

Força de Atrito em diferentes escalas de medida: uma abordagem com fractais

*Sampaio, S.; *Pires, M.; *Leal, J.; *Nobre, C.; *LEONAN; *CARLA; *Santos, magner, D.; Wilerson, THIAGO; paezio, sara.
 *Universidade Federal do Amapá/Programa de Educação Tutorial-PET/Física.
 Jardim Marco Zero. Rod: Juscelino Kubstchek. Km-2. CEP:68.900-280. Amapá, Brasil.

1. INTRODUÇÃO

Compreender o que ocorre com a força de atrito quando mudamos a escala de medida tem se tornado de fundamental importância em muitos sistemas físicos. Neste trabalho mostramos de forma didática e simplificada que a área de contato e conseqüentemente a força de atrito diminuem com o aumento da escala. Para isso modelamos a área de contato entre um bloco e a superfície usando o **fractal** semelhante ao **tapete de sierpinski** na versão auto-afim.

A motivação deste trabalho esta em mostrar de forma quantitativa e qualitativa que a escala de medida influencia bastante na a área de contato e atrito, já que nos livros de mecânica dos períodos iniciais dos cursos universitários não mostram.

2. TEORIA FRACTAL

As formas encontradas na natureza geralmente são irregulares, no entanto dentro desta irregularidade existe uma certa regularidade, através desta percepção foi criada a **geometria fractal**, onde através das formas geométricas conhecidas, tais como: a circunferência, o quadrado, o triângulo e etc.; formamos formas geométricas irregulares e quando pegamos uma pedaço desta forma e damos um zoom a mesma se repete (isto é conhecido como invariância de escala).

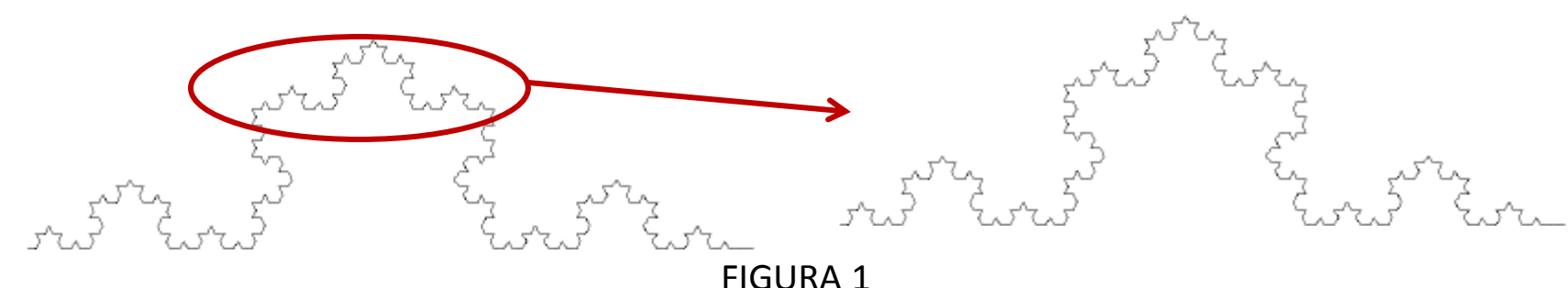


FIGURA 1

Os fractais são classificados em duas categorias: os fractais auto-similares e os auto-afins.

- **Fractal auto-similar:** é aquele que tem invariância de escala exata, ou seja, a semelhança é exata.
- **Fractal auto-afim:** é aquele que tem invariância de escala aproximada, ou seja, a semelhança não exata.

Fractal auto-similar

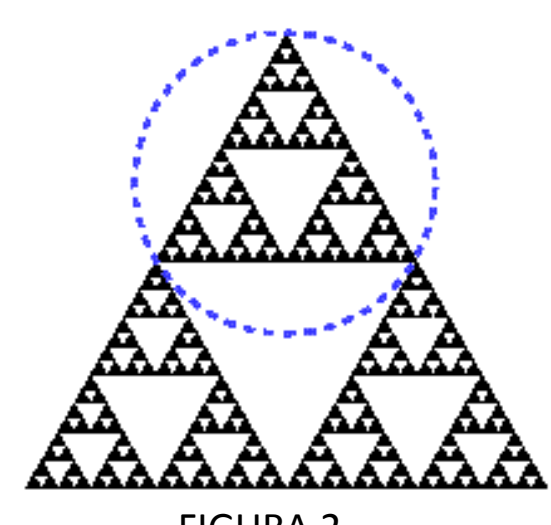


FIGURA 2

Fractal auto-afim

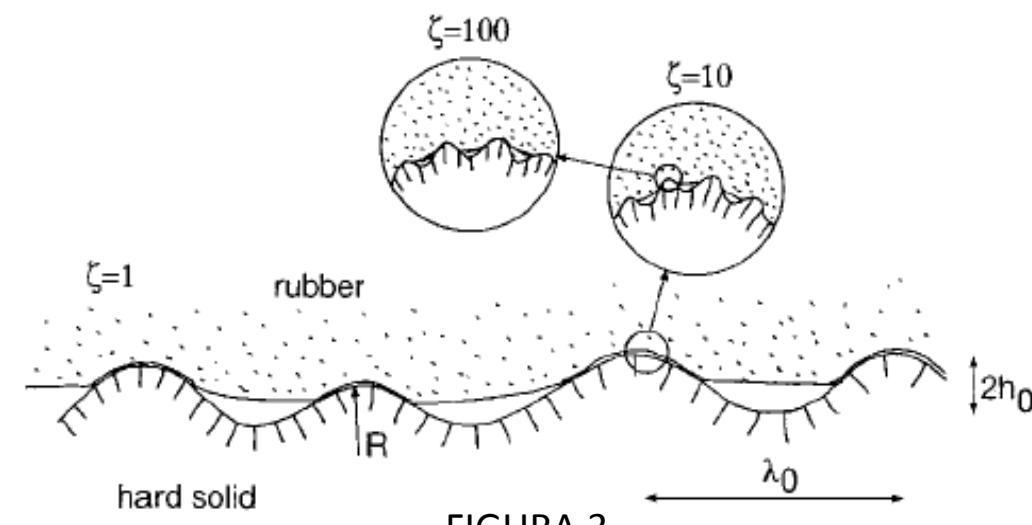
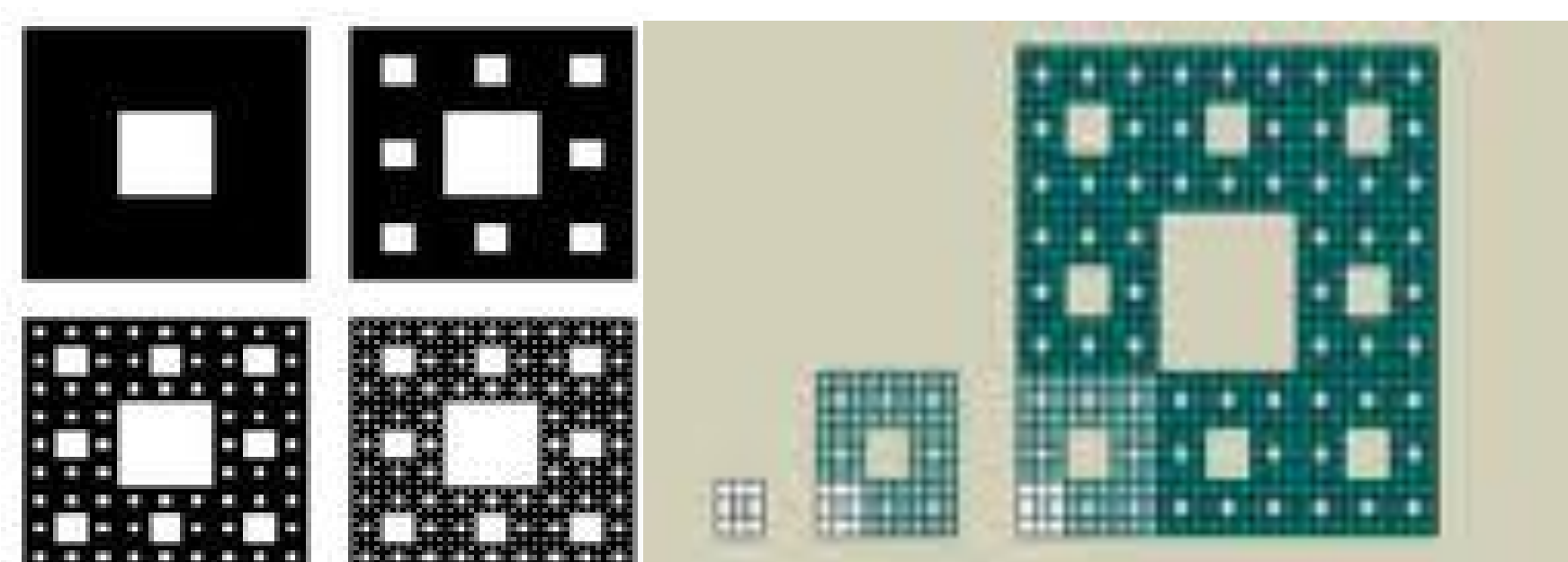


FIGURA 3

Em nosso modelo para modelar área de contato entre um bloco e a superfície de contato vamos utilizar um fractal semelhante ao tapete de sierpinski que é um fractal auto-similar, porém iremos usar uma versão auto-afim deste fractal (ver figura 4).



3.FORÇA DE ATRITO

A **força de atrito (Fat)** tem como característica se opor ao movimento de um corpo que está sobre uma superfície, quando sobre este foi aplicada uma força. A intensidade da **Fat** depende do material que compõe a superfície e o material que compõe o corpo, e esta característica é representada por μ na equação abaixo:

$$Fat = \mu \cdot FN \quad \dots\dots(1)$$

Esta equação é a famosa equação para cálculo da intensidade da força de atrito que aparece comumente nas literaturas usuais. No entanto esta equação só é valida para a escala macroscópica.

4. METODOLOGIA

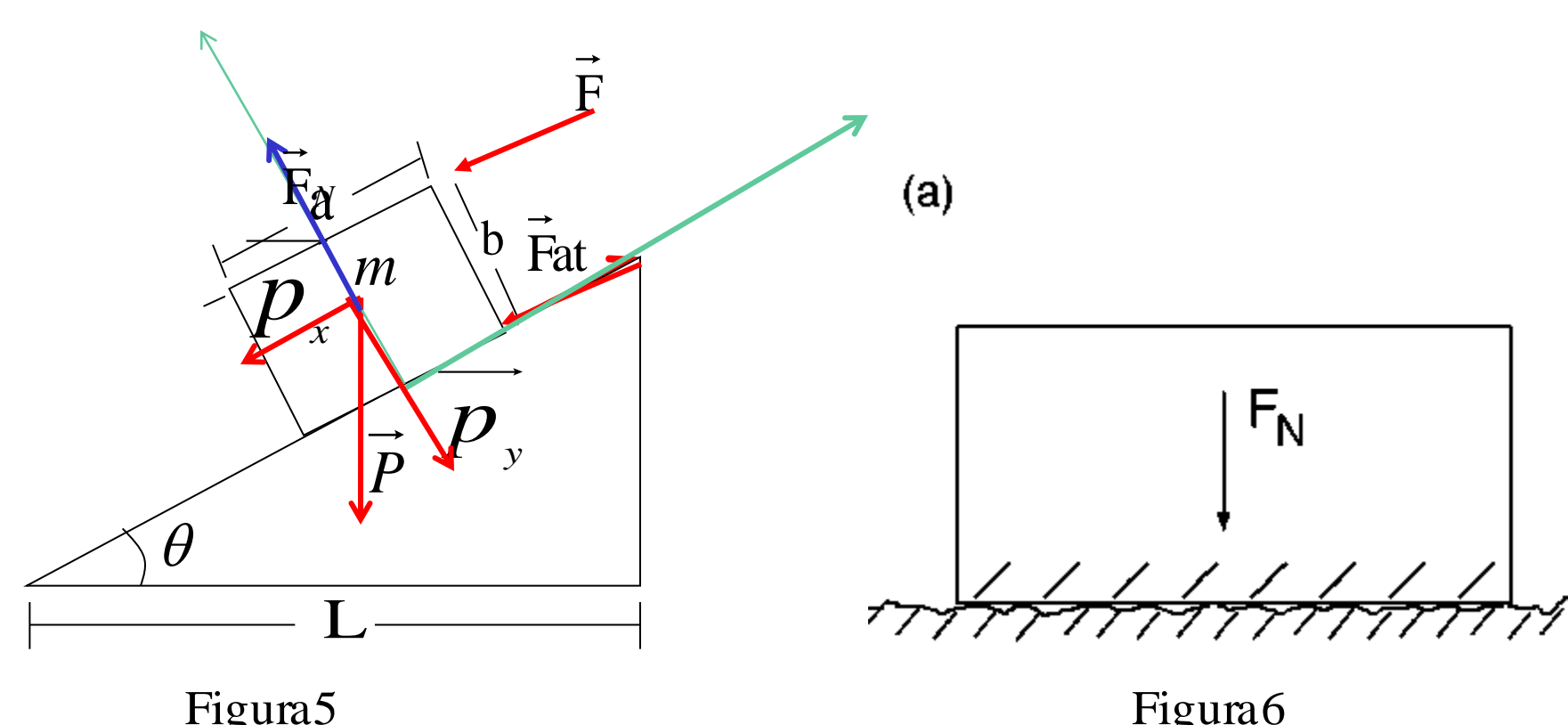
Em nosso trabalho iremos a partir da equação (1) juntamente com um fractal semelhante ao tapete de sierpinski, na versão auto-afim, e o conceito de pressão, elaborar uma equação que mostre a diferença da força de atrito entre diferentes escalas de medida.

Para tal finalidade será utilizado:

- a figura de um bloco de base quadrada, para simplificação dos cálculos, que estar sobre uma rampa inclinada;
- a amplificação do perfil da área de contato entre a superfície da rampa e o bloco;
- a análise das forças que são apresentadas na figura acima citada;
- a equação que relaciona pressão, força aplicada sobre um corpo e área de contato entre este corpo e uma superfície;

5. DESCRIÇÃO

Observemos as figuras abaixo:



Como não há deslocamento na vertical do sistema de coordenadas adotado, da Figura 5 temos:

$$F_N = P_y \quad \dots\dots(2)$$

A equação que relaciona a pressão, força aplicada sobre um corpo e a área de contato entre o corpo e a superfície é dada abaixo:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad \dots\dots(3)$$

Daí tiramos a seguinte relação:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{P_y}{A_{aparente}} = \frac{F_N}{A_{real}}$$

logo,
$$F_N = \frac{P_y}{A_{aparente}} \cdot A_{real} \quad \dots\dots(4)$$

Onde :

A_{real} é a área real de contato entre o bloco e a superfície;

$A_{aparente}$ é a área aparente de contato entre o bloco e a superfície.

Substituindo a equação (4) na equação (1), temos:

$$F_{at} = \mu \cdot P_y \frac{A_{real}}{A_{aparente}} \quad \dots\dots(5)$$

Reescrevendo : $F_{at} = \mu \cdot P_y \cdot \zeta \quad \dots\dots(6)$

$$\zeta = \frac{A_{real}}{A_{aparente}}$$

Da equação (6), verificamos que para o cálculo da força de atrito, precisamos conhecer ζ . Vamos agora analisar como se comporta a **Fat** nas escalas de medida macro, mili, micro e nano:

Na escala macro:

$$A_{real} = A_{aparente} \Rightarrow \zeta = 1 \Rightarrow F_{at} = \mu \cdot P_y$$

Nas escalas mili, micro e nano:

$$A_{real} < A_{aparente} \Rightarrow \zeta < 1 \Rightarrow F_{at} < \mu \cdot P_y$$

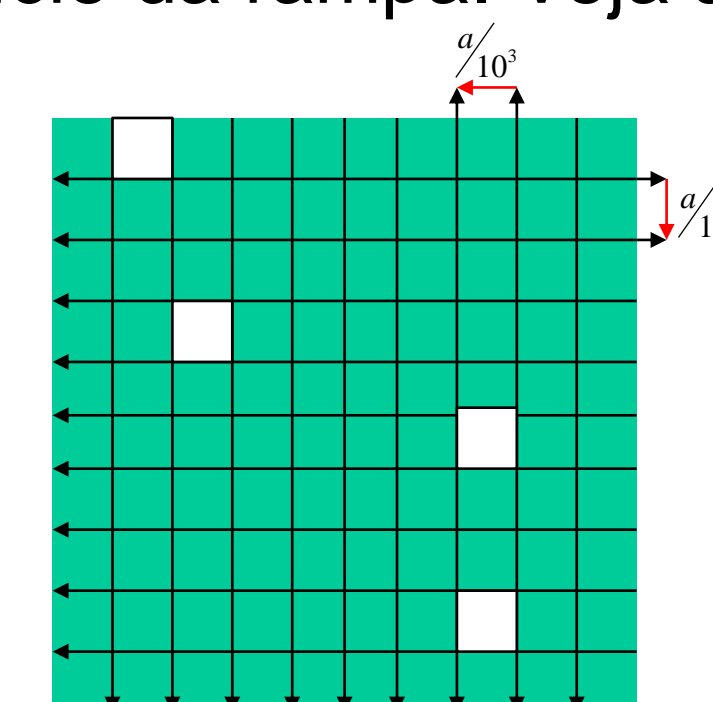
Para o calcular ζ precisamos conhecer o valor da A_{real} .

➤ Na escala macro:

$$A_{real} = A_{aparente} = A_0 = a^2$$

➤ Na escala mili:

Vamos dividir a base do bloco em 10^3 espaços iguais, essa divisão irá resultar em **10** quadradinhos iguais, onde destes **10** são quadradinhos sem pintura (que representam as áreas onde não contato entre o bloco e a superfície da rampa. Veja a figura abaixo:



Da figura temos que a área de um quadradinho é:

$$A = \left(\frac{a}{10^3}\right) \left(\frac{a}{10^3}\right) = \left(\frac{a}{10^3}\right)^2$$

Portanto a área real de contato entre o bloco e a superfície na escala mili é:

$$A_1 = (10^6 - 10^3) \left(\frac{a}{10^3}\right)^2$$

Procedendo analogamente ao feito na escala mili, encontraremos a área real de contato:

➤ Na escala micro:

$$A_2 = (10^6 - 10^3)^2 \cdot \left[\left(\frac{a}{10^3}\right) \cdot \left(\frac{1}{10^3}\right)\right]^2$$

➤ Na escala nano:

$$A_3 = (10^6 - 10^3)^3 \cdot \left[\left(\frac{a}{10^3}\right) \cdot \left(\frac{1}{10^3}\right)\right]^2$$

6.CONCLUSÃO

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- , ASSIS, T. A. et al. **Geometria fractal: propriedades e características de fractais ideais**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 30, n. 2, 2304. 2008.
 JÚNIOR, R. N. D. S.; TEDESCO, J. C. G.; QUEIROZ, G. P. A **dependência da área real de contato no atrito entre superfícies sólidas**. XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física, Rio de Janeiro, p. 4, 24 a 28 Janeiro 2005.

