiros passos, fez transposição de termos no primeiro passo e simplificou os termos do lado direito no segundo passo. No terceiro passo, a dificuldade encontrada é de transpor o número três na equação 3n = 81. Uma vez detectada a tarja vermelha, Sara inicia o processo de identificar o erro cometido. Para isto, o Aplusix permite voltar e modificar o processo-solução.

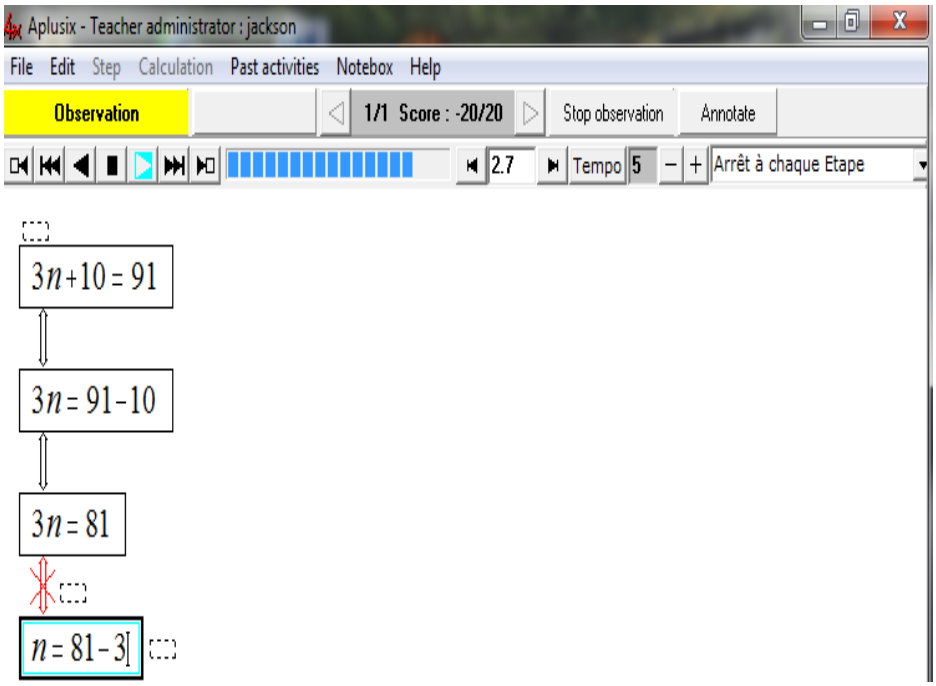


Figura 11: Sara no exercício iv.

Na Figura 12, observa-se a primeira tentativa de corrigir o erro. Ela elimina o terceiro passo, no qual a tarja vermelha aparece indicando que o passo está errado; em seguida, ela torna a passar o três negativo (similar é observado na Figura 11), mas a passagem do termo continua incorreta. Depois de duas tentativas de passar o número três negativo, ela agora passa o três multiplicando (conforme Figura 12). Sara observa a tarja vermelha, indicando que seu processo continua errado.

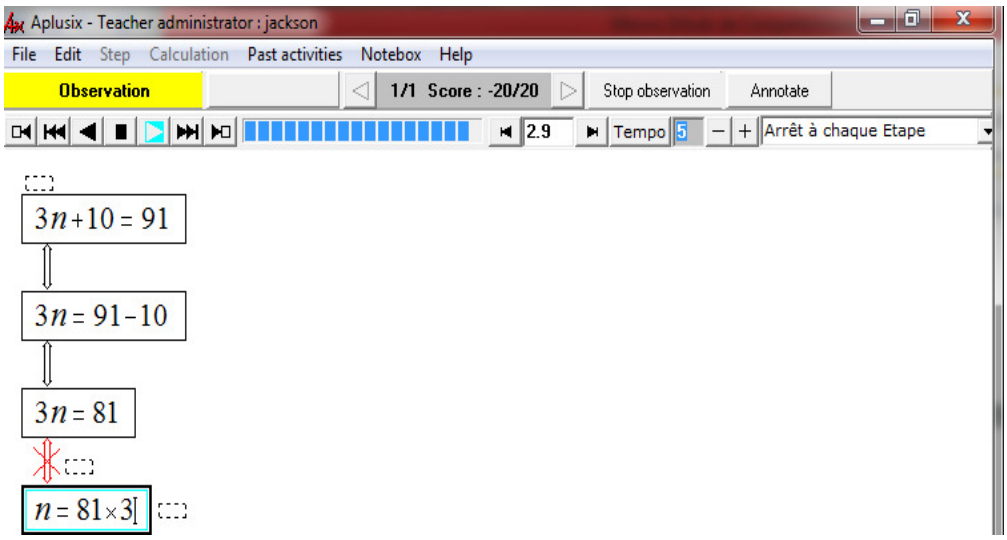


Figura 12. Sara corrigindo o exercício iv.

Nesse caso, a convidada ficou sem saber como finalizar a questão, conforme a Figura 13; mas, como a questão estava programada com verificação permanente, o exercício acusa que, para avançar ao próximo passo, tem que haver a correção. E como ela não consegue avançar, a convidada desiste e finaliza a questão.

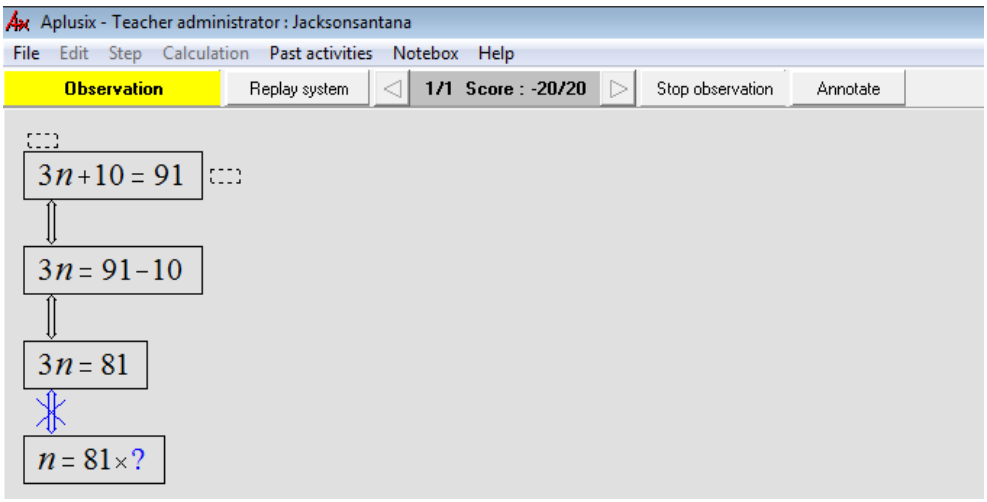


Figura 13. Nova correção e desistência de Sara no exercício iv.

Podemos concluir que, com auxilio do videocassete, o professor pode visualizar o passo a passo do aluno, podendo corrigi-lo e acompanha-ló mais facilmente em sala de aula, com suas dificuldades.

b) **<u>Sara no exercício *vi*</u>**. Na Figura 14, apresenta-se a resolução de Sara no exercício vi.

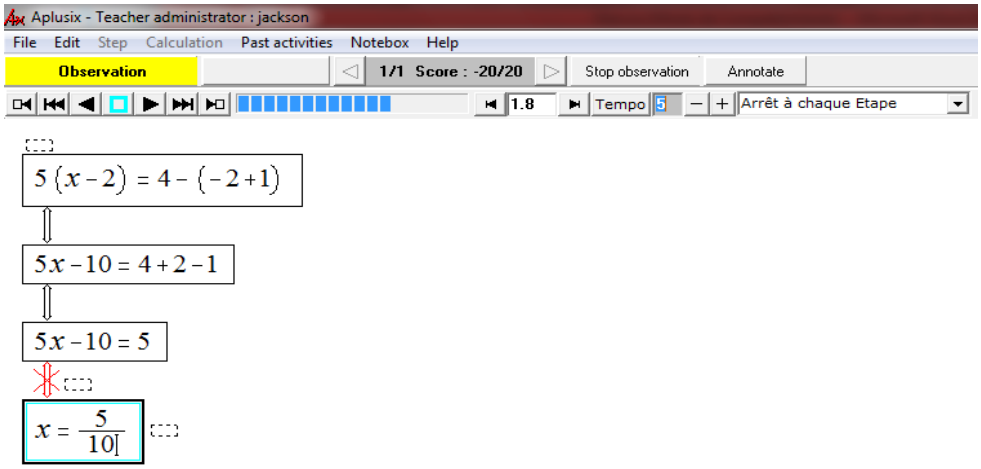


Figura 14. Sara no exercício vi.

Podemos observar, na Figura 14, que Sara inicia o exercício corretamente, utilizando a propriedade distributiva da multiplicação no primeiro passo; no segundo passo; ela calculou, no 2º membro, a parte numérica. Já no terceiro passo, houve um erro na hora de isolar a incógnita *x*, e só foi possível verificar esse erro através do modo videocassete do programa Aplusix, pois, quando a convidada visualiza a tarja vermelha, logo em seguida, ela tem a oportunidade de apagar e corrigir.

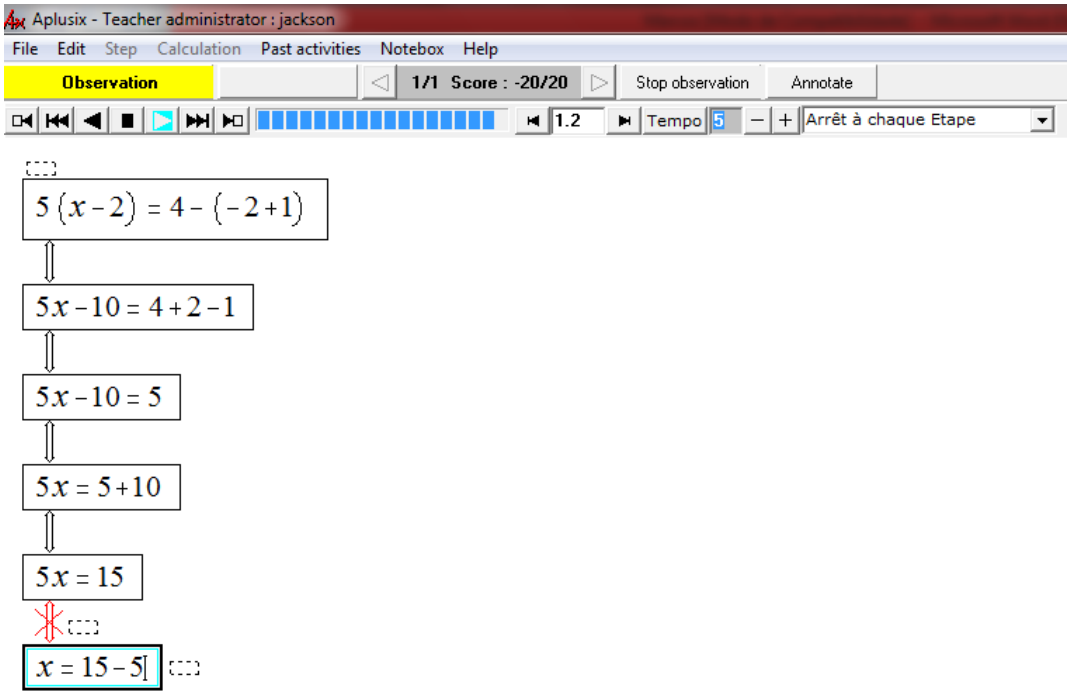


Figura 15. Correção de Sara no exercício vi.

A convidada pode voltar e corrigir o erro (ver Figura 15); entretanto, no quinto passo, ela volta a errar novamente. Dessa vez, ela passa para o segundo membro, pelo método da transposição, o número cinco subtraindo, em vez de dividindo. Novamente, a tarja vermelha aparece para indicar o erro matemático da convidada .

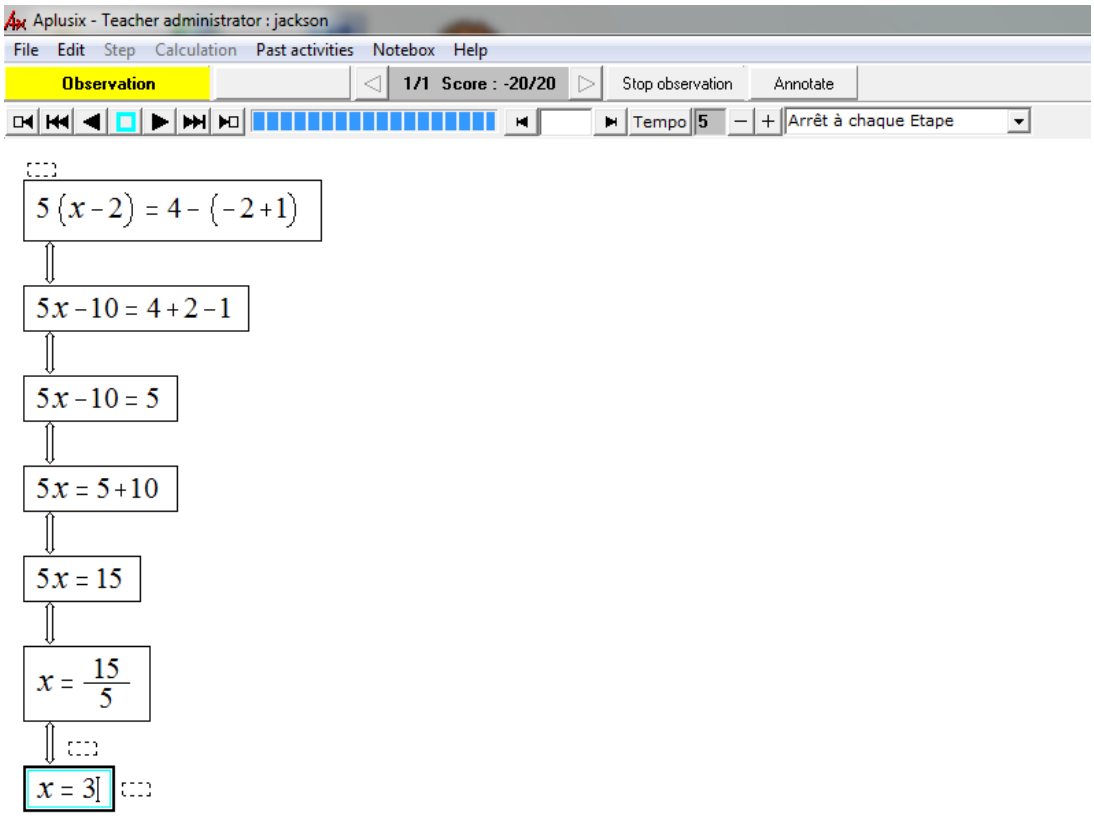


Figura 16. Solução correta de Sara no exercício vi.

A convidada pensa volta e refaz, novamente, a troca de membro. Dessa vez, a transposição é feita corretamente, e o aluno consegue finalizar (Ver Figura 16) corretamente a questão.

c) Sara no Exercício *v*. Na Figura 17, apresenta-se a solução de Sara no exercício v. Observa-se que Sara desenvolveu corretamente este exercício usando, corretamente, as propriedades matemáticas. No primeiro passo, ela usou o m.m.c. corretamente. No segundo passo, multiplicou ambos os membros pelo número 2, permitindo eliminar as frações no problema. Nos próximos passos, ela usou as propriedades de equilíbrio, fechando corretamente a questão. Diferente do papel e lápis, o programa Aplusix (ver Figura 17) dá a oportunidade, ao aluno, de finalizar corretamente o exercício, e, ao professor, de visualizar o passo a passo do aluno, ajudando-o em suas dificuldades.

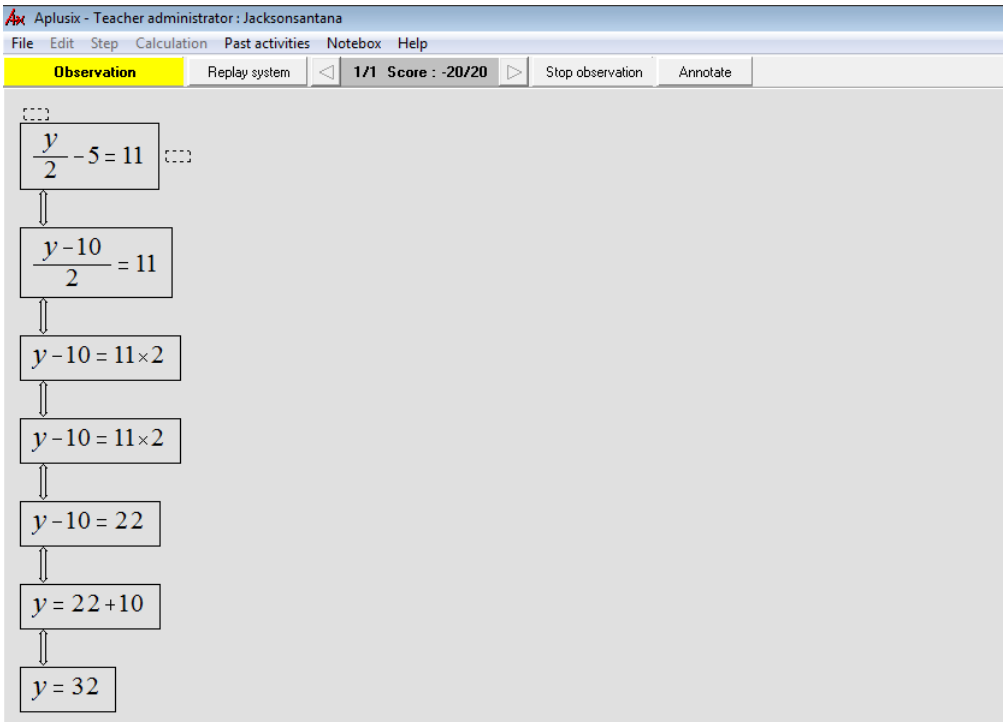


Figura 17. Sara no exercício v.

d) **<u>Marcos no Exercício *x*</u>**. Na Figura 18, mostra-se a resolução do exercício *x* pelo convidado com codinome Marcos.

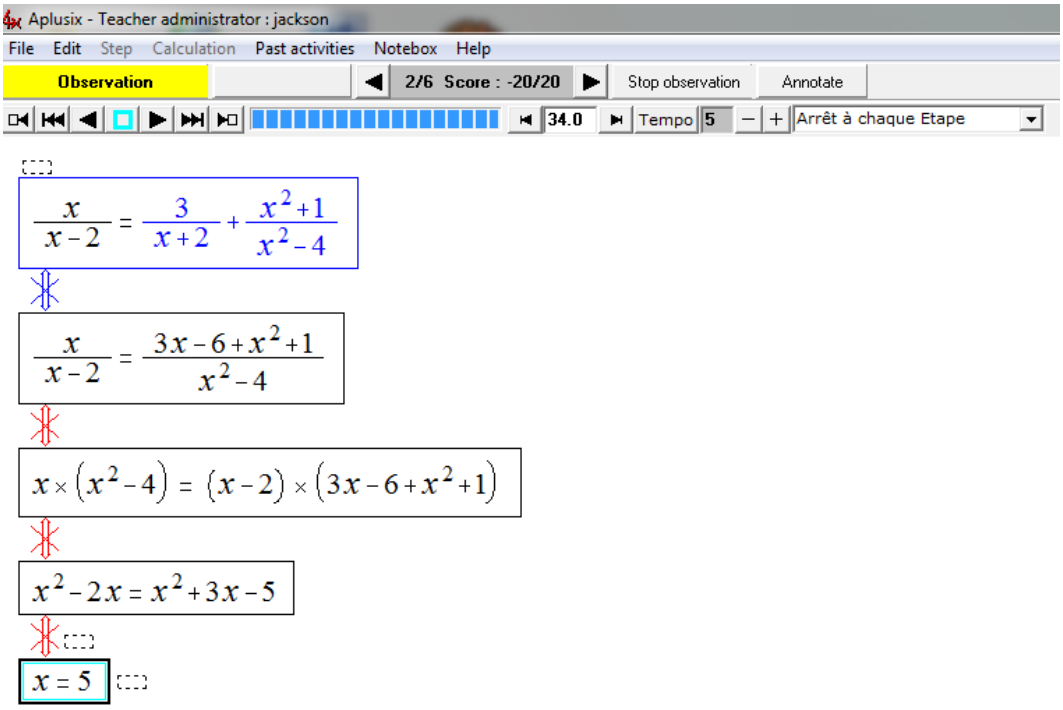


Figura 18. Marcos no exercício x.

Observa-se, na Figura 18, que Marcos fez corretamente o primeiro passo, usando o m.m.c., embora não apareça, explicitamente, o processo. Uma tarja azul é observada. Esclarecemos que a tarja azul não significa erro, e sim uma incompatibilidade na leitura do Aplusix. No passo 2, Marcos iguala, corretamente, o produto de extremos igual ao produto dos meios, entretanto, o Aplusix coloca uma tarja vermelha. Realizamos, por fora, simulações e identificamos que o Aplusix aceita m.m.c. dos polinômios ou o equilíbrio, multiplicando, pelo produto $(x^2-4)(x-2)$, ambos os membros da equação. Em geral, como o processo é educativo, o Aplusix sempre considera correto quando se trabalha a equação algébrica passo a paso, usando corretamente as propriedades matemáticas. Consideramos que a tarja vermelha, para este passo, possa ser superada nas próximas versões do Aplusix. Voltando à Figura 18, observa-se que os passos 3 e 4 estão incorretos. Curiosamente, a solução de Marcos é correta, entretanto, o passo 3 é incorreto, o que invalida sua resposta.

e) <u>Marcos no Exercício *ii*.</u> Na Figura 19, apresenta-se o exercício desenvolvido por Marcos.

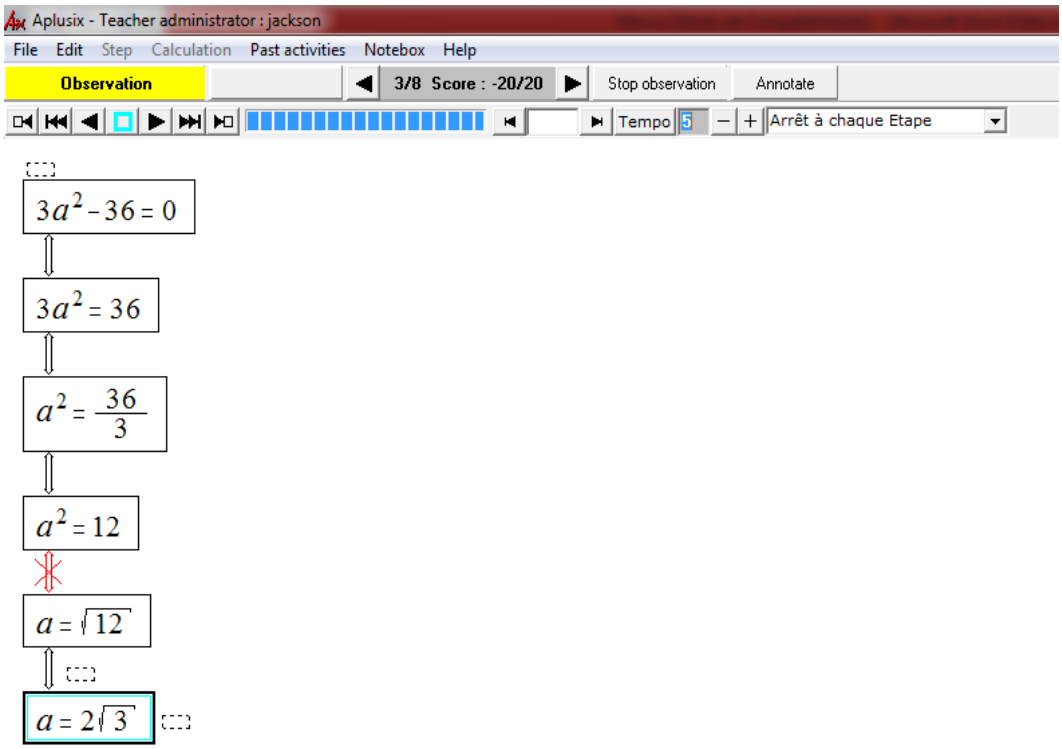


Figura 19. Marcos no exercício ii.

Nas Figuras 19 e 20, todos os convidados não conseguiram finalizar, corretamente, as questões, deixando-as incompletas, pois essa foi uma questão que o programa Aplusix não aceitou somente uma solução, e sim dever-se-ia trabalhar em duas soluções reais (Observar no item 4.2 analise ii). As figuras mostram que, quando se chega ao terceiro passo, se o aluno não optar por uma resolução de duas soluções, ele não consegue avançar, pois o programa acusa que o passo não é equivalente, aparecendo a tarja vermelha. Aqui, o aluno precisa está mais familiarizado com as propriedades matemáticas e conceitos formais dessa ciência exata.

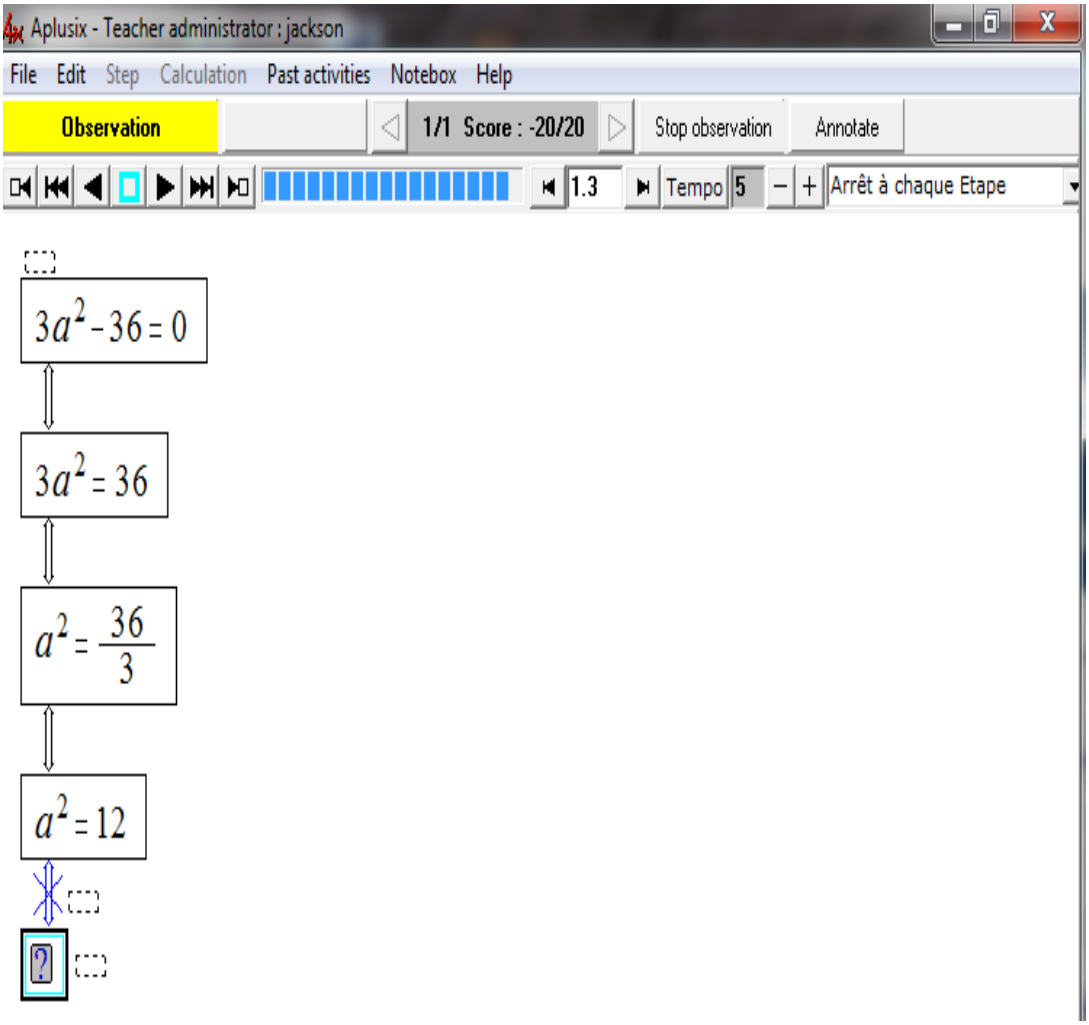


Figura 20. Sara no exercício ii.

f) **<u>Araújo no exercício *vi*</u>.** Na Figura 21, mostra-se a resolução do exercício *vi* pelo convidado com codinome Araújo.

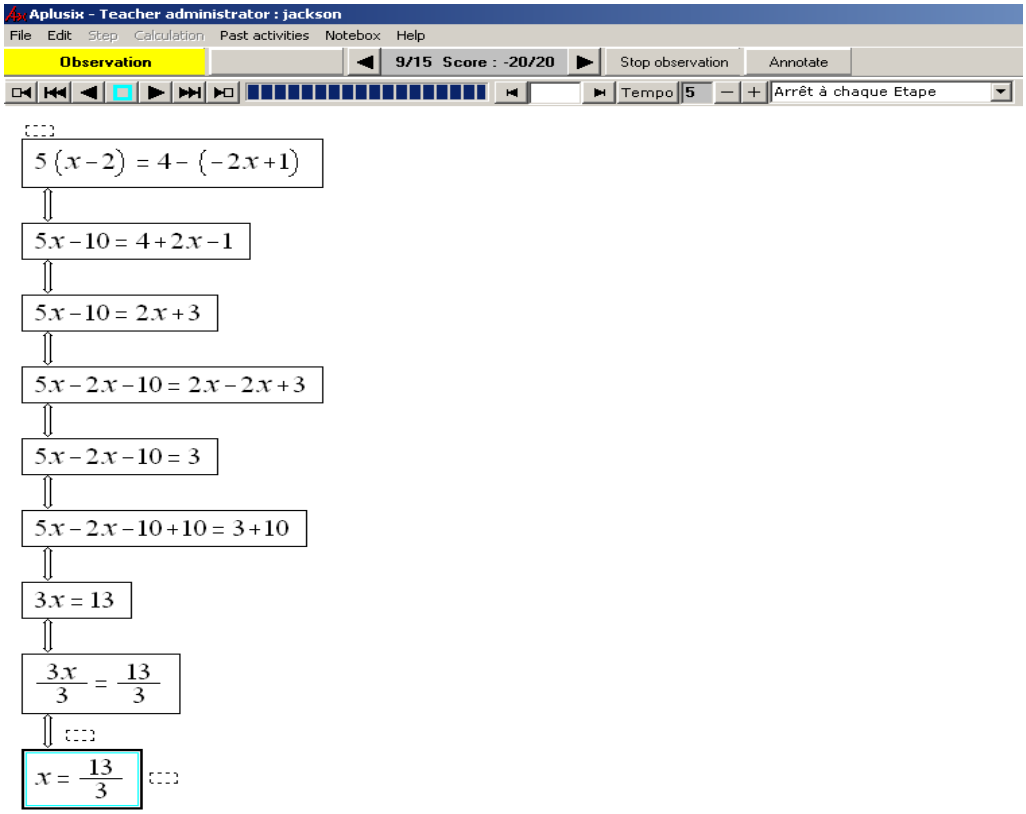


Figura 21. Araújo no exercício vi.

Nesse exercício, o aluno, além de resolver a questão corretamente (ver Figura 21), optou pela forma de resolução por equilíbrio. Dessa forma, vamos ilustrar como resolver a equação acima usando as operações de equilíbrio. O objetivo é descobrir o valor de *x* que satisfaça esta equação. Primeiramente, deve-se utilizar a propriedade distributiva da multiplicação e depois fazer o jogo de sinal no segundo membro. Em seguida, ele elimina o termo 2*x* do segundo membro. Para isso, basta adicionar – 2x aos dois membros da equação. Deste modo, a operação "subtrair 2x – 2x" é simétrica e é eliminada quando se simplifica a equação, obtendo-se 5x - 2x – 10 = 3. Agora, soma-se, aos dois membros, 10, simplificando-se ainda mais. Divide-se os dois membros desta última equação por 3. Obtendo-se o resultado final x = 13/3. Dependendo do nível de capacidade dos alunos, e para incentivar o desenvolvimento de uma noção mais sofisticada dos números, veremos mais duas resoluções que contemplam essa forma de equilíbrio (Figura 22 e 23).

g) <u>Araújo no exercício *ix*.</u> Na Figura 22, apresenta-se o exercício desenvolvido por Araújo.

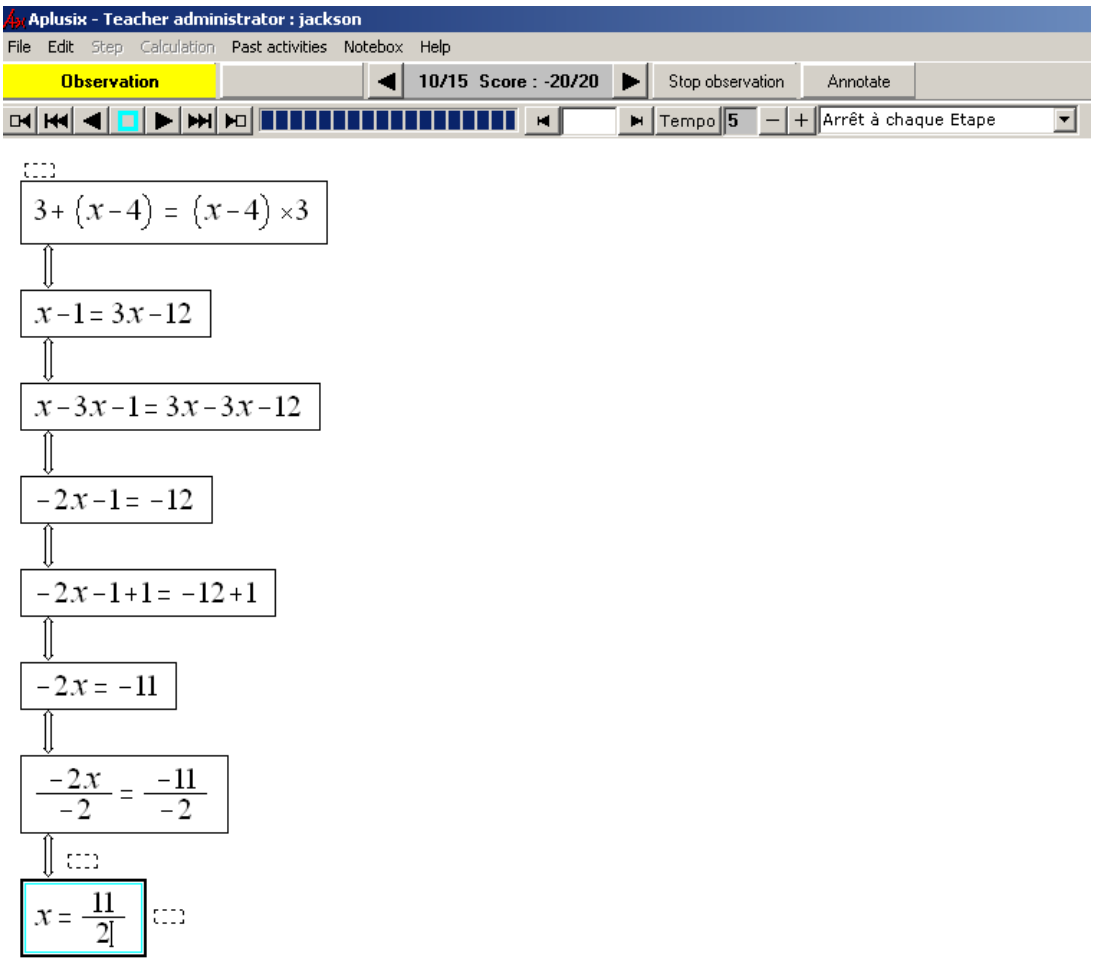


Figura 22. Araújo no exercício ix.

No exercício da Figura 22, o convidado deverá encontrar o valor da incógnita *x* desconhecida. O primeiro passo que ele apresentou foi de eliminar os parênteses; em seguida, ele adiciona –3x aos dois membros, para eliminar o 3x do segundo membro. Feito esse passo, ele elimina o –1 do primeiro membro, adicionando +1 nos dois membros. Daí, ele chega à igualdade –2x = –11. No sétimo passo, ele dividiu por – 2 em ambos os lados; logo, o resultado desconhecido é encontrado. Essa é uma propriedade matemática que muitos professores infelizmente não ensinam aos seus alunos, pois ela formaliza esse processo de ensino e aprendizagem.

h) <u>Araújo no Exercício *xii*.</u> Na Figura 23, apresenta-se o exercício desenvolvido por Araújo.

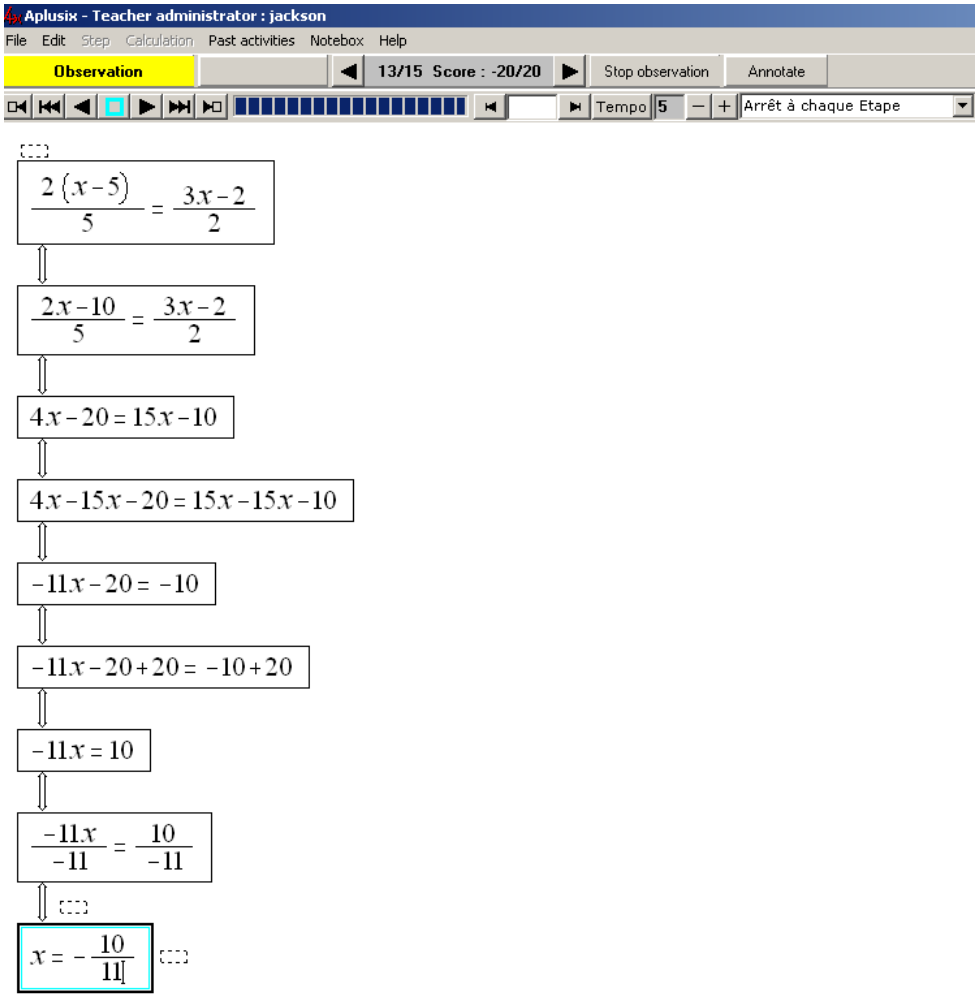


Figura 23. Araújo no exercício xii.

De acordo com exercício da Figura 23, o convidado resolveu a questão pela forma de equilíbrio. Essa é uma propriedade matemática menos utilizada em sala de aula. Mas, podemos ver, na Figura 23, que o convidado, no primeiro passo, elimina o parêntese do primeiro membro; no segundo passo, ele utiliza a proporcionalidade dos meios pelos aos extremos. No terceiro passo, ele adiciona – 15x aos dois membros para eliminar o + 15x do segundo membro. Feito isso, ele, no quarto passo, adiciona +20 nos dois membros, para eliminar o – 20 do primeiro membro. Logo, chega na igualdade de – 11x = 10. Depois é só dividir por – 11 os dois membros, e resultado final ficou: x = –10/11.

Vimos, com esses exemplos (ver Figuras 21,22 e 23), que o método de resolução comentada contempla uma melhor compreensão do significado da solução de equações. Porém, o método de resolução contemplado com maior freqüência nos livros didáticos é o da operação de equilíbrio. No entanto, de acordo com Freitas (2002), esse método é rapidamente transformado no método da transposição de termos, o qual se constitui na transposição de todos os termos independentes para o segundo membro da equação e dos termos dependentes para o primeiro membro desta. A cada troca de membro, deve-se inverter a operação cujo termo transposto está ligado aos demais. Apesar de gerar erros na troca de membro, em termos de praticidade, esta técnica se apresenta bastante eficiente; porém, de acordo com Bernard e Cohen (1995), antes, pelo menos para alunos iniciantes desse assunto, deve-se fazer um trabalho de compreensão do significado de equilíbrio, adjacente ao significado de equação. A seguir na Figura 24, veremos um exercício, feito em nossa experiência, que demonstra um erro na transposição.

i) <u>João no Exercício *v*</u>. Na Figura 24, mostra-se a resolução do exercício *v* pelo convidado com codinome João.

Figura 24. João no exercício v.

Na Figura 24, o convidado ao efetuar a transposição de um termo, sem alterar o sinal da operação. Ele acaba alterando, indevidamente, e o resultado, assim que fez a transposição, fica incorreto. Certos estudos mostram que, em geral,

os estudantes aprendem a resolver equações de forma mecânica, usando um algoritmo que consiste em “muda de lado – muda sinal”, sem o menor entendimento do significado de se fazer isso.

j) <u>João no Exercício *xii*</u>*.* Na Figura 25, apresenta-se o exercício desenvolvido por João.

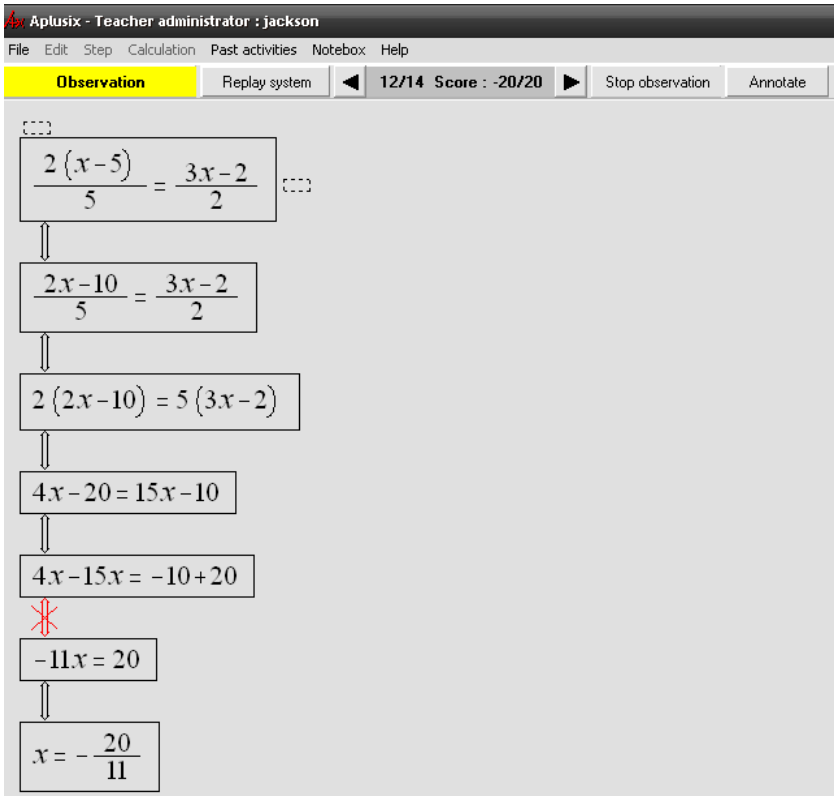


Figura 25. João no exercício xii.

Na Figura 25, o convidado até fez a transposição corretamente, mas, ao desenvolver a operação, ele errou no jogo de sinal, que é outra dificuldade normalmente encontrada nas resoluções de exercícios e provas na sala de aula.

5. Conclusões e Considerações Finais

Neste Trabalho de Conclusão de Curso, apresentamos uma pesquisa sobre o Aplusix II como uma ferramenta apropriada de ensino-aprendizagem.

O Aplusix II é um *software* educativo para o ensino da Álgebra, com versões, em Francês, Espanhol e Inglês, prontas. Uma versão em Português já está sendo desenvolvida. Para facilitar o uso da versão em Inglês, foi feita a tradução do significado de cada comando para o Português. Assim, enquanto a versão em Português ainda não estiver pronta, o professor e/ou aluno não familiarizado com o Inglês pode consultar este trabalho para usar o Aplusix. A versão usada neste trabalho é uma versão gratuita para fins educativos com um período finito de uso.

Dos modos de trabalho do Aplusix, destacamos o modo vídeocassete, o qual permite monitorar, passo a passo, o trabalho dos alunos. Mesmo que o aluno finalize seu trabalho e apresente uma versão final sem erros, o professor pode refazer cada um dos passos do aluno e analisar se, no transcurso da solução, ele cometeu erros, e como ele levantou estes erros até chegar à solução correta. O trabalho do aluno em álgebra, sem o acompanhamento direto do professor, como quando o aluno trabalha em casa, é facilitado com esta ferramenta computacional. No modo vídeo cassete *observação*, o professor pode observar se cada passo é correto.

A análise da pesquisa com os convidados mostra que o Aplusix considera como sucesso cada passo que segue as propriedades matemáticas. Ao resolver uma equação quadrática com duas raízes reais, os convidados não conseguiram fechar a questão. Eles consideravam somente uma raiz real como resposta, e observavam que o Aplusix acusava erro. Várias tentativas foram observadas pelos convidados para levantar o erro; entretanto, simulações feitas, *a posteriori*, mostraram que o Aplusix considera certa a solução, se lhe são fornecidas as duas raízes reais. Isto obriga ao aluno a fundamentar melhor seu processo-solução e observar que ele pode decompor $x^2 = 12$ como um produto de monômios.

Diante do avanço tecnológico, observa-se um grande investimento em computadores para as Escolas Públicas com acesso à internet. Entretanto, os alunos ficam entusiasmados com o uso das redes sociais e, por isso, pouco uso é

dado ao computador como ferramenta educacional. Muitos defendem que o computador é importante como ferramenta de pesquisa pelo aluno. Esta afirmação já é questionada, pois está levando ao aluno a expertise em copiar e colar os assuntos sem a mínima reflexão do que está apresentando. Observa-se, neste trabalho, que o Aplusix é um *software* que dá, realmente, significado positivo ao uso de computador no ensino e aprendizagem da álgebra na escola. Se de um lado, o aluno é confrontado num ambiente em que pode testar suas decisões sem medo de errar, noutro, permite ao professor acompanhar a evolução do aluno ou identificar aqueles com problemas mais severos de aprendizado. Nossos alunos devem ser preparados para o uso adequado das tecnologias, permitindo que aprimorem o discernimento e a capacidade de tomada de decisões. O professor é um nexo importante para esta transferência de conhecimento, mas deve ser preparado para o uso das novas tecnologias.

Às portas de ser decretado o fim do quadro branco, do giz, pincel e papel em sala de aula, *softwares* educativos como o Aplusix têm relevância no futuro do ensino, pela sua capacidade de interagir, educar e aprimorar o conhecimento em Álgebra. Outros *softwares* devem ser desenvolvidos para outras áreas do conhecimento, na mesma linha do Aplusix, para garantir o uso correto das novas tecnologias.

Referências:

BITTAR, Marilena; CHAACHOUA, Hamid; NICAUD, Jean-François. Determinação automática de concepções de alunos em álgebra. Série-estudos, Campo Grande, 2005.

BITTAR, M. e CHAACHOUA, H.. Aplusix: um *Software* para o Ensino da Álgebra Elementar. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM. Recife – PE, 2004.

BURIGATO, Sonia Maria Monteiro da Silva. Estudo de Dificuldades na prendizagem da Fatoração nos Ambientes: Papel e Lápis e no *Software* Aplusix. Dissertação de Mestrado, Centro de Ciências Sociais e Humanas - PPGEDU - Mestrado, UFMS. Campo Grande: 2007. Orientador: Marilena Bittar

FREITAS, José Luiz Magalhães de. Teoria das Situações Didáticas. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). Educação Matemática Uma (nova) Introdução. 3.ed.rev. São Paulo: Educ, 2008.

FREITAS, M. A. de. Equação do 1º grau: métodos de resolução e análise de erros no Ensino Médio. Dissertação de Mestrado. PUC. São Paulo – SP, 2007.

GURGEL, T.. Guy Brousseau: o pai da didática da Matemática. Revista Nova Escola, São Paulo: Editora Abril, edição 219,jan/fev, 2009.

BOOTH, L. R. Dificuldades das Crianças que se Iniciam em Álgebra. In: COXFORD, A.F. & SHULTE, A.P. (org.). As Idéias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Parâmetros Curriculares Nacionais de 5ª a 8ª. Séries - Matemática. Brasília, 1998.

RODRIGUES, S.. Uma análise da aprendizagem de produtos notáveis com auxílio do programa Aplusix. Dissertação de Mestrado. PUC. São Paulo – SP, 2008.

BRANDÃO, P. C. R. O uso de *software* educacional na formação inicial do professor de Matemática: uma análise dos cursos de licenciatura em Matemática do Estado de Mato Grosso do Sul. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação, Campo Grande, 2005.

BROUSSEAM, U, G. Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques, Recherches en didactique des mathématiques, 1986, vol. 7, no 2,pp. 33-115.

BELLEMAIN F., O paradigma micromundo. In: História e Tecnologia no Ensino de Matemática. Carvalho, L. M. & Guimarães L. C. (organizadores), volume 1, págs: 49:60. Editora: IME-UERJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2002.

ROCHA, Florisvaldo de Oliveira. Aprendizagem da resolução de sistemas de equações do 1º grau por alunos do 8º ano do ensino fundamental: Método da Substituição. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Mestrado em Educação, Campo Grande, 2010. Orientadora: Profª. Dra Marilena Bittar.

LINS, R. C. e GIMENEZ, J.. Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI. Campinas, SP: Papirus, 2006.

FRESCKI, Franciele Buss. Avaliação da qualidade de softwares Educacionais para o ensino de Álgebra. Monografia da Graduação, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, Universidade Estadual do Oeste do Paraná, campus Cascavel. Orientadora: Profª. Dra. Tânia Stella Bassoi

DANTE, Luiz Roberto. Tudo é Matemática: Ensino Fundamental: Livro do Professor - São Paulo, Ática, 2005.

< http://www.aplusix.com

< http://translate.google.com.br/translate

< http://www.nce.ufrj.br/ginape/iga502/Material_aulas/PCN%20matematica%201-

< http://tecmat.pbwiki.com/oficina_aplusix

APÊNDICE

Apresentamos neste apêndice uma sessão de fotos que registra momentos importantes com os participantes da pesquisa. O trabalho computacional foi desenvolvido no Laboratório de Educação a Distância da Universidade Federal do Amapá no mês de abril a julho de 2011.

Fotografia 1. Convidado João trabalhando no Aplusix

Fotografia 2. Fase de treinamento no Aplusix

Fotografia 3. Convidado Araújo trabalhando no Aplusix

Fotografia 4. Pesquisador na fase de treinamento no Laboratório da EAD

Fotografia 5. Pesquisador na fase de treinamento no Laboratório da EAD

Fotografia 6. Convidados trabalhando no Aplusix