



UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ
PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS EXATAS E TECNOLÓGICAS
COORDENAÇÃO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

LUCAS DE SOUZA AGUIAR
WESLEY FELIPE DE OLIVEIRA SOUSA

CUBO FRACIONÁRIO NA EDUCAÇÃO PENITENCIÁRIA
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INSPIRADA EM UM LIVRO DE MATHIEU
ALEXANDRE ALLIZEAU

MACAPÁ
2018

LUCAS DE SOUZA AGUIAR
WESLEY FELIPE DE OLIVEIRA SOUSA

CUBO FRACIONÁRIO NA EDUCAÇÃO PENITENCIÁRIA
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INSPIRADA EM UM LIVRO DE MATHIEU
ALEXANDRE ALLIZEAU

Monografia realizada como exigência para os créditos da disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso e obtenção do grau de Licenciado em Matemática pela Universidade Federal do Amapá, sob orientação da Prof^a Dra. Eliane Leal Vasquez.

MACAPÁ
2018

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Biblioteca Central da Universidade Federal do Amapá
Elaborado por Mara Patrícia Corrêa Garcia CRB2/1248

374.1826

A282c Aguiar, Lucas de Souza

Cubo fracionário na educação penitenciária: uma sequência didática inspirada em um livro de Mathieu Alexandre Allizeau / Lucas de Souza Aguiar, Wesley Felipe de Oliveira Sousa ; orientadora, Eliane Leal Vasquez. - Macapá, 2018.

50 f.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Fundação Universidade Federal do Amapá, Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática.

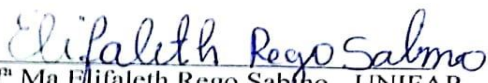
1. Educação matemática. 2. Educação de jovens e adultos. 3. Prisioneiros - Educação. I. Sousa, Wesley Felipe de Oliveira. II. Vasquez, Eliane Leal, orientadora. III. Fundação Universidade Federal do Amapá. IV. Título.

LUCAS DE SOUZA AGUIAR
WESLEY FELIPE DE OLIVEIRA SOUSA

CUBO FRACIONÁRIO NA EDUCAÇÃO PENITENCIÁRIA
UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA INSPIRADA EM UM LIVRO DE MATHIEU
ALEXANDRE ALLIZEAU

BANCA EXAMINADORA


Prof^ª Dra Eliane Leal Vasquez - UNIFAP
Orientadora


Prof^ª Ma Elifaleth Rego Sabho - UNIFAP
Examinadora


Prof^ª Ma Myriam Regina Zapaterra-Mendes - UNIFAP
Examinadora

AGRADECIMENTO

Agradeço a Deus; à minha família e amigos; à professora Eliane Leal Vasquez pela orientação presencial e virtual, e, pelo apoio para concluir a pesquisa e ao meu colega nesta pesquisa, Wesley Felipe de Oliveira Sousa.

(Lucas de Souza Aguiar)

A Deus por tudo, à minha Família por sempre me apoiar, à professora Eliane Leal Vasquez por me aceitar como orientando e a todos aqueles que me auxiliaram na conclusão desta pesquisa.

(Wesley Felipe de Oliveira Sousa)

DEDICATÓRIA

À minha mãe.

(Lucas de Souza Aguiar)

À minha Família.

(Wesley Felipe de Oliveira Sousa)

Se um professor não tiver uma compreensão profunda de matemática, ele não poderá abrir os olhos do estudante para a beleza da matemática e das habilidades ocultas e inexploradas que os estudantes possuem” (BYRNE, CARR, 2015, p. 34).

RESUMO

Este trabalho propõe uma sequência didática para o uso do Cubo Fracionário na a educação penitenciária para uma turma da 3ª etapa da Educação de Jovens e Adultos da Escola Estadual São José. Os dados foram coletados em fontes impressas e digitais, onde pesquisamos livros sobre jogos no início do século XIX para ensinar matemática elementar. O livro didático *Les Polyèdres Arithmétiques et Fractionnaires* de Allizeau (1823) foi escolhido como fonte primária para elaborar uma sequência didática, com base na estrutura de Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004). O resultado do estudo destacou três aspectos, o ensino de operações com número racional faz parte do currículo da educação penitenciária, os livros didáticos são importantes fontes de informação e conhecimento que são recursos necessários para o planejamento de ensino de matemática e a apresentação do planejamento da sequência didática para aula de frações, com abordagem do Cubo Fracionário. A equipe da pesquisa espera que a sequência didática proposta, que envolve aspectos históricos e jogos, contribua com o desenvolvimento de habilidades atitudinais, conceituais e procedimentais. Desta forma, o professor de matemática valoriza não apenas o conhecimento matemático, mas também como os adultos presos expressam suas ideias relacionadas às operações com frações no contexto do confinamento.

Palavras-chave: Educação Matemática, Ensino de Frações, Sequência Didática, Cubo Fracionário, Educação Penitenciária.

ABSTRACT

This paper proposes a didactic sequence on the Fractional Cube for Penitentiary Education for a group of the 3rd stage of the Education of Young and Adults of the São José State School. The data were collected in printed and digital sources, where we searched for books on games in the early 19th century to teach elementary mathematics. The textbook *Les Polyèdres Arithmétiques et Fractionnaires* de Allizeau (1823) was chosen as a primary source to elaborate a didactic sequence, based on the structure of Dolz, Noverraz, and Schneuwly (2004). The result of the study highlighted three aspects: the teaching of operations with rational number is part of the prison education curriculum; the textbooks are essential sources of information and knowledge that are necessary resources for the planning of mathematics teaching and, the presentation of the planning of a didactic sequence for fraction classes, with a Fractional Cube approach. The research team hopes that the proposed didactic sequence, which involves historical aspects and games to contribute to the development of attitudinal, conceptual, and procedural abilities. In this way, the mathematics teacher values not only mathematical knowledge but also how the imprisoned adults express their ideas related to operations with fractions in the context confinement.

Keywords: Mathematics Education, Fraction Teaching, Didactic Sequence, Fractional Cube, Prison Education.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Presença de pequenos cubos em trabalho de Froebel	17
Figura 2 - A médica Maria Montessori	18
Figura 3 - O Cubo Dourado de Montessori	21
Figura 4 - O professor Emile George Cuisenaire	22
Figura 5 - O Jogo de Barras Coloridas de Cuisenaire	24
Figura 6 - Imagem área do IAPEN	25
Figura 7 - Propostas de situações-problema.....	31
Figura 8 - Cubo Fracionário de Alizeau, visto por cima.....	33
Figura 9 - Cubo Fracionário de Alizeau	35

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Alguns livros de Allizeau de Geometria Divertida	16
Quadro 2 - Eventos relacionados à Cuisenaire, suas obras e influência para outros autores ...	23
Quadro 3 - Plano de Aula de Matemática.....	29
Quadro 4 - Anotações no quadro pelo professor de matemática.....	32

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEESP	Coordenadoria de Educação Específica
CCE	Conselho Estadual de Educação do Amapá
COPEF	Coordenadoria de Penitenciária Feminina
EESJ	Escola Estadual São José
EJA	Educação de Jovens e Adultos
EP	Educação Penitenciária
IAPEN	Instituto de Administração Penitenciária do Amapá
NEJA	Núcleo Educacional de Jovens e Adultos
PCNM	Parâmetros Curriculares Educacionais: Matemática
SEED	Secretaria Estadual de Educação do Amapá
UVD	Unidade de Vigilância e Disciplina

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
1.1 Objeto de estudo, problema e objetivo	12
1.2 Os jogos como estratégia de ensino na matemática	13
1.3. Alguns jogos de Mathieu Allizeau, Maria Montessori e Georges Cuisenaire	15
1.3.1 Mathieu Alexandre Allizeau (1774-1835) e seu Cubo Fracionário	15
1.3.2 Maria Tecla Artemisia Montessori e o Jogo do Material Dourado	18
1.3.3 Émile Georges Cuisenaire (1891-1975) e seu Jogo Barras Coloridas	22
2 MATERIAL E MÉTODO	25
2.1 Pesquisa em educação matemática	25
2.2 Coleta de dados e material selecionado na pesquisa bibliográfica	25
2.3 Método da pesquisa	26
3 RESULTADOS DA PESQUISA	27
3.1 Sobre ensino de matemática na escola em contexto de confinamento	27
3.2 Plano de aula do Cubo Fracionário a partir de um livro didático de Allizeau	29
3.3 Proposta de sequência didática para educação penitenciária.....	30
3.3.1 1ª Etapa: A Situação Didática.....	31
3.3.2 2ª Etapa: Produção Inicial	32
3.3.3 3ª Etapa: Construção do Cubo Fracionário	33
3.3.4 4ª Etapa: Produção Final	35
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
5 REFERÊNCIA	39
6 ANEXO	43

1 INTRODUÇÃO

1.1 Objeto de estudo, problema e objetivo

Na atualidade, a matemática faz parte da formação escolar de estudantes do Brasil, sendo entendida como importante disciplina curricular à formação humana e desenvolvimento das ciências, o que se verifica quando comparamos a carga horária das disciplinas de português e matemática no currículo escolar na educação básica. Assim, o planejamento para aulas de matemática é fundamental na Educação de Jovens e Adultos na Educação Penitenciária - EJA na EP, o que requer escolher metodologias ou estratégias, com base nos objetivos pretendidos para cada conteúdo matemático.

A *Proposta Curricular para Educação de Jovens e Adultos: Matemática, Ciências Naturais, Arte e Educação Física* recomenda aos professores a aplicação da resolução de problemas, história da matemática, jogos, tecnologias da comunicação e informação como recursos ou estratégias de ensino, como ainda a articulação entre matemática e temas transversais (BRASIL, 2002).

Tomando como referência as discussões deste documento, optamos em realizar uma pesquisa em educação matemática, tendo como objetivo desenvolver um planejamento de aula sobre o Cubo Fracionário a partir de uma sequência didática, considerando que em Macapá, há professores de matemática que trabalham na Escola Estadual São José (EESJ), única escola pública que oferta cursos à população carcerária do Instituto de Administração Penitenciária do Amapá (IAPEN) e da Coordenadoria da Penitenciária Feminina (COPEF).

Escolhemos como fonte primária, *Les Polyèdres Arithmétiques et Fractionnaires* de Allizeau (1823), por ter interesse em conhecer um dos livros didáticos deste autor que propõe o uso de jogos no ensino de frações, bem como refletir sobre a articulação entre os jogos e tópicos da história da matemática no planejamento de aulas para educação penitenciária.

Considerando o conteúdo matemático apresentado em Allizeau (1823), delimitamos como problema desta investigação: Como elaborar uma aula sobre o Cubo Fracionário para educação penitenciária, com uma sequência didática que envolva a ideia de poliedro fracionário e incorpore a sua manipulação como jogo instrutivo?

1.2 Os jogos como estratégia de ensino na matemática

O jogo é um assunto que faz parte da história da matemática e ensino, como também das pesquisas em educação matemática. Os jogos foram empregados em diferentes períodos nas culturas e estão nos escritos como resultados de estudos do passado e presente, sendo estes utilizados por diferentes maneiras pelas pessoas, para recreação, para ensinar ciências e artes, e ainda como estratégia de ensino na aprendizagem matemática e como parte de atividades esportivas.

Uma busca contínua por metodologias para o ensino da matemática visa desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e o pensar de diversas situações-problemas, que podem ser representadas pelos conceitos matemáticos na sala de aula.

Segundo Garcia (2017, p. 33):

Uma das abordagens diferenciadas em sala de aula são os jogos, que constituem uma importante ferramenta de ensino. Quando planejados dentro de propostas pedagógicas, trabalham as múltiplas competências, facilitando as diversas interações dentro do ambiente escolar, refletindo também na vida cotidiana dos estudantes. (GARCIA, 2017, p. 33)

Sendo assim, o uso de jogos vem alcançando cada vez mais interesse e espaço nas aulas de matemática e sendo atribuído à sua potencialidade de tornar as aulas de matemática mais interessantes e prazerosas, além de proporcionar oportunidade de solução de conflitos como subsídio para enfrentamento de circunstâncias reais da vida cotidiana, colaborando na aquisição de atitudes. Por vezes, equivocadamente, é concebido como apenas uma brincadeira, descaracterizando-o de seu propósito de desenvolver criatividade, clareza e raciocínio lógico e construção de um conhecimento específico.

Como vimos, determinadas habilidades podem ser desenvolvidas por meio de jogos no ensino da matemática, porém outras podem ser trabalhadas, como interesse, concentração, parceria, colaboração, segurança, autonomia e confiança.

Frente aos jogos eletrônicos e outras tecnologias que despertam curiosidade e prazer na aprendizagem, o ensino da matemática desafia os professores a criarem espaços atraentes de aprendizagem. Por exemplo, o *jogo da memória*, *xadrez*, *dominó*, *palavras cruzadas*, e outros, podem justificar três aspectos para sua utilização nas aulas: “o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais” (LARA, 2003, p. 23). Já Grandó (*apud* Garcia, 2017) pontua que para o adolescente o grupo social é fonte de aprendizagem e os jogos são atividades bastante motivadoras e desafiantes. Assim, os jogos

auxiliam a descobrir, a inventar e vivenciar determinada situação-problema, colaborando para a construção do conhecimento.

Os jogos, dependendo da época e sua aplicação recebem diferentes classificações. Lara (2003) classifica os jogos em quatro grupos, jogos de construção, de treinamento, de aprofundamento e estratégicos.

Os *jogos de construção* permitem, por exemplo, através da manipulação de materiais, ou perguntas e respostas, estimular a busca de um novo conhecimento para que um problema proposto pelo jogo seja resolvido. Desta forma, fazer com que os estudantes alcancem níveis mais avançados de ampliação conceitual. O Material Dourado de Maria Montessori é um exemplo que se encaixa nesse grupo.

Já os chamados *jogos de treinamento* do tipo exercícios, “podem auxiliar no desenvolvimento de um pensamento dedutivo ou lógico mais rápido” (LARA, 2003, p. 25). Com a utilização frequente do mesmo tipo de conhecimento e lógica, se permite abstrair e expandir, ampliando sua familiarização com os mesmos. Aqui podemos destacar o Jogo das Quatro Operações Básicas, que consiste em fixar e facilitar cálculos básicos de adição, subtração, multiplicação e divisão.

Para os *jogos de aprofundamento*, com diferentes níveis de dificuldades, oportuniza-se aos estudantes a resolução de situações-problema simples, mas com grau crescente de complexidade ao apresentar desafios novos que exijam um raciocínio novo. Nesse grupo podemos dizer que qualquer jogo pode se tornar um jogo de aprofundamento, depende da forma de elaboração que o professor irá adotar.

Ao propiciar que os estudantes criem hipóteses e estratégias de ação para melhorar sua *performance* de jogador, em diferentes frentes de atuação para resolver um certo problema que se apresenta no jogo, se permite por meio de *jogos estratégicos* que ele desenvolva dentre outros elementos: espírito colaborativo, enfrentamento de riscos, pensamento crítico, comunicação e autocrítica. Tais jogos podem ser *Dama, Xadrez, Batalha Naval, Cartas, Campo Minado* e outros (LARA, 2003, p. 27).

Com relação ao uso dos jogos no ensino, os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (PCNM) enfatizam que:

Finalmente, um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar e avaliar a potencialidade educativa dos diferentes jogos e o aspecto curricular que se deseja desenvolver (BRASIL, 1997, p. 36).

No estudo de Barreto (2015) constatou-se que o trabalho com jogos minimiza a negatividade relacionada à aprendizagem da matemática, visto que a ludicidade proporciona vivências entre os estudantes para “ajuda mútua, divertimento, segurança, confiança, estímulo e motivação no desenvolvimento de competências matemáticas” (BARRETO, 2015, p. 11).

Portanto, o jogo é um recurso didático para ensino de matemática de estudantes de diferentes faixas etárias, que pode envolver crianças, jovens e adultos.

1.3. Alguns jogos de Mathieu Allizeau, Maria Montessori e Georges Cuisenaire

1.3.1 Mathieu Alexandre Allizeau (1774-1835) e seu Cubo Fracionário

Mathieu Alexandre Allizeau é francês, nascido em Saint Martin, na Ilha de Rhé, em 15 de fevereiro de 1774, falecendo aos 61 anos, em 03 de março de 1835. Ao seu nome se atribui ligação à diferentes áreas do conhecimento na passagem do século XVIII ao XIX, como à Matemática, Física, Mineralogia e outras Ciências. Ao consultarmos o livro *Bazar parisien* de Malo (1822) que trata de um anuário dos primeiros artistas e fabricantes da indústria de Paris, é apresentado um resumo sobre o trabalho de Allizeau na seguinte forma:

Executou, com exatidão e precisão, as figuras para demonstrar os princípios e o desenvolvimento dos corpos sólidos, a geometria descritiva, os princípios da óptica, e as formas primitivas dos cristais, dos objetos para as recreações físicas e matemáticas, as ilusões de óptica, as experiências de mineralogia, o estudo da cristalografia e geralmente tudo que concerne a cada uma destas partes (MALO, 1822, p. 3-4).

Conforme Curran (2014), ele tornou-se conhecido no meio científico por ter inventado a versão aperfeiçoada da *pilha Galvânica*, apresentada em 21 de março de 1803 à *Classe das Ciências e Matemática do Instituto Nacional das Ciências e das Artes* e a submeteu à *Société Galvanique* para ser examinada por Joseph Izam. De acordo este autor, ele também trabalhou com construções e invenções, sendo encorajado por Izam a produzir seus feitos. Com base no levantamento de livros de Allizeau no período de 1818 a 1825, se verifica que ele contribui com seus escritos na área “*géométrie amusante*” (FÈRE, 1834, p. 75).

Boyer (1996) ao escrever sobre os matemáticos na revolução francesa, comenta que em meados de 1820, Paris era uma cidade atraente para amantes da matemática e que se tinha liberdade para impressão de obras independentes na capital francesa. De acordo com os livros elementares franceses citados por Valente (1999), ao analisar a história da matemática escolar no Brasil de 1730 a 1930, bem como sua influência e emprego nas escolas no Brasil, se verifica

que os livros didáticos de Allizeau foram escritos em um período de rapidez da circulação de ideias, dos métodos e das publicações em matemática, como avaliado por Belhoste (1999).

Allizeau propunha o uso de jogos como método para facilitar o ensino das crianças e jovens, pois acreditava que com o emprego do material manipulativo auxiliaria na aprendizagem matemática, ao invés de somente a exposição de uma teoria nas escolas primárias, o que ele justificava com as palavras: “Eu me ocupei por vários anos a compor jogos, cujo objetivo é oferecer aos jovens os meios para se divertir e ao mesmo tempo, para exercitar a sua emulação para o estudo das ciências e das artes” (ALLIZEAU, 1823, p. IV).

Quadro 1 - Alguns livros de Allizeau de Geometria Divertida

Pequenos livros	Tradução de seus títulos
Les Métamorphoses ou amusements géométriques	As Metamorfozes ou diversões geométricas
L’architecture amusante ou suite des Métamorphose géométriques	Arquitetura divertida ou seguinte das Metamorfozes geométricas
Le Jeu des Polygones ou la Transformation des Plans	O Jogo dos Polígonos ou a Transformação dos Planos
Les Polyèdres Arithmétiques et Fractionnaires ou Description et usage de deux solides géométriques avec lesquels on peut enseigner aux enfants les premiers éléments du calcul par un procédé amusant et purement mécanique	Os Poliedros Aritméticos e Fracionários ou uso de dois sólidos geométricos com os quais podemos ensinar as crianças os primeiros elementos do cálculo para um processo divertido e puramente mecânico
De la Transformation des Masses Appliquées a la Bâtisse	Da Transformação das Massas Aplicadas no Prédio

Fonte: ALLIZEAU, 1818a, 1818b, 1822, 1823a e 1823b.

Com relação aos dois primeiros livros do Quadro 1, registrou-se em um relatório que trata dos jogos na Exposição Universal Internacional, realizada em Paris, que Allizeau “compôs dois quadrados, formados cada um com quinze pedaços de acordo com linhas geométricas e por meio do qual ele propõe resolver vinte e oito problemas, por exemplo, para formar um prisma triangular com as quinze peças que servem para construir o quadrado” (ALLEMAGNE, 1900, p. 160).

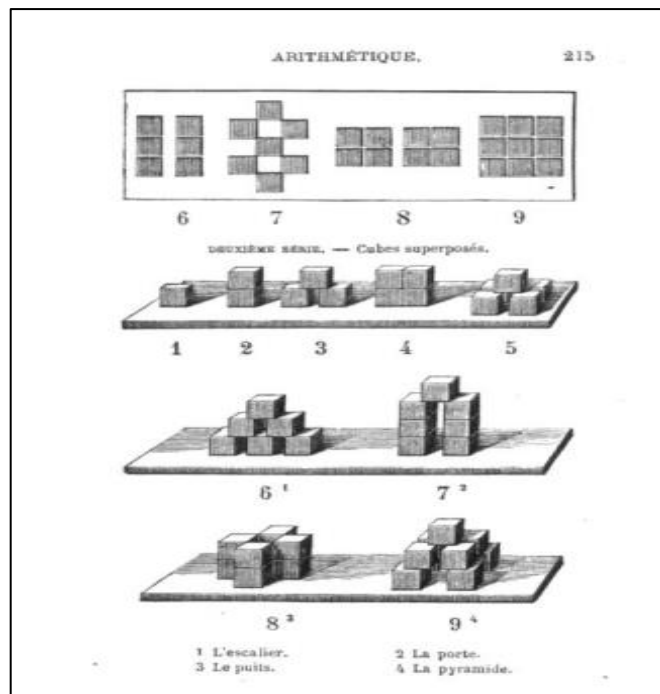
No capítulo III deste relatório se observa que ainda no início do século XX, o nome de Allizeau foi citado entre os jogos de paciência, juntamente com os jogos do Solitário, Quebra-Cabeça, Miriorama, Cruz de Jerusalém e outros (ALLEMAGNE, 1900).

Com relação ao quarto livro do Quadro 1, segundo Férussac (1825), Allizeau propõe colocar nas mãos dos jovens dois sólidos para ensiná-los a matemática elementar. Esses sólidos são divididos em várias partes, com as quais, sem cansar a memória, eles podiam manipular as peças com fim de demonstrar as regras da adição, subtração, multiplicação e divisão, com as peças do *Poliedro Aritmético*, e as operações das frações, com o *Poliedro Fracionário* ou *Cube Fractionnaire*.

Neste, o conjunto de peças de retângulos e cubos menores formam a figura geométrica maior, o que ocorreu quinze anos depois da publicação do livro *Recherches sur l'irréductibilité arithmétique et géométrique des nombres et de leurs puissances* de Dalberg (1808).

Posteriormente, Friedrich Froebel¹ (1782-1852), alemão que também fundou os jardins de infância, pequenos cubos também faziam partes de seus jogos. Através da sobreposição destes, as crianças podiam representar na aritmética, por exemplo, as quantidades de 1 até 9 e a *escada*, a *porta*, o *poço* e a *pirâmide* no ensino primário.

Figura 1 - Presença de pequenos cubos em trabalho de Froebel



Fonte: Compayré, 1890, p. 215.

¹ Friedrich Wilhelm August Froebel foi pedagogo e pedagogista alemão, fundador do primeiro jardim de infância.

De acordo com Curran (2014), Allizeau trabalhava com objetos relacionados à história natural, como minerais, conchas, borboletas e insetos; fez coleções classificadas de acordo com a nomenclatura mais recente e o aparato usado em experimentos de mineralogia e o estudo de cristalografia; montou pássaros e quadrúpedes de acordo com a natureza e deu aulas.

Na *Exposição Francesa de Produtos Industriais*, ele recebeu uma medalha de bronze, conforme explica a citação:

Sr. Allizeau deve ser elogiado pela precisão com que ele faz todos os modelos destinados ao ensino de geometria, mecânica, cristalografia, óptica, e geometria descritiva, bem como para o sucesso que ele alcançou neste trabalho delicado. O Sr. Allizeau ganhou a medalha de bronze (CURRAN, 2014).

De acordo com Curran (2014) todos os objetos da residência de Allizeau foram leiloados e com isso os poucos registros que existem sobre sua vida estão em um catálogo de leilões na Biblioteca Nacional da França, confirmando que este é o mesmo Allizeau. Ele faleceu em 03 de março de 1835, pouco se sabe sobre sua vida familiar, exceto que teve uma filha, e neste estudo não localizamos referência que esclareça sobre a sua formação escolar.

1.3.2 Maria Tecla Artemisia Montessori e o Jogo do Material Dourado

Maria Montessori (1870-1952) nasceu em Chiaravalle, norte da Itália, no dia 31 de agosto de 1870. Em sua adolescência mostrou interesse por biologia e decidiu estudar medicina na Universidade de Roma, mesmo enfrentando a resistência do pai, que desejava que ela seguisse a carreira de professora.



Fonte: Library of Congress Prints and Photographs Division Washington, D.C. 20540 USA.

Graduou-se em 10 de julho de 1896, sendo uma das primeiras mulheres a se formar em medicina, mas teve dificuldade em exercer a função. Costa, Barbosa e Souza comentam a seu respeito:

Formou-se em Medicina e Pedagogia, após sua formatura, não pode exercer como médica, pois na época não se admitia uma mulher examinando o corpo de um homem. Então iniciou um trabalho com crianças com necessidades especiais, mais especificamente adultos com distúrbios mentais e crianças mentalmente deficientes, na Clínica Psiquiátrica da Universidade de Roma (COSTA, BARBOSA, SOUZA 2016, p. 6).

Fugindo do preconceito da época, onde uma mulher não podia exercer a profissão, Montessori então decidiu trabalhar na área da psiquiatria, onde iniciou suas pesquisas sobre crianças portadoras de necessidades especiais e a partir da obra de Séguin² (1812-1880), passou a formular teorias que mais tarde se tornariam parte de seu método de ensino.

De acordo com Rodrigues e Oliveira (2017) sabemos que Montessori iniciou uma carreira promissora, passando a dedicar-se a atendimentos particulares em clínicas psiquiátricas; foi a partir dessa experiência que ela passou a se dedicar as crianças com deficiência.

O Método Montessori é o resultado de pesquisas desenvolvidas, que se caracterizam pela autonomia, liberdade com limites e respeito pelo desenvolvimento natural das habilidades físicas, sociais e psicológicas da criança. Segundo Rodrigues e Oliveira (2017), para Montessori, a educação tem por objetivo desenvolver as energias. Estas forças estão na própria

² Edouard Séguin foi médico e educador francês, é lembrado pelo trabalho com crianças com deficiências cognitivas.

criança e se desenvolvem sem o auxílio alheio; o que faz o método é auxiliar a dirigir esse desenvolvimento espontâneo.

Barreto e Almeida (2008) explicam que,

Montessori criou um inteligente, delicado e completo material didático destinado a cultivar e aperfeiçoar a atividade através dos sentidos, visando estimular o desenvolvimento motor e o aumento do senso de observação e concentração da criança. Auxilia também na aquisição dos conhecimentos intelectuais relevantes, bem como aqueles ligados à linguagem, às ciências físicas e biológicas, à matemática, à história, à geometria e às artes. Cada uma dessas áreas de estudo tem um conjunto de materiais que as crianças livremente escolhem manipular, quando o sabem fazê-lo, e quando não sabem recorrem ao auxílio de outras crianças ou até mesmo dos professores (BARRETO, ALMEIDA, 2008, p. 3).

Deste modo a criança é o centro do método montessoriano e o professor tem o papel de acompanhador do processo de aprendizado. Ele guia, aconselha, mas não dita e nem impõe o que vai ser aprendido pela criança, ou seja, opõe-se aos métodos tradicionais que não respeitem as necessidades e os mecanismos evolutivos do desenvolvimento da criança.

Barreto e Almeida (2008) avaliam que o material manipulável é um instrumento de aparência atraente, pelo colorido, pela forma e por ser papável. Cada um deles apresenta uma finalidade, uma mensagem a transmitir e, por isso mesmo, deve ser usado de maneira adequada.

Ainda com relação a Montessori, Rodrigues e Oliveira (2017) explicam que,

Montessori defendia ambientes favoráveis e propícios à aprendizagem, já que cada criança nasce com a capacidade de aprender se forem dadas oportunidades. O foco central parte do princípio de que a aprendizagem é conquistada pela própria criança. Estimular a concentração conduzindo e permitindo que os alunos mostrem seu potencial através da prática, os professores têm papel de conduzir e motivar o aluno no processo de aprendizagem, pois a educação não é algo estático, se conduz para a formação integral do indivíduo associado à vontade do aprender (RODRIGUES, OLIVEIRA, 2017, p. 5).

Iremos aqui destacar o Material Dourado, que é um dos materiais didáticos criado por Montessori, baseado nas regras do sistema decimal. Pode ser composto por (cubos, placas, barras e cubinhos). O cubo grande é formado por dez placas, a placa por dez barras e a barra por dez cubinhos, conhecido originalmente como *material de pérolas douradas*, daí o motivo do seu nome como ficou conhecido. Neste, o cubo, as placas, as barrinhas e as unidades são formados por cubinhos dourados.

Figura 3 - O Cubo Dourado de Montessori



Fone: siscompar.com/catalogo/images/material%20dourado%203055.JPG.

Este material didático é importante para trabalhar com numeração e facilita a aprendizagem dos algoritmos da adição, da subtração, da multiplicação e da divisão. Além de, estabelecer relações de quantidades, proporções, e contribui para a contagem e a realização de cálculos (RODRIGUES, OLIVEIRA, 2017).

O Material Dourado desperta no aluno a concentração, o interesse, além de desenvolver sua inteligência e imaginação criadora, pois a criança, está sempre predisposta ao jogo. Além disso, permite o estabelecimento de relações de graduação e de proporções, e finalmente, ajuda a contar e a calcular. A seleção do uso do material é realizada pela própria criança de acordo com sua necessidade, sendo que a utilização dos recursos é feita de maneira individual.

Dialogamos, neste sentido, com a formação de professores. Muitas iniciativas e mudanças no ensino da matemática, ocorridas nas últimas décadas, ainda não atingiram diversos professores que não transformam suas práticas pedagógicas. O professor precisa compreender e valorizar o uso de materiais didáticos diferenciados e lúdicos em sua sala de aula, e ter a clareza que estes podem contribuir para uma aprendizagem com mais qualidade, por parte dos alunos (FARIA, VIEIRA, CORENZA, 2013, p. 2).

Como foi enunciado, o trabalho com o uso do material dourado busca desenvolver as relações abstratas e tende a ter uma imagem mais concreta, facilitando a compreensão dos algoritmos, viabilizando assim um aprendizado significativo e mais estimulante e admitimos que o uso do material dourado, como mais uma ferramenta no processo de ensino aprendizagem

prisonal, pode ser um valioso caminho de mudança da realidade nas salas de aula, para o ensino das operações aritméticas.

1.3.3 Émile Georges Cuisenaire (1891-1975) e seu Jogo Barras Coloridas

Émile Georges Cuisenaire Hottet, nasceu na Bélgica em 1891, em Quaregnon, perto de Mons, e faleceu aos 84 anos, em 1975.

Figura 4 - O professor Emile George Cuisenaire



Fonte: <Cousenaire, <http://www.matemagicas.co>>

Professor belga, Georges Cuisenaire, não era um teórico: ele era um praticante gênio que sabia, de intuições simples, criar material de matemática de grande poder, como mostraram os múltiplos e refinados usos que seus seguidores e teóricos matemáticos desenvolveram mais tarde³.

Foi admitido em 1907 na Escola Estadual Normal em Mons, Émile Georges Cuisenaire obteve seu diploma de professor em 1911. Durante estes anos de formação em pedagogia, ele marcou, ao frequentar o Conservatório de Mons, um gosto particular pela música, o que o levou a publicar em 1926 seu Solfege para as escolas primárias. Nomeado professor em Thuin em 1912, ele nunca deveria partir, exceto para a guerra de 1914-1918.

O site matemagica.com, revela que Cuisenaire,

Era um professor rural e músico de profissão que, depois de muitos anos de pesquisa, sua propensão para o ensino musical leva a inventar um sistema de tiras de papelão coloridas para ensinar música a estudantes. As cores dessas faixas são intencionais: vermelho, rosa e marrom, pertencem a uma família de cores; amarelo e laranja, para outro; verde claro, verde escuro e azul, para outro; a faixa branca representa, por sua cor, a afirmação de todas as cores e um número exato de vezes igual a todas as outras tiras; e o preto, a negação da cor; e o número exato de vezes não é equivalente a

³ Disponível em matemagicas.com

qualquer um dos outros. Rapidamente as tiras de papelão tornou-se pedaços de madeira, por meio de prismas retangulares base quadrada, medindo de cima de um a dez centímetros, em seguida, nasceram tiras (EL CREADOR DEL MÉTODO GEORGE CUISENAIRE, 2018).

Foi basicamente um músico e professor primário, idealista, preocupado com a autonomia e com o envolvimento pessoal do aluno, em seu processo de apropriação dos conceitos, especialmente na “aritmética”.

Alguns eventos e obras Cuisenaire, conforme sintetizado no Website Matematicas (2018).

Quadro 2 - Eventos relacionados à Cuisenaire, suas obras e influência a outros autores

Ano	Evento/Obras
1951	Seu método de "números coloridos", que, reconhecia imediatamente, lhe renderam muitos convites de professores e psicólogos estrangeiros, incluindo ingleses, Suíços e canadenses.
1952	Publicou "Números de cor".
1953	Cuisenaire encontra professor Caleb Gattegno.
1954	Gattegno fundou a Cuisenaire, para fabricar blocos de terminais e publicar livros, juntamente com outros materiais associados.
1955	Em abril, Madrid vai dar uma palestra sobre "números na cor" Cuisenaire.
1963	Madaleine Goutard pública "palestras para professores de escola primária".
1964	Em 1 de janeiro, Madaleine Goutard pública "Matemática e as crianças - uma reavaliação da nossa atitude", uma obra que é fortemente influenciada pelas ideias de Cuisenaire.
1968	Cuisenaire recebe maior menção pedagógica de seu país natal.
1973	A UNESCO sugere a reforma dos programas de matemática, recomendando o uso dos materiais Cuisenaire.
1974	Madaleine Goutard pública “Experiências com números em cor”.
1975	Morre em Thuin (Bélgica), o professor Georges Cuisenaire.

Fonte: <www.matematicas.com>, acessado em: 25/05/2018.

Batista (2016) comenta com relação ao jogo de Cuisenaire,

[...]Decidiu criar um material que ajudasse no ensino dos conceitos básicos da Matemática. Então cortou algumas régua de madeira em 10 tamanhos diferentes e pintou cada peça de uma cor tendo assim surgido a Escala de Cuisenaire. Durante 23 anos, Cuisenaire estudou e experimentou o material que criara na aldeia belga de Thuin. Só 23 anos depois da sua criação (a partir de um encontro com outro professor – o egípcio Caleb Gattegno), é que o seu uso se difundiu com enorme êxito (BATISTA, 2016, p. 4).

O método Cuisenaire permite à criança a entrada no mundo dos números, pela combinação de duas realizações complementares: a das varas paralelas de comprimento com a

cor atribuída, por convenção, e as propriedades comuns de números representados por estes comprimentos.

Batista (2016) ainda explica que,

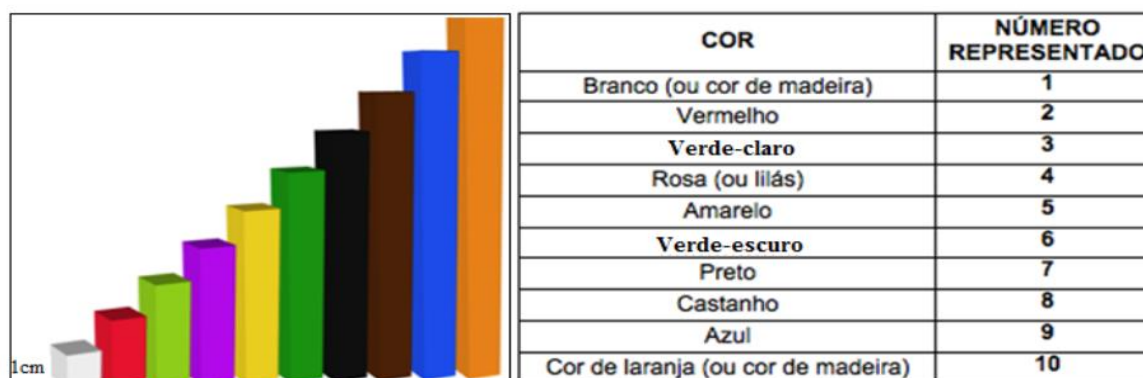
O material tem como objetivo ajudar a criança a construir conceitos básicos de matemática. Pode-se trabalhar sucessão numérica, comparação e inclusão, as quatro operações, o dobro e a metade de uma quantidade, frações. O material Cuisenaire é constituído por uma série de barras de madeira, sem divisão em unidades e com tamanhos variando de uma até dez unidades. Cada tamanho corresponde a uma cor específica (BATISTA, 2016, p.5).

Para Drumond (2016), os materiais manipuláveis são objetos concretos que podem ser fisicamente manipulados pelos alunos para demonstrar ou modelar conceitos matemáticos abstratos. Esses materiais incluem, por exemplo, o Tangram, o Material Dourado, e as Barras de Cuisenaire.

Um outro ponto de vista com relação ao jogo como um material manipulativo, é o seguinte:

A utilização dos materiais manipulativos oferece uma série de vantagens para a aprendizagem das crianças entre outras, podemos destacar: a) Propicia um ambiente favorável à aprendizagem, pois desperta a curiosidade das crianças e aproveita seu potencial lúdico; b) Possibilita o desenvolvimento da percepção dos alunos por meio das interações realizadas com os colegas e com o professor; c) Contribui com a descoberta (redescoberta) das relações matemáticas subjacente em cada material; d) É motivador, pois dá um sentido para o ensino da matemática. O conteúdo passa a ter um significado especial; e) Facilita a internalização das relações percebidas (SARMENTO, 2008, p. 4).

Figura 5 - O Jogo de Barras Coloridas de Cuisenaire



Fonte: DRUMOND, 2016, p. 14.

O material manipulativo de Cuisenaire ou Barras de Cuisenaire são versáteis e utilizados para ensinar conteúdos matemáticos diversificados, como, por exemplo, as quatro operações básicas, as frações, as áreas e os volumes de figuras geométricas, as raízes quadradas, as equações lineares e quadráticas e os sistemas de equações.

2 MATERIAL E MÉTODO

2.1 Pesquisa em educação matemática

Nesta monografia desenvolvemos uma pesquisa em educação matemática, com foco no ensino de frações para Educação de Jovens e Adultos na Educação Penitenciária. Trata-se de um assunto que se insere entre os estudos em educação penitenciária no Brasil, com ênfase no ensino de matemática ao adulto preso e que envolve a população carcerária.

Figura 6 - Imagem aérea do IAPEN



Fonte: Google Maps.

2.2 Coleta de dados e material selecionado na pesquisa bibliográfica

Uma pequena parte dos dados foi coletada em materiais impressos na Biblioteca Central da Universidade Federal do Amapá, no Campus Marco Zero do Equador em livros disponibilizados pela orientadora do projeto de pesquisa. Considerando que na primeira etapa da coleta de dados, localizamos poucas referências sobre o tema, passamos a buscar mais dados de pesquisas em três periódicos eletrônicos: *Journal of Education and Human Development*, *Revista Latinoamericana de Etnomatemática* e *Journal of Prison Education and Reentry*, como

também *Biblioteca Digital da PUC/SP – Sapientia*, na *Biblioteca Nacional da França*, *Google Acadêmico*, além de outras bibliotecas digitais e websites.

Com relação as bibliotecas virtuais, Ohira e Prado (2002, p. 63) explicam que:

Uma biblioteca virtual seria aquela que, proporcionando todos ou a maior parte dos serviços de uma biblioteca tradicional, inclusive o acesso aos textos dos documentos, somente existiria de forma latente (como a imagem fotográfica, registrada no negativo, mas ainda não revelada), mostrando-se à medida que, lançando mão dos recursos disponíveis na Internet, com o emprego dos vínculos de hipertexto, o usuário fosse colhendo, aqui e ali, as informações do seu interesse. (OHIRA, 2002, p. 63).

No período de fevereiro a abril de 2018, o material foi selecionado com base na pesquisa bibliográfica para obter “o levantamento de referências teóricas já analisadas, e publicadas por meios escritos e eletrônicos” (FONSECA, 2002, p. 32).

2.3 Método da pesquisa

Na discussão da sequência didática proposta, inspirada na estrutura de Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) e no livro *Les Polyèdres Arithmétiques et Fractionnaires* de Allizeau (1823), aplicou-se o método da análise qualitativa dos materiais selecionados. Segundo Barros e Lehfeld (2002) a análise qualitativa envolve a organização, descrição e redução dos dados e sua interpretação pela categoria teórica de análise e finaliza com a análise de conteúdo.

3 RESULTADOS DA PESQUISA

3.1 Sobre ensino de matemática na escola em contexto de confinamento

O ensino no Brasil enfrenta dificuldades quanto à estrutura das escolas públicas, formação de professores, recursos didáticos e tecnológicos nos cursos ofertados pela modalidade Educação de Jovens e Adultos (EJA), que se destina “aqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos no ensino fundamental e médio na idade própria”, conforme o artigo 37 da Lei nº 9394 (BRASIL, 1996). Esses mesmos problemas agravam-se nas escolas instaladas dentro das prisões, pois o corpo docente, técnico-pedagógico e adulto preso têm que cumprir as regras do sistema penitenciário e escolar. Além disso, há de se considerar as dificuldades em nível pedagógico:

Em nível pedagógico, tanto a EJA quanto a educação em prisões sofrem da falta de projetos e pessoal próprios – projetos político-pedagógicos e educadores com uma formação específica para trabalhar com o público jovem e adulto e o público encarcerado. Cobra-se da universidade uma ação específica voltada para a formação de educadores e gestores e para o desenvolvimento de pesquisa sobre as diversas dimensões da ação educativa (IRELAND, 2011, p. 31).

No que se refere as aulas dos cursos de EJA na Educação Penitenciária (EP), na atualidade, estas ocorrem como parte da rotina de execução da pena e do serviço educacional prestado pelos professores nas escolas que estão dentro das prisões, respaldo pela legislação brasileira. Em se tratando do Estado do Amapá, o Conselho Estadual de Educação - CEE/AP, já aprovou a resolução que organiza as regras para oferta de cursos pela modalidade Educação de Jovens e Adultos à população carcerária (BRASIL, 1996, 1984, 2011, 2010; AMAPÁ, 2015).

No Brasil, há poucos estudos sobre o ensino de matemática na EJA na EP, conforme exemplifica Vasquez (2017). De acordo com o levantamento de estudos desta autora, no período de 2007 a 2012, Leite (2005), Gomes (2005), Parente (2006) e Vasquez (2007, 2008, 2012) foram identificados como os professores e pesquisadores que desenvolveram dissertações, monografia e relato de experiência com ênfase na educação em contexto de confinamento, ou seja, pesquisas realizadas em escolas dentro de instituições do sistema penitenciário e sistema socioeducativo.

Eles mostraram que na educação em contextos de confinamento desenvolveu-se um projeto interdisciplinar e cinco estudos sobre a cultura da violência, modelagem matemática, experiência pedagógica, cultura prisional e escolar no Brasil de 2005 a 2012, relacionando-os com estudos em etnomatemática. Estes estão vinculados aos Programas de Pós-Graduação em Educação Matemática, Educação, História da Ciência e ao Programa de Especialização em Metodologia para o Ensino de Matemática. Enquanto o relato de experiência se refere, a um projeto interdisciplinar realizado na Escola Estadual de São José [...] (VASQUEZ, 2017, p. 123-124).

Portanto, verifica-se que a pesquisa sobre o ensino de matemática nas escolas dentro das prisões é um tema pouco debatido na área da Educação Matemática, o que se comprova pelos trabalhos que foram desenvolvidos nessa área de pesquisa (PARENTE, 2006; VASQUEZ, 2012; 2017)

Conforme levantamento de dados que realizamos para este estudo, o mais recente trabalho sobre o ensino de matemática da EJA na EP no Brasil, refere-se à Meira e Fantinato (2015), que foi comunicado pelo por meio do artigo: “Os saberes matemáticos de jovens e adultos em contexto de privação de liberdade”, publicada na *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, a qual naquele ano estava vinculada ao Programa de Pós-graduação em Educação da Universidade Federal Fluminense.

No Brasil, como em outros países na atualidade, os desafios para o ensino de matemática são muitos na educação em contexto de confinamento. A este respeito, Byrne e Carr (2015) avaliam que parte dos grandes desafios da área, deve-se a formação de professores de matemática que trabalham dentro das prisões.

Com relação a este fato, Byrne e Carr argumentam que:

Na educação prisional, a matemática não recebeu a mesma atenção como alfabetização. Possíveis razões para isso podem ser caminhos pelos quais os professores da prisão ingressam no serviço, e crenças de que “a alfabetização não inclui matemática” e “a matemática é demasiado difícil” (BYRNE, CARR, 2015, p. 34-35).

Já sobre o ensino de matemática aos estudantes-presos, estes autores não abordam diretamente sobre uma metodologia ou estratégia de ensino, mesmo assim destacaram que: “Entendendo as aplicações e origens de um tópico em matemática ajuda um professor a explicar a um estudante. História da matemática geralmente não é ensinada, então matemática está sendo ensinado sem qualquer contexto ou contesto” (BYRNE, CARR, 2015, p. 34).

Esta citação, de algum modo se aproxima com o objeto de estudo desta pesquisa em educação matemática, já que defendemos que o professor de matemática pode elaborar um plano de aula de matemática, a partir de livros de jogos de outras épocas, já que os livros antigos se tornam fontes históricas para a pesquisa e o ensino.

O professor de matemática que trabalha com turmas da 3ª etapa na EJA na EP pode em seus planos de aulas trabalhar com uma sequência didática, por exemplo, para o ensino de operações de números racionais, envolvendo um jogo matemático para explorar um conceito matemático, a sua representação simbólica e o que significa o resultado da multiplicação e divisão de frações para estudantes-presos.

3.2 Plano de aula do Cubo Fracionário a partir de um livro didático de Allizeau

Quadro 3 - Plano de Aula de Matemática

PLANO DE AULA DE MATEMÁTICA	
Escola	Escola Estadual São José - EESJ/SEED-AP, localizada no Instituto de Administração Penitenciário do Amapá e com turmas anexas à Coordenadoria da Penitenciária Feminina - IAPEN/COPEF
Disciplina	Matemática
Professor	Professores da rede pública estadual do Amapá
Turma	3ª Etapa da Educação de Jovens e Adultos na Educação Penitenciária
Tema da Aula	Cubo Fracionário na Educação Penitenciária: Planejamento de ensino de matemática inspirado em um livro de Mathieu Alexandre Allizeau
Objetivo	Objetivo Geral: <ul style="list-style-type: none"> •Proporcionar a entendimento sobre frações utilizando o Cubo Fracionário de Allizeau como jogo instrutivo. Objetivo Específico: <ul style="list-style-type: none"> •Entender o conceito de fração; •Aplicar o Jogo Cubo Fracionário na resolução de situações-problemas.
Aulas	8 horas-aula, com carga horária de 50 minutos cada aula = 400 minutos.
Estratégia de Ensino	<ul style="list-style-type: none"> - Discussão sobre uma situação-problema que envolva cálculo de frações, com aplicação no contexto de confinamento; 02 aulas de 50 minutos; - Produção inicial de cálculos de frações, com base na segunda parte do livro de Allizeau; 02 aulas de 50 minutos; - Detalhamento dos módulos da sequência didática de Allizeau; 02 aulas de 50 minutos; - Produção final, como apresentação dos resultados obtidos pelos grupos de estudos; 02 aulas de 50 minutos;
Recurso didático	Para o corpo docente e discente: <ul style="list-style-type: none"> - O plano de aula de matemática; - A proposta de sequência didática para educação penitenciária; - Pinceis, quadro magnético; - Cadernos e canetas;

	- Cinco Jogos do Cubo Fracionário para entregar aos grupos de estudos.
Avaliação	- O professor fará avaliação da aprendizagem no processo, considerando a participação dos grupos de estudos na aula de matemática.
Bibliografia	ALLIZEAU, M. A. Les Polyèdres Arithmétiques et Fractionnaires . Paris: Imp. de F. Didot, 1823. DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. In: SCHNEUWLY, B; DOLZ, J. Gêneros Oraís e Escritos na escola . Trad. e org. R. Rojo, G. S. Cordeiro. São Paulo: Mercado das Letras, 2004, p. 95-128.

Fonte: Elaborado pela equipe da pesquisa.

3.3 Proposta de sequência didática para educação penitenciária

Este estudo volta-se para o ensino de frações com uso de material didático manipulável para EJA na EP, a adaptação de uma sequência didática do livro de Allizeau (1823), com abordagem interdisciplinar e que trabalha com o Jogo Cubo Fracionário.

A sequência didática é um procedimento, desenvolvido por Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004), que permite planejar o ensino e aprendizagem de um gênero textual. Ela tem a finalidade de auxiliar o estudante a dominar um gênero de texto, permitindo-lhe, assim, escrever, ler ou falar de uma maneira mais adequada numa situação comunicativa. Nas palavras destes autores “uma sequência didática é um conjunto de atividades escolares organizadas, de maneira sistemática, em torno de um gênero textual oral ou escrito” (DOLZ, NOVERRAZ, SCHNEUWLY, 2004, p. 96).

Considerando a carga horária definida para a sequência didática proposta, sugerimos em dividir as oito aulas de matemática em quatro etapas, baseado na proposta de Dolz, Noverraz e Schneuwly (2004) de estruturação uma sequência didática, ou seja, contendo quatro partes que são a situação didática, produção inicial, módulo e produção final, o que totalizará a carga horária de cem minutos em cada etapa.

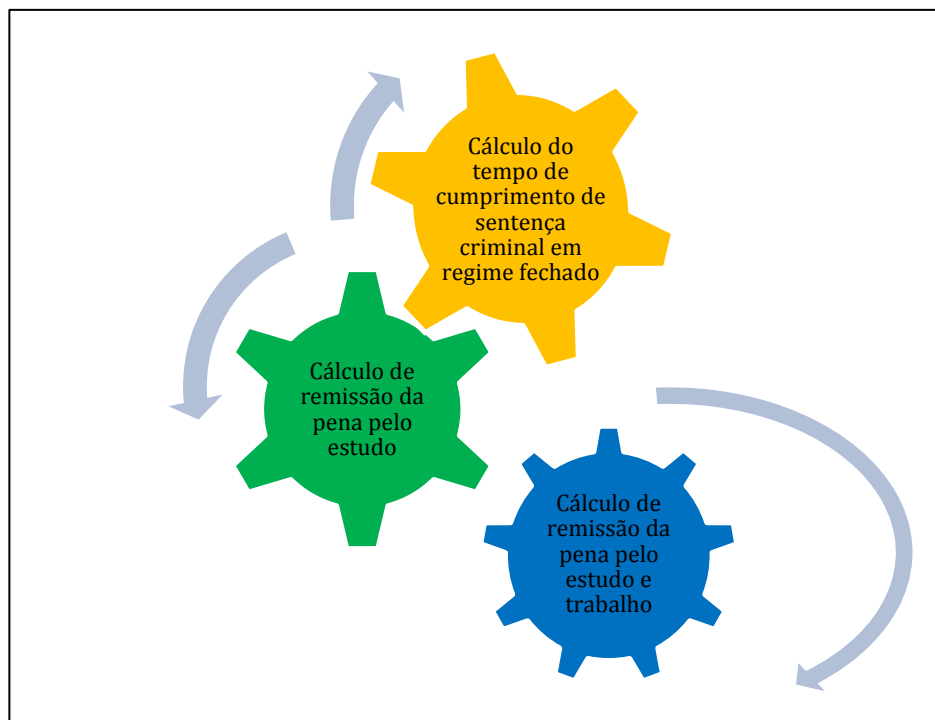
3.3.1 1ª Etapa: A Situação Didática

Esta pode iniciar com uma apresentação pessoal do professor de matemática, solicitando a turma da 3ª etapa da EJA na EP que façam o mesmo - que digam seus nomes, o seu regime e tempo em que estão custodiados na prisão, com meta de proporcionar a comunicação oral entre o professor e grupos de estudos. Aqui também será apresentado o plano de ensino elaborado pelo professor para que a turma tenha ideia sobre o assunto que será abordado nas aulas de matemática subsequentes.

Nesse primeiro momento, o foco inicial é abertura do canal de comunicação oral na sala de aula, então após a apresentação do plano de ensino o professor pode aqui se valer de perguntas sobre o conteúdo de frações, como o objetivo de contextualizar o conteúdo no dia a dia dos estudantes presos. Que conceito intuitivo eles têm sobre o conteúdo de operações com frações? Em que situação-problema no cárcere, eles observam a aplicação das frações?

Algumas situações-problemas que podem ser discutidas na sala de aula:

Figura 7 - Propostas de situações problemas



Fonte: Organograma elaborado pela equipe de pesquisa.

O professor de matemática nesse momento pode aplicar uma avaliação diagnóstica⁴ sobre os conhecimentos prévios relacionados as operações com frações, o que é importante para

⁴ Com objetivo de verificar e levantar os pontos fracos e fortes do estudante em relação ao que sabe sobre frações.

a continuidade da sequência didática proposta. Como por exemplo em que momento do cotidiano deles eles já viram a aplicação do conteúdo de frações o que eles conhecem de frações e para finalizar a primeira etapa, o professor dividirá a turma em seis grupos com cinco participantes e solicitará que os grupos imaginem situações-problemas que envolvam o conteúdo de frações, considerando por exemplo o cumprimento de pena na prisão, recebimento de produtos pela Unidade de Vigilância e Disciplina do Instituto de Administração Penitenciário do Amapá - UVD/IAPEN ou outra situação-problema que aconteça na rotina diária da escola dentro da prisão.

Por fim, o professor solicitará aos grupos que leiam em voz alta, as situações-problemas e que anotem em seus cadernos o que cada grupo escolheu na Tabela 1:

Quadro 4 - Anotações no quadro pelo professor de matemática

GRUPO DE ESTUDO	SITUAÇÃO-PROBLEMA
1	
2	
3	
4	
5	

3.3.2 2ª Etapa: Produção Inicial

Em seguida, o professor de matemática deve retomar o assunto a partir das situações-problemas apresentados pelos grupos de estudos e propor a discussão: Há soluções para essa situações-problemas que envolvem frações no cárcere? Se existe, como o seu grupo resolveria?

Após ouvir as possíveis soluções propostas pelos grupos de estudos na aula de matemática, certamente o professor obterá a resposta esperada ou pelo menos próxima da resposta correta. Partindo então desse pressuposto, o professor irá apresentar três resoluções para as situações-problemas envolvendo frações no quadro magnético.

Na segunda etapa da sequência didática, na aula expositiva, o professor de matemática registra no quadro a maneira como os grupos de estudos resolveram as situações- problemas.

Depois de anotado as soluções propostas pelos grupos de estudos e suas explicações, o professor de matemática deve apresentar o cubo fracionário de Allizeau como um jogo matemático que pode ser aplicado como estratégia de ensino aos adultos presos.

Assim, com o uso do jogo de Allizeua na EJA espera-se que os adultos presos, que estão matriculados em turmas de 3ª etapas, o que corresponde à 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental, possam falar sobre como eles veem a aplicação de frações no cárcere. Momento em que o professor buscará na aula de matemática aproximar os assuntos sobre operações com números racionais as situações-problemas relacionadas a “comunidade escolar-prisonal” Vasquez (2008, p. 119).

3.3.3 3ª Etapa: Construção do Cubo Fracionário

Nesta etapa da sequência didática, a atenção deve-se voltar à construção do cubo fracionário, momento em que o professor de matemática pode oferecer aos grupos de estudos somente os recursos didáticos que sejam devidamente autorizados pela Unidade de Vigilância e Disciplina do Instituto de Administração Penitenciário do Amapá - UVD/IAPEN/SEJUSP, já que a Escola Estadual São José - EESJ/SEED localiza-se dentro da prisão.

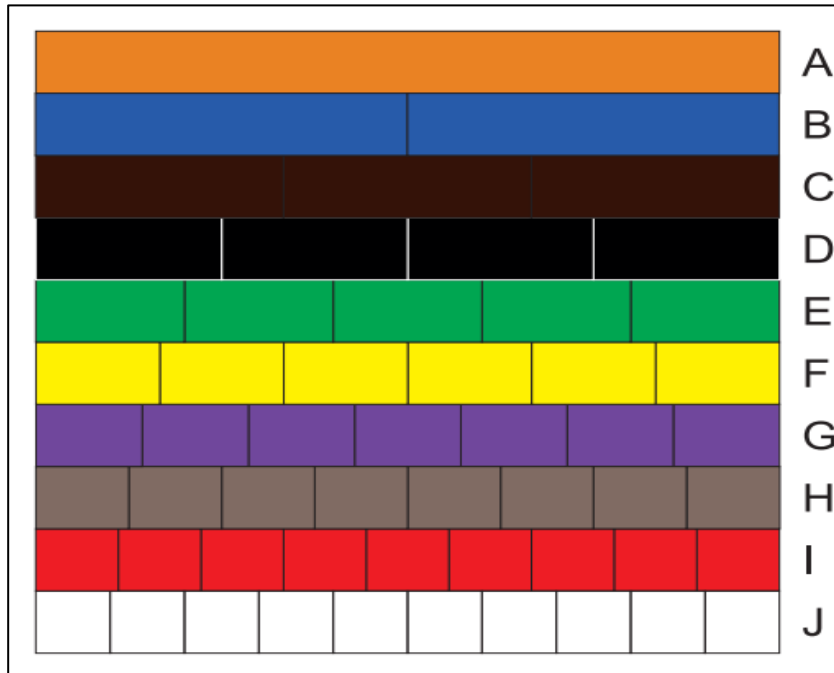
O professor de matemática deve organizar previamente, o material que os grupos de estudos usarão, sendo recomendado que o professor faça o recorte dos papéis que serão distribuídos na Turma de 3ª etapa da EJA na EP, no seu horário de planejamento, com fim de evitar o uso de tesoura, estilete, apontador ou instrumentos pontiagudos em sala de aula para cumprir regras tanto da escola e da prisão.⁵

A construção do cubo se dá da seguinte forma, conforme Allizeua (1823):

Esse sólido geométrico, com o qual se pode aprender a conhecer as frações, é dividido em dez peças, que são indicadas pelas letras A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, e carregar os números de pedido 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. Cada peça do jogo é subdividida de acordo com a ordem natural dos números, aumentando gradualmente para cada peça, de 1 a 10.

Figura 8 - Cubo Fracionário de Alizeau, visto por cima

⁵ Sugestão feita em papel está em anexo



Fonte: Ilustração elaborado pela equipe da pesquisa.

A fatia “A”, não é dividida, representa a décima parte do cubo.

A fatia “B”, é dividida em duas partes iguais.

A fatia “C”, é dividida em três, e as outras progressivamente até a fatia J, que é desta maneira dividida em dez partes iguais.

Por divisões e subdivisões das partes que compõem este cubo, temos dez séries de frações, a saber: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e 100 do cubo.

Caso o tempo permita, o professor poderá explicar como o jogo funciona e mostrar algumas proposições que o cubo pode satisfazer, como por exemplo:

- 1ª Divide o cubo em duas partes iguais.
- 2ª Divide o cubo em três.
- 3ª Divide o cubo em quatro.
- 4ª Divide o cubo em cinco.
- 5ª Divide o cubo em seis.
- 6ª Divide o cubo em sete.
- 7ª Divide o cubo em oito.
- 8ª Divide o cubo em nove.
- 9ª Divide o cubo em dez.

Conformando-se as dez séries de frações indicadas acima, todas as proposições possíveis podem ser satisfeitas; isto é, 540 problemas em frações. Se alguém opera alternadamente nas dez séries, uma terá os seguintes resultados:

A fatia "A", não sendo dividida, representa a unidade das dezenas.

Na fatia "B", encontraremos metade do décimo do cubo.

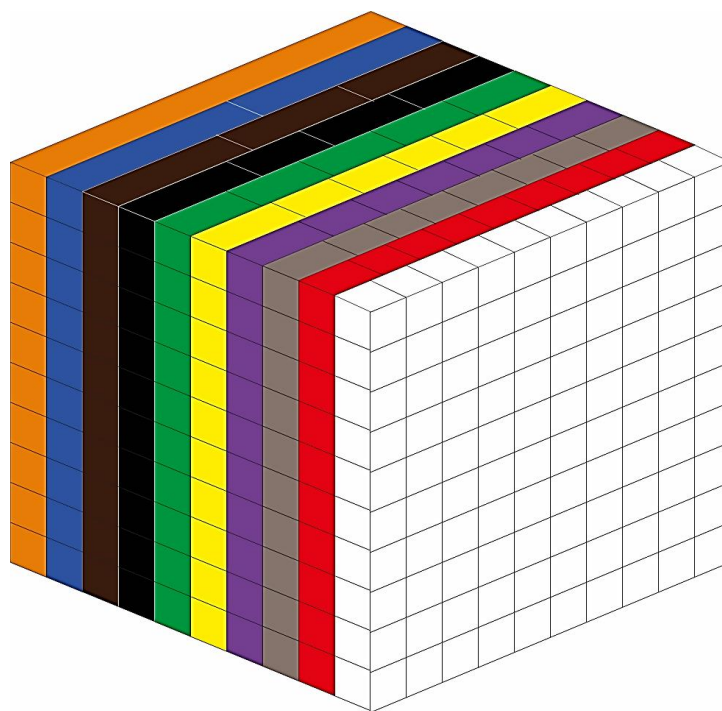
Na fatia "C", encontraremos $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$ do décimo do cubo.

Na fatia "D", teremos $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$ do décimo do cubo.

A fatia "E", dará o $\frac{1}{5}$, o $\frac{2}{5}$, o $\frac{3}{5}$, o $\frac{4}{5}$, do décimo do cubo; e assim por diante para as outras fatias, até aquele "J", no qual encontramos de $\frac{1}{10}$ a $\frac{9}{10}$ do décimo do cubo.

Se combinarmos várias frações e depois extraí-las do cubo, chegaremos aos resultados instrutivos e poderemos resolver problemas que parecerão difíceis de desaparecer pela inspeção do cubo e das partes que o compõem, como se verá nas proposições da etapa seguinte.

Figura 9 - Cubo Fracionário de Alizeau



Fonte: Ilustração elaborado pela equipe da pesquisa.

3.3.4 4ª Etapa: Produção Final

Na última aula de matemática, o professor fará a aplicação do Cubo Fracionário de Allizeau. Inicialmente, lembrando a segunda etapa da sequência didática, agora o professor mostrará por meio do material didático manipulável – o *cubo fracionário*, o que antes tinha exemplificado falando.

Como já mencionamos na primeira etapa desta sequência didática, o professor usará os problemas que os grupos de estudos elaboraram e deixaram escrito em seus cadernos. Mas primeiro é interessante que o professor resolva as seguintes situações com os grupos de estudos. Assim, não se perderá o foco do jogo instrutivo, que é a construção do conhecimento e sanar as dúvidas possíveis na sala de aula.

De acordo com Allizeau (1823) para realizar operações de frações, é sempre necessário colocar a fatia destinada a dar a divisão desse mesmo cubo, à direita do sólido; por exemplo, ao operar nos centésimos, suporte J está no lugar, mas se operar em noventa décimos deve levar a borda J, à esquerda da fatia A, tendo em mente fatia I, que representa o 90 e assim para as dez séries de frações.

A seguir, citamos as instruções que apresenta Allizeau (1823), o que ele organiza por meio de dez proposições:

- 1ª PROPOSIÇÃO

Pedimos a centésima parte do cubo.

A operação é reduzida para remover do sólido, parte do décimo de J, será igual à centésima parte do cubo.

- 2ª PROPOSIÇÃO

Perguntamos o $9/100$ do cubo.

Tire nove partes do décimo de J, essas nove partes são $9/100$ do cubo.

- 3ª PROPOSIÇÃO

Pedimos $14/100$ do cubo.

Como a fatia J é dividida em dez e é a décima parte do cubo, indica ao mesmo tempo que as outras nove fatias devem ser divididas em dez, o que supõe o sólido dividido em cem partes. Para resolver este problema, é necessário destacar a fatia I, que representa dez centésimos, a qual se somam 4 partes do décimo de J e uma terá $14/100$ do cubo.

- 4ª PROPOSIÇÃO

Pedimos $90/100$ do cubo.

A operação é reduzida para destacar a borda superior J; as nove fatias restantes preenchem as condições do problema.

- 5ª PROPOSIÇÃO

Pedimos $5/90$ do cubo.

Carregue a fatia J para a esquerda da fatia A; A fatia I, sendo a primeira, indica que o cubo é dividido em 90 partes. Para ter o $5/90$, subtraia cinco partes do décimo de I; estas cinco partes serão o $5/9$ do décimo de I, ou o $5/90$ do cubo.

- 6ª PROPOSIÇÃO

Pedimos $32/70$ do cubo.

Para resolver esta resolução de problemas, deve notar-se que o cubo é dividida em 70 partes de acordo com a proposta, a operação de transportar as fatias de J, I, H, para a esquerda da Fracção A; a fatia G, estando na liderança, indica a divisão do cubo em $70/70$; para resolver o problema, destaque as quatro fatias C, D, E, F, = $28/70$, adicione $4/7$ do décimo de G, que são iguais a $4/70$; você terá para as condições do problema, o $32/70$ solicitado.

- 7ª PROPOSIÇÃO

Ou propuseram separar do cubo o $27/40$. Após ter passado para a esquerda de fatias A, J, I, H, G, F, E, sempre respeitando a ordem de execução, banda D, o que indica a divisão do cubo em 40, serão encontrados como convém a direita do cubo.

Para ter o cubo $27/40$, pegue as seis fatias C, B, A, J, I, H; eles serão iguais a $24/40$: adicione a essas seis fatias três partes D e você terá $27/40$ meses.

- 8ª PROPOSIÇÃO

Pedimos $1/7$ do cubo.

Para ter $1/7$ do cubo, leve as fatias J, I, H, à esquerda da fatia A, a fatia G, à direita, indica que o cubo está dividido em 70 partes iguais. Como o 7° de 70 é igual a 10, se pegarmos a fatia F, que nesse caso é igual a 7, e somarmos três partes da fatia G, teremos dez partes que serão iguais à sétima do cubo.

- 9ª PROPOSIÇÃO

Se você perguntar ao 12^a parte do cubo; para ter este 12 você irá transportar as fatias J, I, H, G, para a esquerda da fatia A; a fatia F, estando à direita, indicará que o cubo está dividido em sessenta partes iguais; pegue 5 partes F, estas cinco partes serão o 12^a parte do Cubo.

- 10ª PROPOSIÇÃO

Pedimos a 15^a parte do cubo.

Se o cubo estiver organizado como na proposição anterior, a fatia F estará à direita, como indica que o cubo é dividido em 60 partes iguais, quatro partes dessa fatia F serão a 15^a parte do cubo.

Por último, o professor pode fazer a avaliação da aprendizagem em fração, considerando os aspectos atitudinais (comunicação oral dos grupos de estudos e interação com o professor), aspectos cognitivos e procedimentais (explicação sobre a situação-problema envolvendo fração no contexto do cárcere, sua exposição como um problema matemático e resolução pelo grupo de estudo).

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como resultado desta pesquisa, elaboramos uma sequência didática do Cubo fracionário para Educação Penitenciária, tendo como público alvo, os professores que trabalham na Escola Estadual São José, no Instituto de Administração Penitenciária do Amapá, com finalidade de propor o uso de uma fonte primária e aspectos históricos no ensino de matemática em contexto de confinamento. Portanto, o objeto de estudo volta-se para um grupo de professores de matemática que ainda no Brasil é pouco lembrado na pesquisa em educação matemática.

Considerando que a pessoa presa e estudante tem seus direitos reconhecidos na Legislação Educacional e Lei de Execução Penal, como assistência educacional, que ocorre pela oferta de cursos da Educação de Jovens e Adultos na Educação Penitenciária e a remição de parte do tempo de execução da pena por estudo e trabalho, conforme estabelecida na Lei nº 7210 e Lei nº 12433 (BRASIL, 1984; 2011), é importante que no Curso de Licenciatura em Matemática da UNIFAP se discuta através da pesquisa em educação matemática, a questão do planejamento de ensino em matemática para os professores da área de ciências exatas que trabalham na escola instalada na prisão.

O ensino de operações com frações para adultos presos com foco em assuntos do livro *Les Polyèdres Arithmétiques et Fractionnaires* de Allizeau (1823), requer um planejamento específico por se tratar de um livro escrito em francês, que primeiramente necessita da tradução ao português, bem como a seleção de tópicos do livro escolhido, pois este propõe o uso de jogos, como *Poliedro Aritmético* para resolver adição e subtração de números racionais e os *Poliedro Fracionário ou Cubo Fracionário* para resolver problemas envolvendo multiplicação e divisão de números racionais a partir de um conjunto de proposições apresentadas pelo autor como instruções para manusear o jogo.

Mesmo que os jogos instrutivos propostos por Allizeau tenham sido pensados para ensinar matemática elementar, é possível adaptar a sua proposta didática para aplicá-la aos adultos presos, pois eles também estudam as operações básicas com números racionais.

Com o ensino de frações na Educação de Jovens e Adultos na Educação Penitenciária, espera-se que a sequência didática proposta, que envolve aspectos históricos e jogos, contribua com o desenvolvimento das habilidades atitudinais, conceituais e procedimentais. Desta forma, o professor de matemática valorizará não somente o conhecimento matemático, mas também como os adultos presos expressam as suas ideias relacionadas às operações com frações no contexto de confinamento na sala de aula.

5 REFERÊNCIA

ALLEMAGNE, H. **Musée rétrospectif de la classe 100: jeux à l'Exposition universelle internationale de 1900**. Paris: s.e, 1900.

ALLIZEAU, M. A. **Les Métamorphoses ou amusements géométriques**. Paris: L'auteur, 1818a.

_____. **L'architecture amusante ou suite des Métamorphose géométriques**. Paris: L'auteur 1818b.

_____. **Le Jeu des polygones ou la Transformation des plans**. Paris: L'auteur, 1822.

_____. **Les Polyèdres Arithmétiques et Fractionnaires**. Paris: L'auteur, 1823a.

_____. **De la Transformation des Masses Appliquées a la Bâtisse**. Paris: L'auteur, 1823b.

AMAPÁ. Resolução Normativa nº 057/2015-CEE/AP. Dispõe sobre a oferta de Educação para Jovens e Adultos e da Educação Profissional e Tecnológica, para pessoas privadas de liberdade, nos estabelecimentos penais do Estado do Amapá e dá outras providências correlatas. **Diário Oficial do Estado do Amapá**, nº 6134, Macapá, 10.02.2016.

BARRETO, L. R.; ALMEIDA, V. M. **Maria Montessori e sua contribuição para o ensino-aprendizagem de matemática**. Universidade Estadual Paulista. Guaratinguetá, 2008.

BARRETO, D. E. S. **Jogos e aprendizagem matemática de alunos da Educação de Jovens e Adultos - EJA**. (Dissertação de Mestrado). Universidade Anhanguera de São Paulo. São Paulo, 2015.

BARROS, A. D. J. P. D.; LEHFELD, N. A. D. S. **Projeto de Pesquisa: propostas metodológicas**. 13. ed. Petrópolis: Vozes, 2002.

BYRNE, C. Maths in Prison. **Journal of Prison Education and Reentry**, Virginia, v. 2, n. 2, p. 33-37, Dec. 2015.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. **Proposta Curricular para Educação de Jovens e Adultos: Matemática, Ciências Naturais, Arte e Educação Física**. Brasília: MEC/SEF, 2002. v. 3.

- _____. Lei nº 7210 de 11 de julho de 1984. **Diário Oficial da União**, Brasília, 13.07.1984.
- _____. Lei de Diretrizes e Bases da Educação. **Diário Oficial da União**, Brasília, 23.12.1996.
- _____. Lei nº 12.433 de 29 de junho de 2011. **Diário Oficial da União**, Brasília, 30.06.2011.
- _____. Resolução nº 2 de 19 de maio de 2010. Institui as Diretrizes Nacionais para a Oferta de Educação para Jovens e Adultos em Situação de Privação de Liberdade nos Estabelecimentos. Brasília: MEC/CNE/CEB, 2010.
- BATISTA, M. S. **Material Cuisenaire e Frações: Descobrendo Possibilidades**. Instituto Federal do Piauí. Piauí, 2016.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza F. Gomide. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- COSTA, E. S.; BARBOSA, G. S.; SOUZA, V. R. M. **Pedagogia dos Anormais do Século XIX ao Início do Século XX: Cuidar e normalizar para educar**. Universidade Federal de Recife. Sergipe. 2016.
- COMPAYRÉ, G. **Organisation Pedagogique et Legislation des ecoles primaires**. Paris: Librairie classique Paul Delaplane, 1890.
- CURRAN, JUNIOR, R. T. Three wooden crystal models with hand-written, octagonal labels which have a border made from blue lines, 2014, Disponível em: <http://www.rtcjr.com/allizeau-models-text.html>, Acesso: 18/02/2018.
- DALBERG, C. T. A. M. **Recherches sur l'irréductibilité arithmétique et géométrique des nombres et de leurs puissances**. S.l: s.e, 1808.
- DOLZ, J.; NOVERRAZ, M.; SCHNEUWLY, B. Sequências didáticas para o oral e a escrita: apresentação de um procedimento. In: SCHNEUWLY, B; DOLZ, J. **Gêneros Oraís e Escritos na Escola**. Trad. ROJO, R.; CORDEIRO, G. S. São Paulo: Mercado das Letras, 2004, p. 95-128.
- DRUMOND, M. F. **As Barras Adaptadas de Cuisenaire como Mediadoras do Processo de Ensino e Aprendizagem das Operações de Adição, Subtração e Multiplicação para Alunos Cegos do Ensino Fundamental I**. Universidade Federal de Ouro Preto. Ouro Preto, 2016.
- EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Trad. Higyno H. Domingues. Campinas: Ed. Unicamp, 2004.
- FARIA, E. S.; VIEIRA, T. S.; CORENZA, J. A. **Reflexões sobre o uso do Material Dourado nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Anotações de Estágio**. IFRJ. Rio de Janeiro, 2013.
- Gomes, M. J. T. (2005). **Modelagem Matemática no Cárcere**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Paraná, Brasil. Retrieved from <http://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/2635> (January 19, 2017).

FÉRE, G. **Statistique des Lettres et des Sciences en France**. Paris: Chez l'Auteur, 1834.

FÉRUSAC. (Dir.). **Bulletin des sciences mathématiques, astronomiques, physiques et chimiques**: Première Section du Bulletin Universel des Sciences et de L'Industrie. Paris: Fain, 1825. Tome Troisième, p. 62-64.

GARCIA, D. F. A importância dos jogos matemáticos no processo ensino-aprendizagem da educação básica. In CASTEJON, M., ROSA, R. (Org.). **Olhares sobre o Ensino da Matemática**: educação Básica. Uberaba: IFTM, 2017.

IRELAND, T. Educação em prisões no Brasil: direito, contradições e desafios. **Em Aberto**, Brasília, v. 24, n. 86, p. 19-39, Nov. 2011.

LARA, I. C. M. **Jogando com a Matemática**: De 5ª a 8ª série. São Paulo: Rêspel, 2003.

LEITES, C. B. (2005). **Etnomatemática e Currículo Escolar: Problematizando uma experiência pedagógica com alunos de 5ª Série**. [Ethnomathematics and schoolcurricula: www.repositorio.jesuita.org.br/bitstream/handle/UNISINOS/1886/Etnomatematica.pdf?sequence=1&isAllowed=y (January 19, 2017).

MALO, C. **Bazar parisien, ou Annuaire raisonné de l'industrie des premiers artistes et fabricans de Paris**: offrant l'examen de leurs travaux, fabrications, découvertes, produits, inventions, etc: ouvrage utile à toutes les classes de la société. Paris: Au bureau du Bazar parisien, 1822.

MEIRA, C.; FANTINATO, M. C. Os saberes matemáticos de jovens e adultos em contexto de privação de liberdade. **Revista Latinoamericana de Etnomatemática**, San Juan de Pastos, v. 8, n. 2, p. 177-193, Jun./Sep. 2015.

OHIRA, L. B.; PRADO. **Bibliotecas Virtuais e Digitais: Análise de Artigos de Periódicos Brasileiros (1995/2000)**. Universidade do Estado de Santa Catarina. Santa Catarina, 2002.

PARENTE, M. G. (2006). **Educação sem Liberdade: caminhos e descaminhos do real-vivido por um professor de matemática**. Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho," São Paulo, Brasil. Retrieved from <http://repositorio.unesp.br/handle/11449/91128> (January 19, 2017).

RODRIGUES, M.; OLIVEIRA, G. **O Modelo Pedagógico idealizado por Maria Montessori: aplicabilidade do**. Universidade Vale do Acaraú. Juazeiro do Norte, 2017.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**. São Paulo: Annablume, 1999.

VASQUEZ, E. L. **Sociedade Cativa. Entre Cultura Escolar e Cultura Prisional: Uma incursão pela Ciência Penitenciária**. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2008.

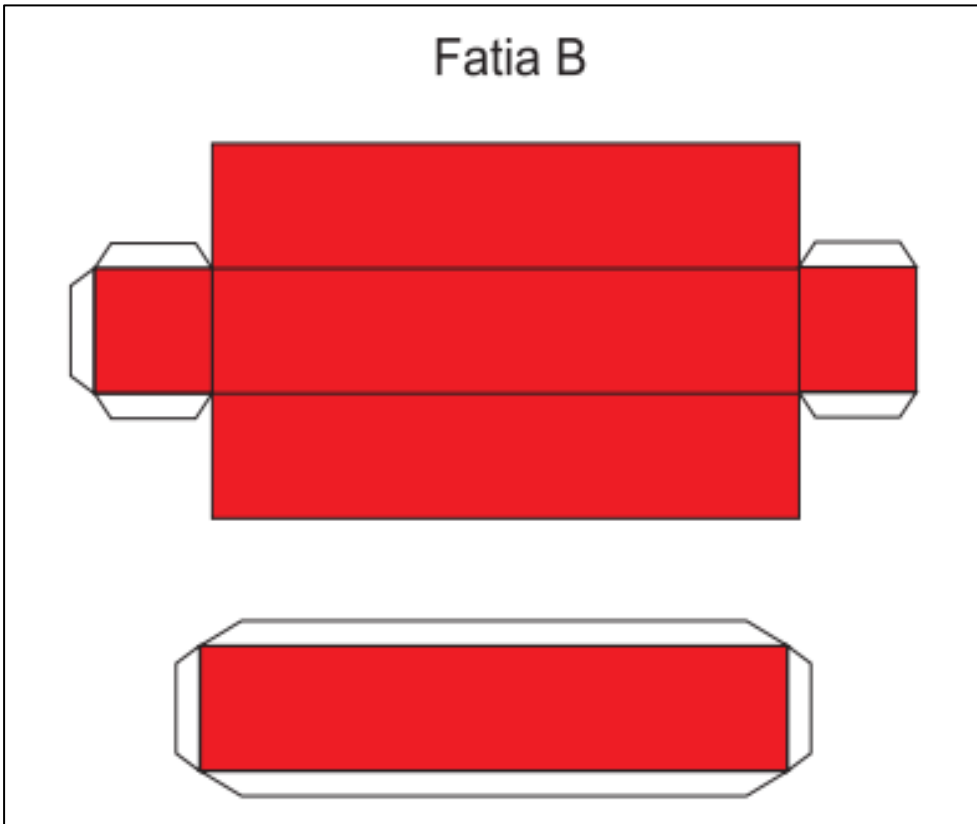
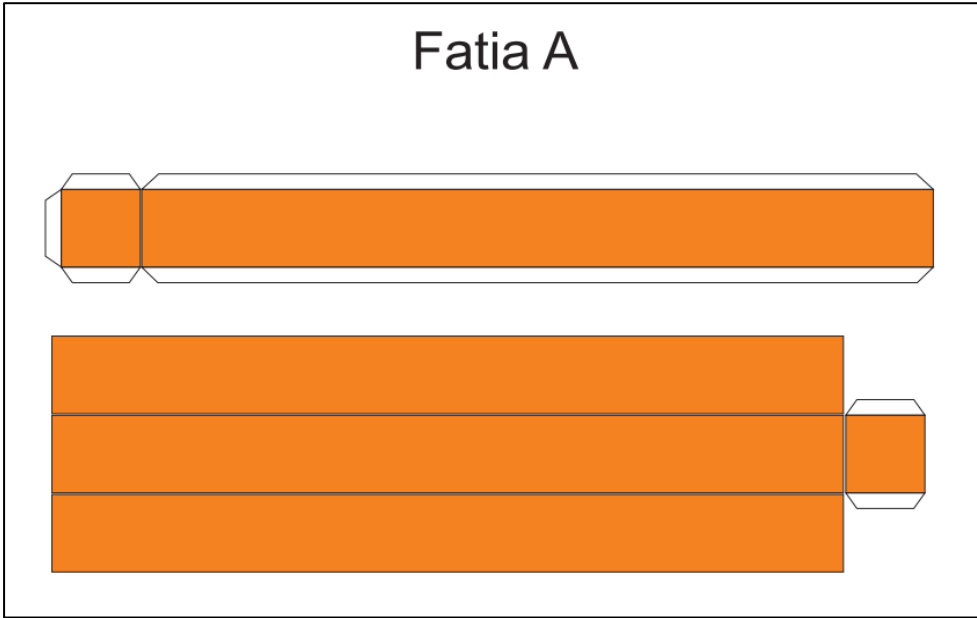
_____. Ethnomathematics as an Epistemological Booster for investigating Culture and Pedagogical Experience with the Young Offender or Prison School Communities, **Journal of Education and Human Development**, Madison, v. 6, n. 2, p. 117-127, Jun. 2017.

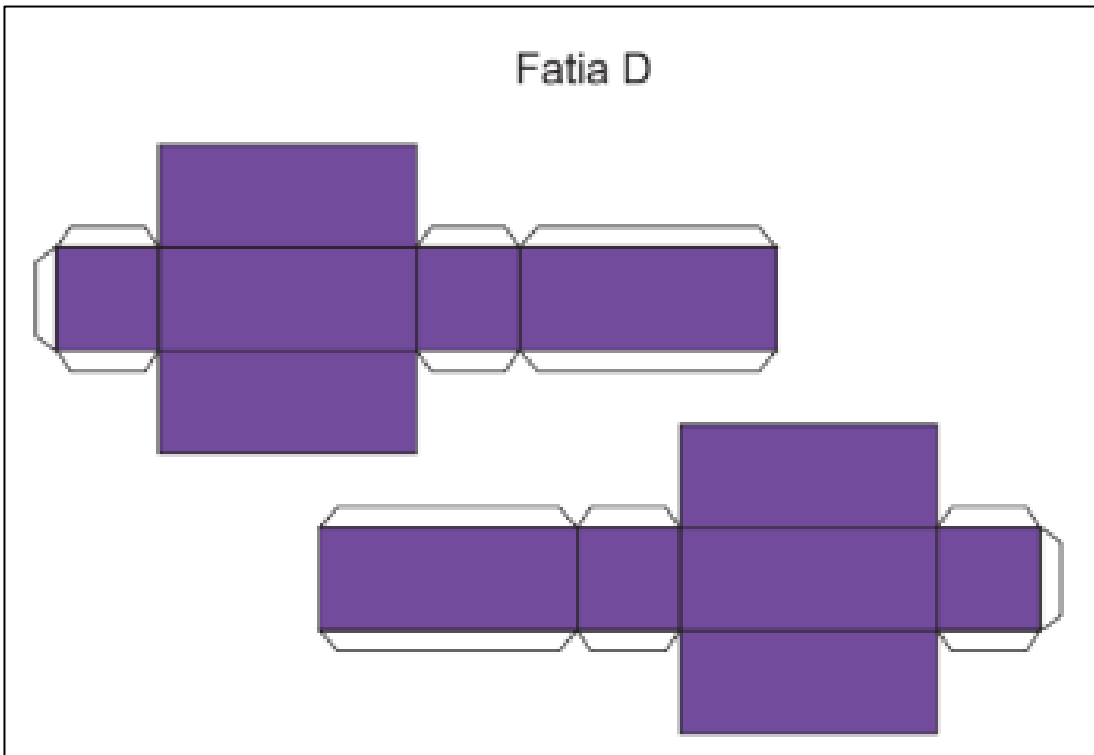
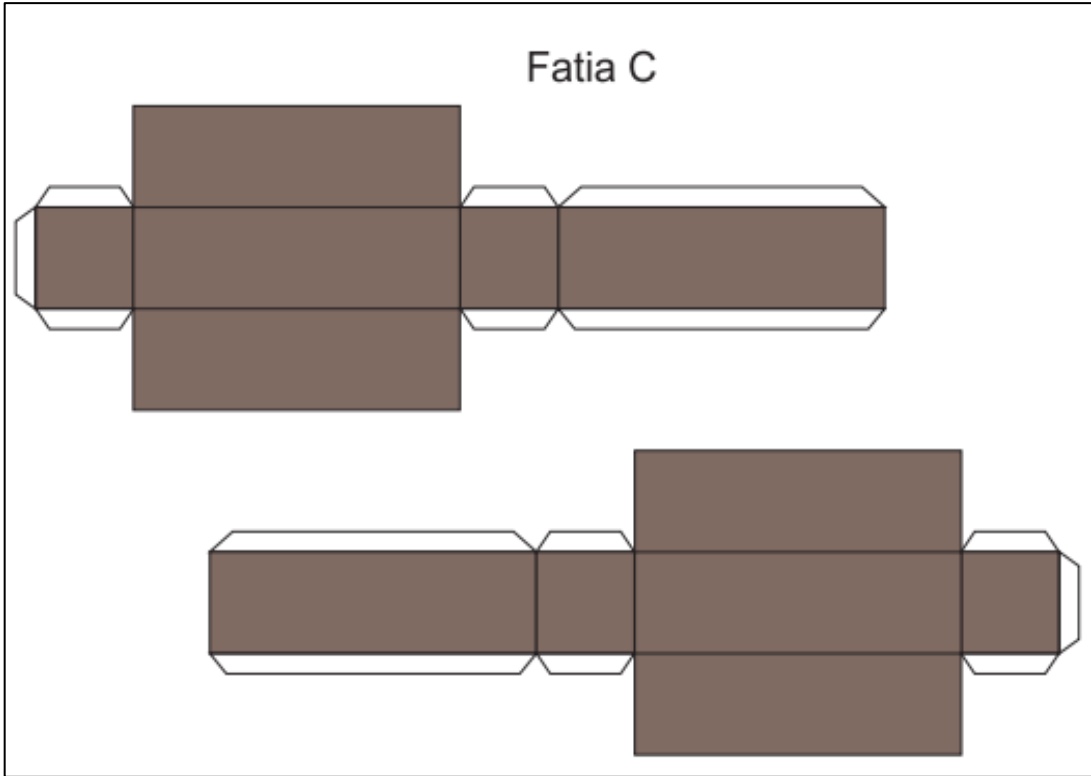
6 ANEXO**ANEXO I****Avaliação diagnóstica sobre o conteúdo de frações:**

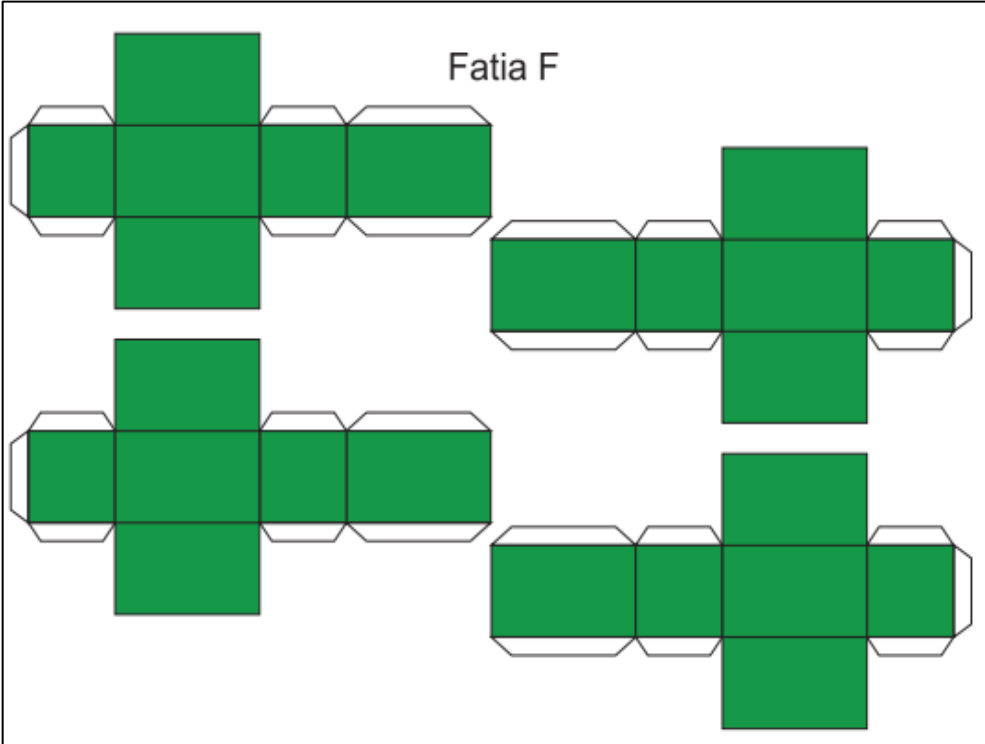
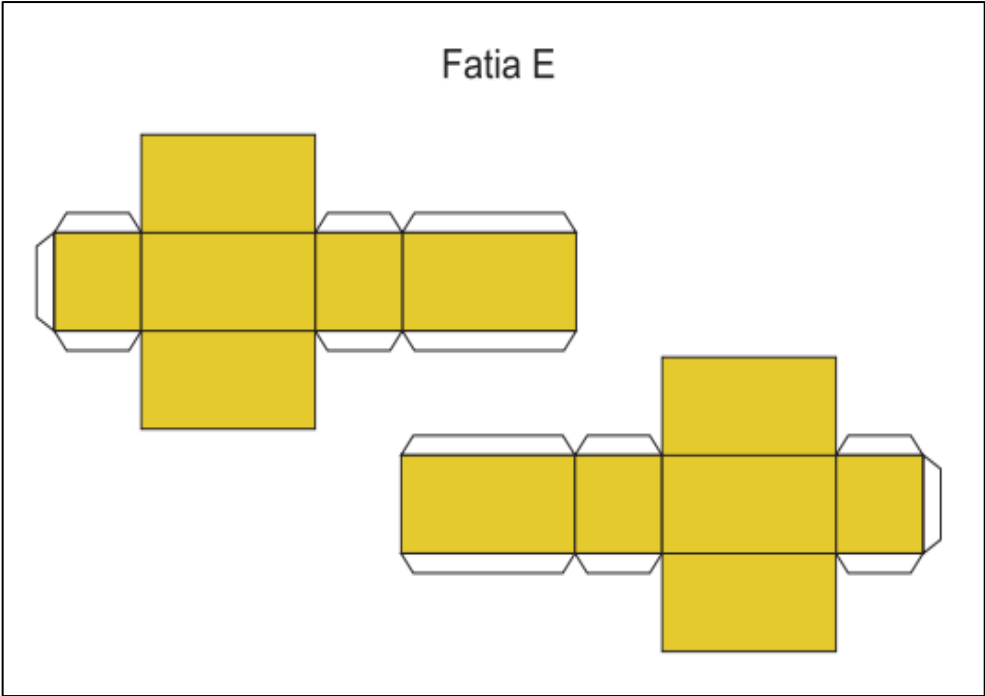
- A. Vocês sabem resolver problemas de divisão?
- B. Vocês conhecem os números racionais?
- C. Quando escutam a palavra fração, em que vocês pensam?
- D. O que vocês sabem sobre os seguintes números: $1/5$, $2/4$ e $5/4$?
- E. As frações tem a ver com a situação-problema de uma pessoa que está cumprindo pena na prisão? Por quê?

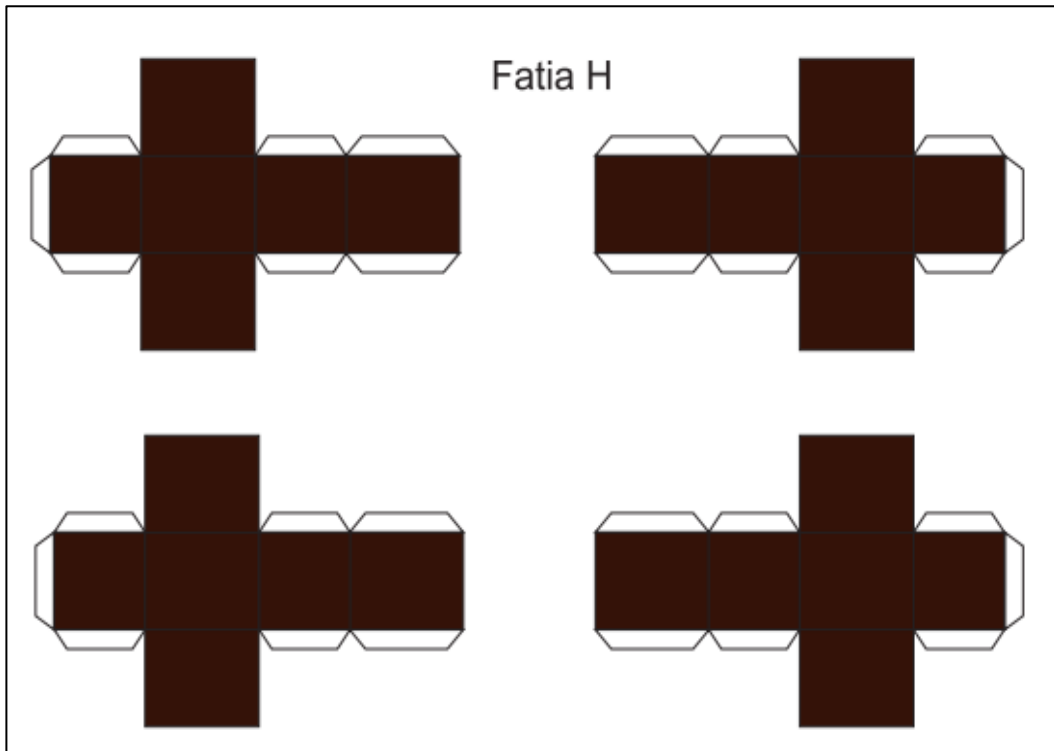
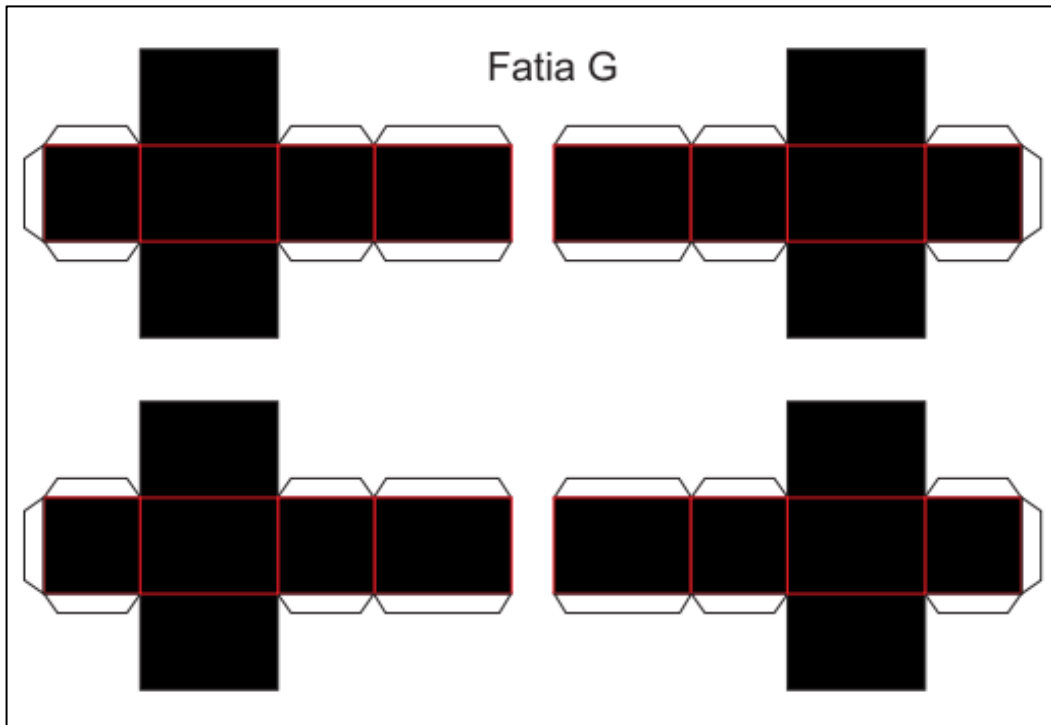
ANEXO II

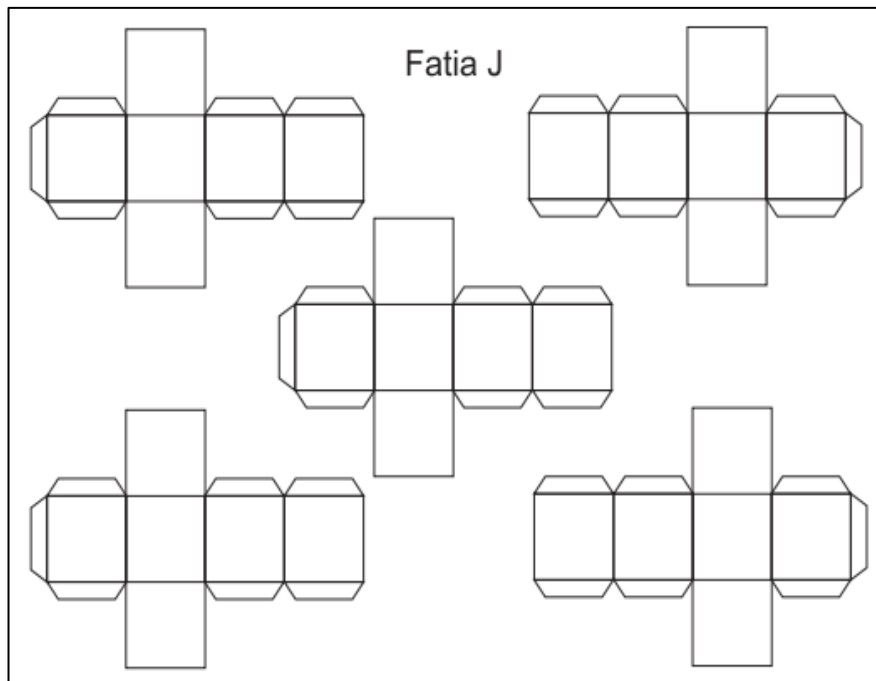
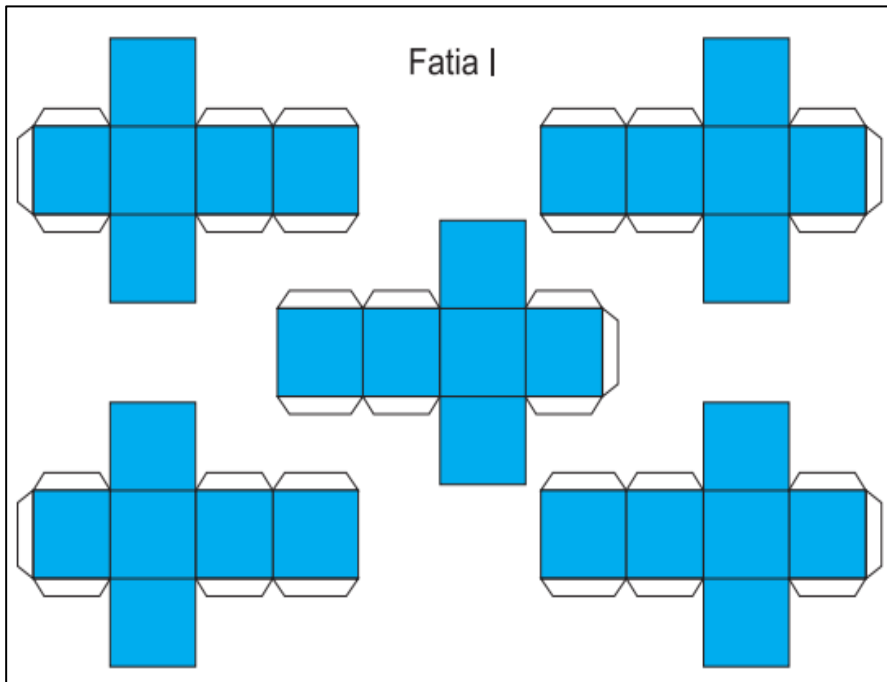
Partes do Cubo Fracionário para recortar:











Fonte: Fotografias do projeto de pesquisa.

ANEXO III

Cubo fracionário, contruído com madeira:



Fonte: Fotografias do projeto de pesquisa.

ANEXO IV

Cubo fracionário que foi exposto durante a defesa pública de TCC:



Fonte: Fotografias do projeto de pesquisa.