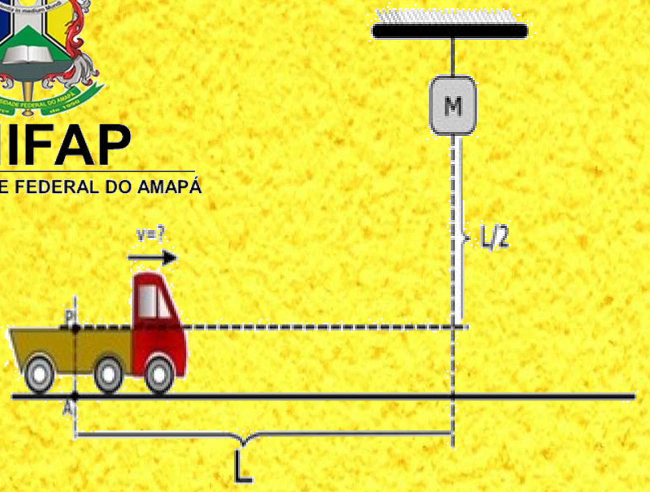
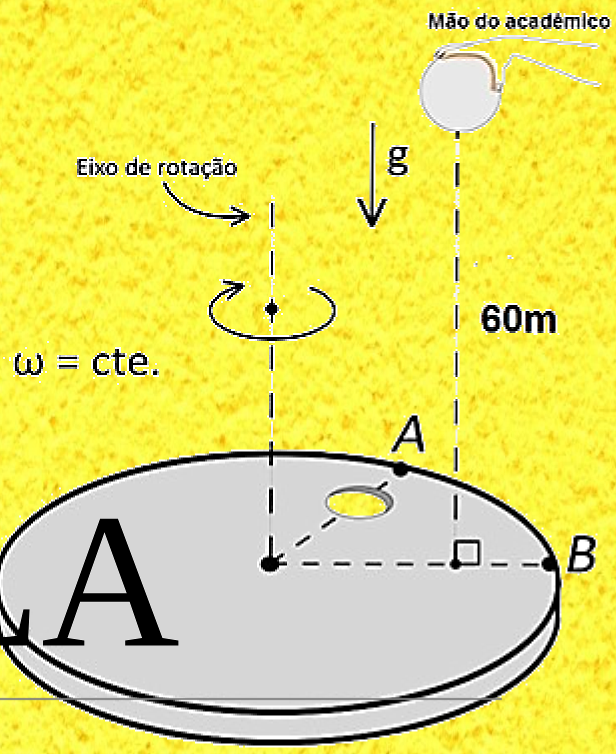
UNIFAP
UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ



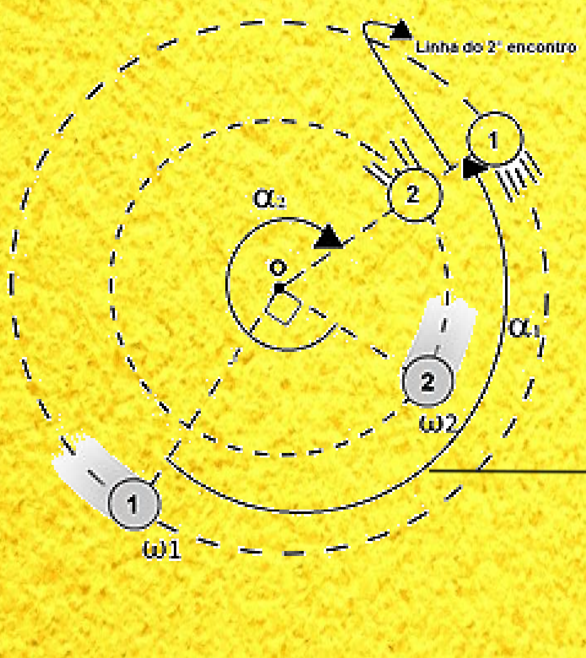


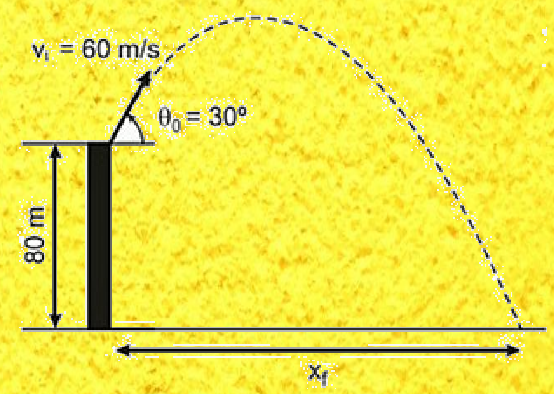
APOSTILA

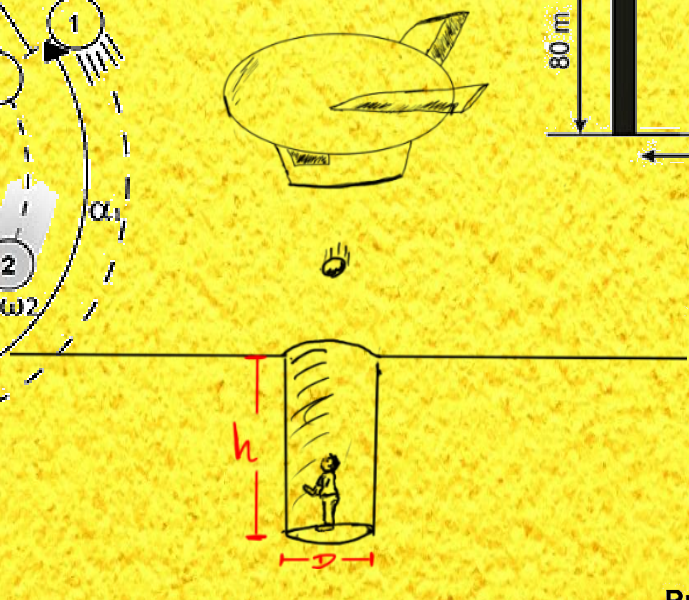
Laboratório Básico de Física I - Unifap

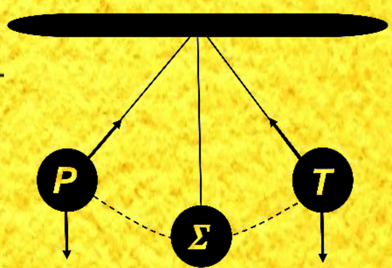
MECÂNICA

PRIMEIRA PARTE: CINEMÁTICA









Física-UNIFAP
Programa de Educação Tutorial

PREFÁCIO

Esta apostila, elaborada para contribuir com a Educação Básica neste cenário de pandemia, tem como objetivo dar suporte prático aos estudantes do Ensino médio e Pré-Enem. Podendo servir também para os professores, como um manual de exercícios para ser usado como apoio teórico-prático nas aulas.

Neste trabalho, apresentamos definições básicas e trazemos de uma forma didática, sem esquecer o caráter formativo que todo texto deve oferecer ao leitor, uma quantidade expressiva de resoluções de exercícios por cada temática.

O estudo da Física integra uma parte importante da preparação dos estudantes do Ensino Médio. Ela é uma Ciência de grande importância que se encontra presente em diversos âmbitos de nossa sociedade, com múltiplas aplicações em outras áreas cientificas.

Esperamos que este material seja uma fonte de ajuda, para fortalecer os conteúdos teóricos abordados nas aulas de Física.

Autores:

Bolsistas do Pet- Física / Unifap:

Jimi Wesley Maciel Virgínio; Gabriel Almeida Teixeira; Victor Silva da Silva; Everton Leal Pinheiro; Ramon dos Santos Martins; Odemar Juliao do Nascimento Neto; Lucas Gabriel Natividade de Lima; Karla Miranda Barata; Andrey Pinheiro de Freitas; Eduarda de Carvalho e Silva; João Maciel dos Santos e Mayara Pamplona Albuquerque.

Tutor do Pet- Física / Unifap:

Dr. Robert R. M. Zamora

"A nova forma de ***Ensinar Ciência*** consiste também em Ensinar aos Professores como ***Ensinar Ciência***".

Leon Lederman (Premio Nobel de Física, 1988)

SUMÁRIO

❖ TABELA DE INDICES PARA MRU, MRUV, QUEDA LIVRE, LANÇAMENTO VERTICAL E MOVIMENTO OBLIQUO:

INDICE	SIGNIFICADO
t	Tempo
Δt	Variação do tempo
t_e	Tempo de encontro
t_s	Tempo de subida
t_q	Tempo de queda
s_i/s_0	Posição inicial
$s_F/s_f/s$	Posição final
Δs	Variação da posição
Δs_n	Variação da posição no n-ésimo segundo
S	Área varrida
S_n	Área varrida no n-ésimo segundo
H	Altura
$H_{máx}$	Altura máxima
R	Distancia horizontal total percorrida
V/v	Velocidade
$V_i/v_i/V_0/v_0$	Velocidade inicial
V_F/v_f	Velocidade final
V_m/v_m	Velocidade média
$\Delta V/\Delta v$	Variação da velocidade
a	Aceleração

g	Aceleração da gravidade

❖ TABELA DE INDICES PARA MCU E MCUV:

INDICE	SIGNIFICADO
t	Tempo
θ	Ângulo percorrido
θ_n	Ângulo percorrido no n-ésimo segundo
S	Comprimento de arco
r	Raio de giro
ω	Velocidade angular
ω_i/ω_0	Velocidade angular inicial
ω_F/ω_f	Velocidade angular final
V_t/v_t	Velocidade tangencial
V_{t_i}/v_{t_i}	Velocidade tangencial inicial
V_{t_F}/v_{t_f}	Velocidade tangencial final
α	Aceleração angular
a_t	Aceleração tangencial
a_c	Aceleração

	centrípeta
a_T	Aceleração total
T	Período
f	Frequência

1.1. MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORME (MRU)

***V* = constante.**

a) Conceito de velocidade linear (*V*)

$$V = \frac{d}{t} = \frac{distância\ percorrida}{tempo}$$

b) Unidades da velocidade linear

No S.I a unidade padrão de velocidade é o m/s. Também pode ser dada em cm/s, km/h, entre outras. A conversão entre unidades é dada pela seguinte relação:

$$x\,(km/h) = \frac{x}{3{,}6}\,(m/s)$$

$$y\,(m/s) = y * 3{,}6\,(km/h)$$

c) Leis do Movimento Retilíneo Uniforme

1ª Lei:

$$V = \frac{s_F - s_i}{t}$$

2ª Lei: Função Horária do espaço

$$s_F = s_i + V.t$$

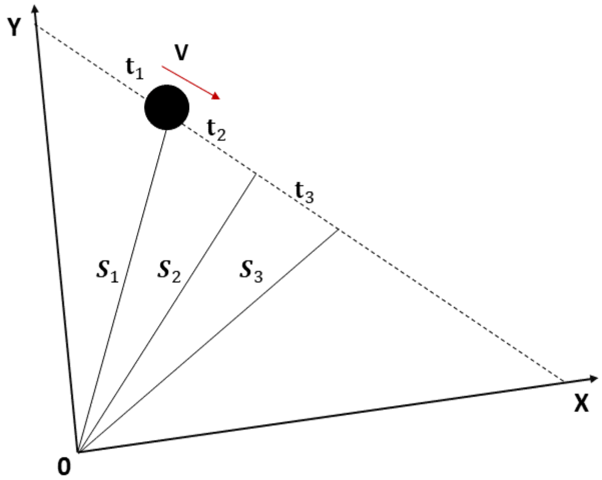
3ª Lei:

$$t = \frac{s_F - s_i}{V}$$

d) Lei de Kepler para o MRU:

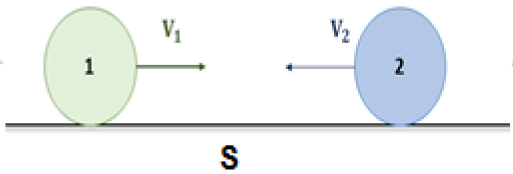
Um observador colocado na origem das coordenadas cartesianas poderá certificar que um móvel em MRU consegue se mover de tal maneira que o raio do vetor posição criará áreas iguais em intervalos de tempo também iguais.

$$\frac{S_1}{t_1} = \frac{S_2}{t_2} = \frac{S_3}{t_3} = \cdots = constante.$$



e) Tempo de encontro do corpo 1 e o corpo 2 (t_e)

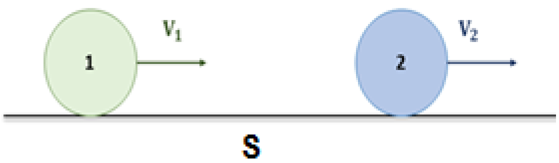
$$t_e = \frac{S}{v_1 + v_2}$$



f) Tempo de alcance (t_a) : Tempo que demora em alcançar o corpo 1 ao corpo 2

$$t_a = \frac{S}{V_1 - V_2}$$

$$(v_1 > v_2)$$



g) Conceito de aceleração linear (*a*)

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{variação\ da\ velocidade}{variação\ de\ tempo}$$

$$a = \frac{V_F - V_i}{t_F - t_i}$$

$$a = \frac{V_F - V_i}{t} \Leftrightarrow t_F - t_i = t$$

h) Unidades da aceleração

No S.I a aceleração é dada em m/s². Também pode ser expressa em cm/s², km/h².

1.2. MOVIMENTO RETILÍNEO UNIFORMEMENTE VARIADO (MRUV) / $a = constante$

a) Tipos de movimento:

Progressivo Acelerado v: $+$ a: $+$	**Progressivo Retardado** v: $+$ a: $-$
Regressivo Retardado v: $-$ a: $+$	**Regressivo Acelerado** v: $-$ a: $-$

b) Equações do MRUV:

$$V_F = V_i \pm a.t$$

Unidade de medida (S.I.): *m/s;*

$$s_F = s_i + V_i.t \pm \frac{a.t^2}{2}$$

Unidade de medida (S.I.): *m;*

$$V_F^2 = V_i^2 \pm 2a.\Delta s$$

Unidade de medida (S.I.): *m/s;*

$$V_m = \frac{V_i + V_F}{2}$$

Unidade de medida (S.I.): *m/s;*

$$\Delta s = \left(\frac{V_i + V_F}{2}\right).\Delta t$$

Unidade de medida (S.I.): *m;*

$$\Delta s_n = V_i \pm \frac{a.(2n-1)}{2}$$

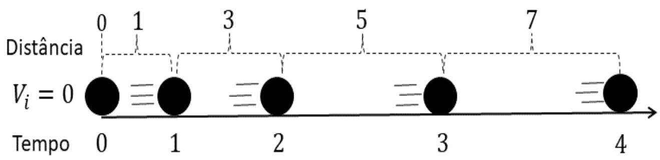
Unidade de medida (S.I.): *m.*

Nota: Nos problemas em geral, o $\boldsymbol{s_i} = 0$.

O s_i terá mais relevância em problemas que envolvem gráficos.

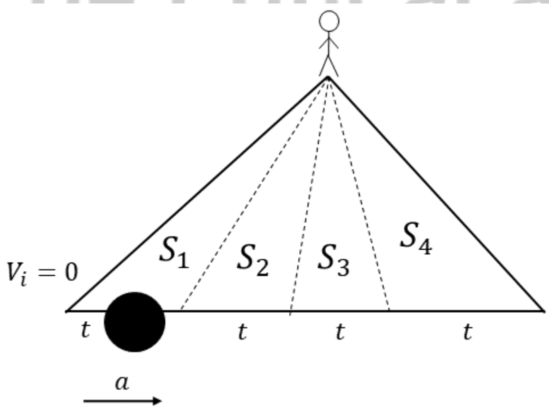
c) Números de Galileu:

Um móvel, que parte do repouso e possui aceleração constante, percorrerá, em tempos iguais, distancias proporcionais aos valores $1, 3, 5, 7, \ldots, (\boldsymbol{2n-1})$.



d) Lei das áreas para o MRUV:

Se um objeto parte do repouso e possui aceleração constante, então o raio do seu vetor posição criará áreas proporcionais aos números de Galileu em relação a um referencial inercial, como ilustrado na figura

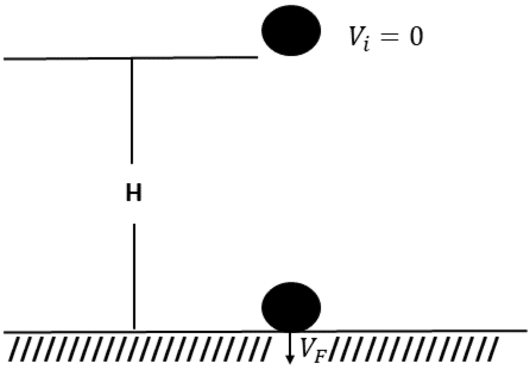


Temos, então:

$$\frac{S_1}{1} = \frac{S_2}{3} = \frac{S_3}{5} = \frac{S_4}{7} = \ldots = \frac{S_n}{2n-1}$$

1.3. QUEDA LIVRE E LANÇAMENTO VERTICAL

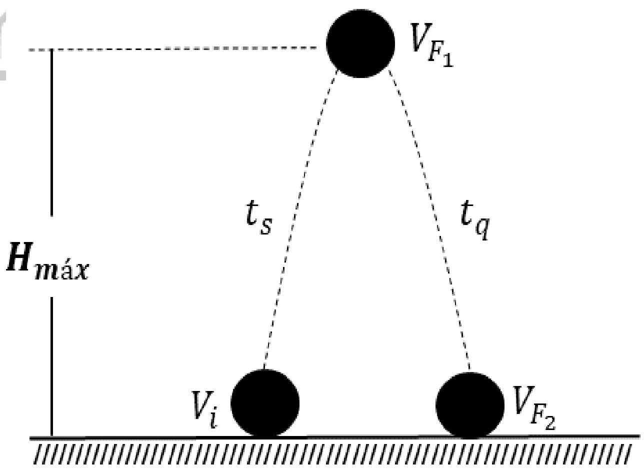
a) Queda livre (corpo que se deixa cair desde uma altura H)



Equações para queda livre (são análogas ao MRUV):

$$V_F^2 = V_i^2 \pm 2.g.H$$
$$V_F = V_i \pm g.t$$
$$H = V_i.t \pm \frac{g.t^2}{2}$$

b) Lançamento vertical (corpo lançado para acima com V_i):



$$V_{F_1} = 0$$
$$t_s = t_q$$
$$V_i = V_{F_2}$$

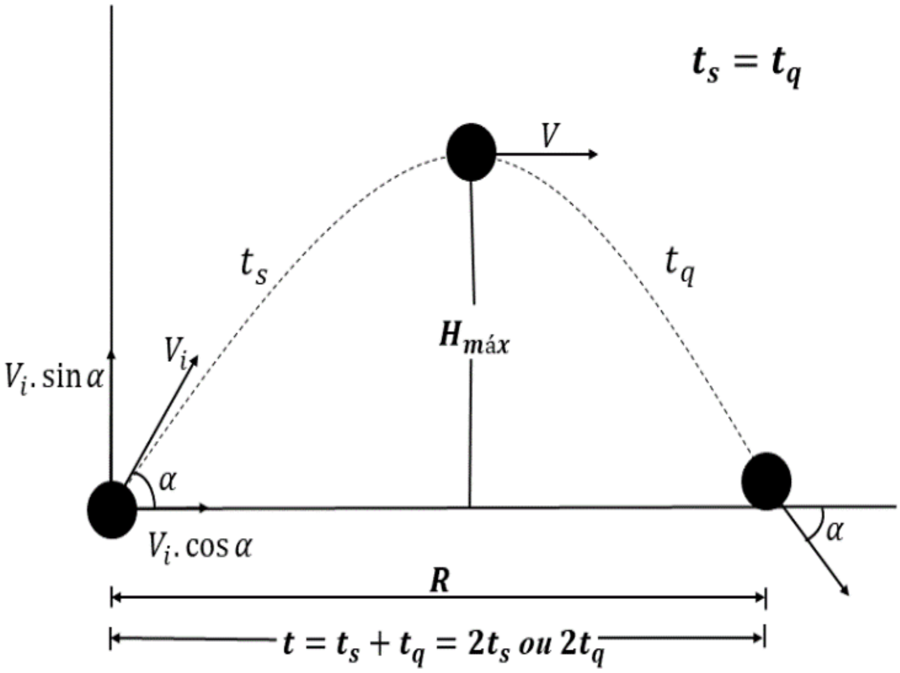
$$\cancelto{0}{V_F^2} = V_i^2 - 2.g.H_{máx}$$

$$0 = V_i^2 - 2.g.H_{máx}$$

$$H_{máx} = \frac{V_i^2}{2g}$$

Atenção:

1.4 MOVIMENTOS PARABÓLICO



$\boldsymbol{t_s}$ = tempo que demora em subir o corpo ate a altura $H_{máx}$

$\boldsymbol{t_q}$ = tempo que demora em cair o corpo partindo de $H_{máx}$

Na horizontal $\rightarrow$ **MRU**

Na vertical $\rightarrow$ **MRUV ($\boldsymbol{a = g}$)**

MRU $\rightarrow$

$$S_F = \cancelto{0}{S_i} + V.t \Rightarrow S_F = V.t$$

Logo, $R = (V_i.\cos\alpha).2t_s$

$\Rightarrow \boldsymbol{R = 2V_i.\cos(\alpha).t_s}$

Temos que, $V_F = V_i \pm gt$. Assim (para t_s) temos

$$0 = V_i.\sin\alpha - g.t_s$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{t_s = \frac{V_i.\sin\alpha}{g}}$$

Utilizando esse valor de t_s na equação anterior, temos:

$$R = 2V_i.\cos(\alpha).\frac{V_i.\sin\alpha}{g}$$

$$= \frac{2\sin\alpha\,.\cos\alpha\,.V_i^2}{g}$$

OBS.: $2\sin a\,.\cos a = \sin 2\alpha$

$$\therefore \boldsymbol{R = \frac{V_i^2.\sin 2\alpha}{g}}$$

A equação $V_F^2 = V_i^2 \pm 2.g.H$, no movimento parabólico:

$$0 = (V_i.\sin\alpha)^2 - 2g.H_{máx}$$

$$\Rightarrow \boldsymbol{H_{máx} = \frac{V_i^2.(\sin\alpha)^2}{2g}}$$

1.5 MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME (MCU)

$$\boldsymbol{\omega = constante}$$

a) Movimento de rotação:

Velocidade angular é dada pela equação

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

Unidade de medida (S.I.): rad/s; rev/min (rpm).

b) Movimento de rotação uniforme:

$$\omega = cte$$

Comprimento de arco é dado por:

$S = \theta r$, onde r = raio

Velocidade tangencial é dada por

$$v_t = \frac{S}{t} \rightarrow v_t = \omega r$$

Unidade de medida (S.I.): *m/s;*

Leis do movimento de rotação uniforme:

$\omega = \frac{\theta}{t}\,;\, \theta = \omega . t;\, t = \frac{\theta}{\omega}$

Período $\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$

Frequência $\rightarrow f = \frac{número\ de\ voltas}{tempo} = \frac{\omega}{2\pi}$

Obs.: $f = \frac{1}{T}$ e $T = \frac{1}{f}$

$\omega = cte;\, v_t = cte$

Leis do MCU

$$v_t = \frac{S}{t} \rightarrow S = v_t t \rightarrow t = \frac{S}{v_t}$$

1.6 MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORMEMENTE VARIADO (MCUV)

$$\alpha = cte$$

a) Movimento de rotação uniformemente variado:

Aceleração angular é dada pela equação

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

Unidade de medida (S.I.): rad/s^2; rev/min^2 (rpm).

$$\alpha = cte$$

b) Equações do movimento de rotação uniformemente variado:

$$v_{t_f} = v_{t_i} + a_t t$$

$$v_{t_f}^{\,2} = v_{t_i}^{\,2} + 2a_t S$$

$$S = v_{t_i} t + \frac{1}{2} a_t t^2$$

$$\omega_f = \omega_i + \alpha . \mathrm{t}$$

$$\omega_f^{\,2} = \omega_i^{\,2} + 2\alpha . \theta$$

$$\theta = \omega_i . t + \frac{1}{2} \alpha . \mathrm{t}^2$$

$$\theta = \frac{1}{2}(\omega_i + \omega_f)t$$

$$\theta_n = \omega_i + \frac{1}{2}\alpha(2n - 1)$$

Obs.: movimento acelerado

$$\alpha > 0 \ (+)$$

Movimento desacelerado

$$\alpha < 0 \ (-)$$

c) Movimento de rotação e translação:

Aceleração tangencial é dada por

$$a_t = \frac{v_{t_f} - v_{t_i}}{t} \rightarrow a_t = \alpha r$$

Unidade de medida (S.I.): *m/s^2;*

Aceleração centrípeta é dada por

$$a_c = \frac{v_t^{\,2}}{r} \rightarrow a_c = \omega^2 r$$

Aceleração total é dada por

$$a_T = a_c + a_t$$

$$a_T = \sqrt{{a_c}^2 + {a_t}^2}$$

$v_{t_1} = v_{t_2} \rightarrow \omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$

$a_{t_1} = a_{t_2} \rightarrow \alpha_1 r_1 = \alpha_2 r_2$

d) Movimento de rotação e translação simultaneamente (rolamento):

Se a roda não desliza, então:

d.1) $v_i = \omega r$, $\boldsymbol{v_i}$ é a velocidade linear inicial no centro da roda em relação ao chão.

d.2) $a_i = \alpha r$, $\boldsymbol{a_i}$ é a aceleração linear no centro da roda.

d.3) $v = v_i + v_t$, $\boldsymbol{v}$ é a velocidade em qualquer ponto da periferia da roda.

$$v_t = \omega r$$

$$v = 2v_i \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

d.4) $a = a_i + a_t$, $\boldsymbol{a}$ é a aceleração em qualquer ponto da periferia.

$$a_t = \alpha r$$

$$a = 2a_i \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

d.5) A trajetória de um ponto da roda para um observador externo é um cicloide.

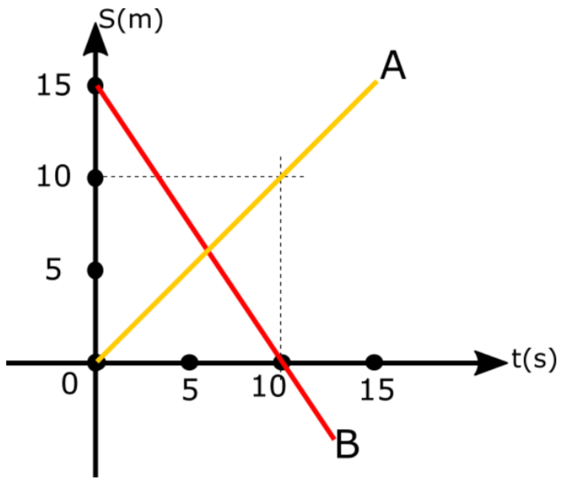
PROBLEMAS DE MRU

1. (ENEM 2012). Uma empresa de transportes precisa efetuar a entrega de uma encomenda o mais breve possível. Para tanto, a equipe de logística analisa o trajeto desde a empresa até o local da entrega. Ela verifica que o trajeto apresenta dois trechos de distâncias diferentes e velocidades máximas permitidas diferentes. No primeiro trecho, a velocidade máxima permitida é de 80 km/h e a distância a ser percorrida é de 80 km. No segundo trecho, cujo comprimento vale 60 km, a velocidade máxima permitida é 120 km/h. Supondo que as condições de trânsito sejam favoráveis para que o veículo da empresa ande continuamente na velocidade máxima permitida, qual será o tempo necessário, em horas, para a realização da entrega?

a) 0,7
b) 1,4
c) 1,5
d) 2.0
e) 3,0

2. (OBF 2017 -ADAPTADA). A figura seguinte exibe o gráfico do movimento de duas partículas A e B, segundo uma trajetória retilínea. De acordo com o diagrama os movimentos ocorrem simultaneamente com sentidos opostos oriundos de pontos diferentes do mesmo trajeto. Determine a posição, em metros, de encontro destas partículas.

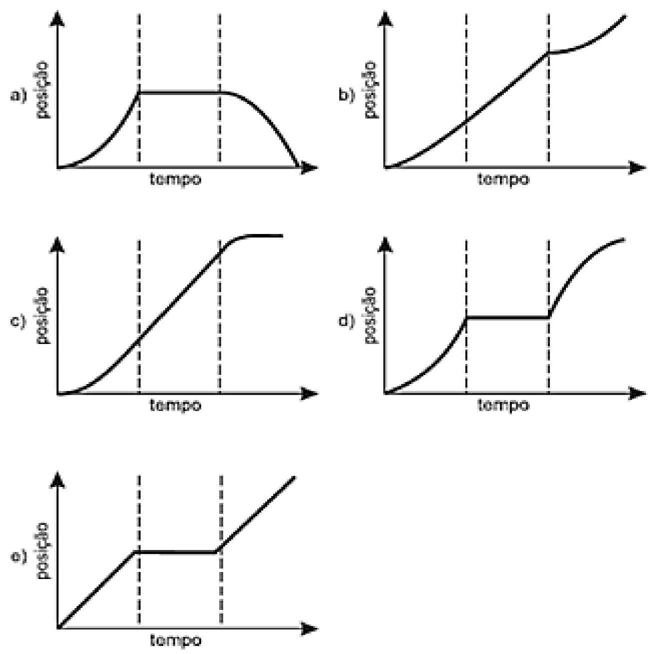
a) 6 metros
b) 2 metros
c) 5,5 metros
d) 5,15 metros
e) 9 metros



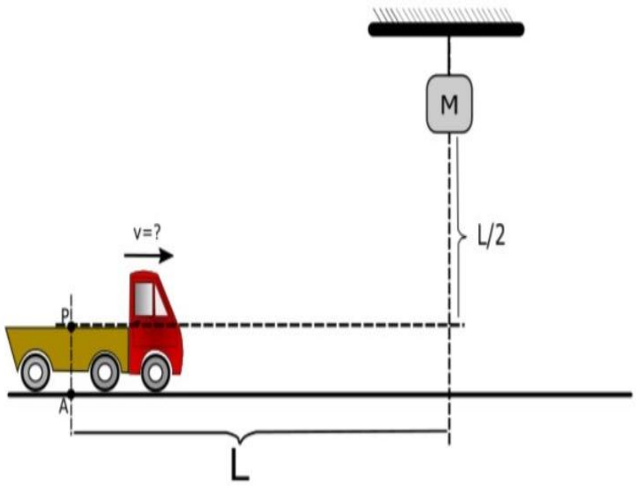
3. (ENEM 2017). Um motorista que atende a uma chamada de celular é levado à desatenção, aumentando a possibilidade de acidentes ocorrerem em razão do aumento de seu tempo de reação. Considere dois motoristas, o primeiro atento e o segundo utilizando o celular enquanto dirige. Eles aceleram seus carros inicialmente a 1 m/s. Em resposta a uma emergência, freiam com uma desaceleração iguala 5,00 m/s2. O motorista atento aciona o freio à velocidade de 14,0 m/s, enquanto o desatento, em situação análoga, leva 1 segundo a mais para iniciar a frenagem. Que distância o motorista desatento percorre a mais do que o motorista atento, até a parada total dos carros?

a) 2.90 m
b) 14,0 m
c) 14,5 m
d) 15,0 m
e) 17,4 m

4. (ENEM 2012). Para melhorar a mobilidade urbana na rede metroviária é necessário minimizar o tempo entre estações. Para isso a administração do metrô de uma grande cidade adotou o seguinte procedimento entre duas estações: a locomotiva parte do repouso com aceleração constante por um terço do tempo de percurso, mantém a velocidade constante por outro terço e reduz sua velocidade com desaceleração constante no trecho final, até parar. Qual é o gráfico de posição (eixo vertical) em função do tempo (eixo horizontal) que representa o movimento desse trem?



5. (OBF 2017-ADAPTADA). Um caminhão se desloca em MRU sobre uma estrada plena e horizontal. Um bloco M está suspenso a uma altura L/2 da carroceria do caminhão, conforme esquema seguinte. No momento em que o caminhão passa em A, o barbante de sustentação se rompe e o bloco cai em queda livre. Determine a velocidade do caminhão para que o bloco atinja sua carroceria no ponto P.



a) $L.\sqrt{\frac{L}{g}}$

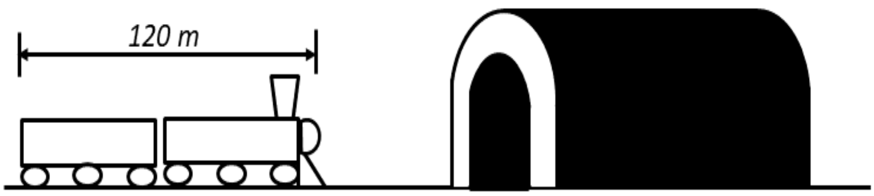
b) $L.\sqrt{\frac{g}{L}}$

c) $\frac{L}{2}$

d) $L\,\frac{3L}{5}$

e) $\sqrt{\frac{g}{L}}$

6. (EsPCEx -SP 2016). Um trem de 150m de comprimento se desloca com velocidade escalar constante de 16m/s. Esse trem atravessa um túnel e leva 50s desde a entrada até a saída completa de dentro dele. O comprimento do túnel é de:



a) 500 m

b) 650 m

c) 800 m

d) 950 m

e) 1.100 m

7. Um pescador que estava à beira de um trapiche, ligou para a equipe de bombeiro local, para relatar que um pequeno avião caiu e explodiu quando tocou a água. Enquanto a equipe de bombeiros chegava, o pescador recordou do período de escola e como gostava bastante de física, decidiu calcular a distância em que o avião havia caído. Ele percebeu que a diferença nos tempos de chegada do som na água e no ar são 12s, e lembrou que as velocidades de propagação de cada meio são 1.435m/s e 343 m/s respectivamente. Qual é o resultado da distância que o pescador deve encontrar?

a) 4.709,9 m

b) 5.408,8 m

c) 4.950,5 m

d) 3.501,3 m

e) 5.601,5 m

8. Três irmãos foram ao shopping e andando pelo terceiro andar, deparam-se com duas escadas rolantes que davam no andar de cima, uma estava parada e a outra estava ligada.O primeiro subiu andando a escada ligada, mas não lembrou de cronometrar, o segundo chegou em 120s andando na escada parada, e o terceiro subiu em 60s parado na escada rolante ligada. Quanto tempo o primeiro demorou para chegar no andar de cima?

a) 40 s

b) 50 s

c) 30 s

d) 45,5 s

e) 35 s

9. Três amigos que moram no mesmo prédio combinaram de se encontrar em um evento de ciclismo que iria acontecer em outra cidade, eles decidiram ir pedalando, o ciclista da bicicleta amarela saiu às 10:00 , o da bicicleta branca às 11:00 e o da bicicleta cinza saiu ás 12:00, seguiram com velocidade constante 32, 37 e 44 km/h respectivamente. Sabendo que a tragetória é uma linha reta. A que horas o ciclista da bicicleta branca estará equidistantes dos ciclistas das bicicletas amarela e bicicleta cinza?

a) 13:00 h

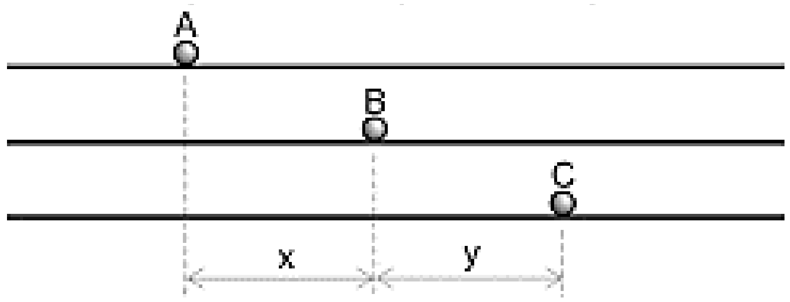
b) 14:00 h

c) 16:00 h

d) 17:00 h

e) 18:00 h

10. Três partículas, A, B e C, movimentam-se, com velocidades constantes, ao longo de uma mesma direção. No instante inicial, $t_0 = 0$, a distância entre A e B vale x, e entre B e C vale y, conforme indica a figura a seguir.



Em t = 2 s, a partícula A cruza com a partícula B. Em t = 3 s, a partícula A cruza com a partícula C. A partícula C alcançará a partícula B no instante dado pela relação

a) $\frac{6y}{2y-x}$

b) $\frac{6\,(y-x)}{2y-3x}$

c) $\frac{y-x}{3x}$

d) $\frac{3y}{y-x}$

e) $\frac{xy}{y-3x}$

PROBLEMAS MRUV

11. Duas cidades, A e B, são interligadas por uma estrada com 60 km de comprimento. Em certo instante, um automóvel parte, do repouso, da cidade A rumo à cidade B, com aceleração escalar constante de 2,0 m/s², durante 15 s. Após esse tempo, sua velocidade escalar permanece constante. No instante em que esse automóvel parte da cidade A, um outro automóvel passa pela cidade B, dirigindo-se à cidade A, com velocidade escalar constante de 90 km/h. A distância, relativa à cidade A, medida ao longo da estrada, em que ocorre o encontro desses dois automóveis, é

a) 10,80 km
b) 29,88 km
c) 32,63 km
d) 33,34 km
e) 39,40 km

12. (UEL 2014). O desrespeito às leis de trânsito, principalmente àquelas relacionadas à velocidade permitida nas vias públicas, levou os órgãos regulamentares a utilizarem meios eletrônicos de fiscalização: os radares capazes de aferir a velocidade de um veículo e capturar sua imagem, comprovando a infração ao Código de Trânsito Brasileiro.

Suponha que um motorista trafegue com seu carro a velocidade constante de 30 m/s em uma avenida cuja velocidade regulamentar seja de 60 km/h. A uma distância de 50 m, o motorista percebe a existência de um radar fotográfico e, bruscamente, inicia a frenagem com uma desaceleração de 5 m/s2.

Sobre a ação do condutor, é correto afirmar que o veículo

a) não terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 50km/h.
b) não terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 60km/h.
c) terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 64km/h.
d) terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 66km/h.

e) terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 72km/h.

13. (UNCISAL). Numa avenida retilínea, um automóvel parte do repouso ao abrir o sinal de um semáforo, e atinge a velocidade de 72 km/h em 10 s. Esta velocidade é mantida constante durante 20 s, sendo que, em seguida, o motorista deve frear parando o carro em 5 s devido a um sinal vermelho no próximo semáforo. Determine, em metros, o espaço total percorrido pelo carro entre os dois semáforos.

a) 450 m
b) 500 m
c) 550 m
d) 650 m
e) 700 m

14. (Enem 2017). Um motorista que atende a uma chamada de celular é levado à desatenção, aumentando a possibilidade de acidentes ocorrerem em razão do aumento de seu tempo de reação. Considere dois motoristas, o primeiro atento e o segundo utilizando o celular enquanto dirige. Eles aceleram seus carros inicialmente a 1,00 m/s². Em resposta a uma emergência, freiam com uma desaceleração igual a 5,00 m/s². O motorista atento aciona o freio à velocidade de 14,00 m/s, enquanto o desatento, em situação análoga, leva 1,00 segundo a mais para iniciar a frenagem.

Que distância o motorista desatento percorre a mais do que o motorista atento, até a parada total dos carros?

a) 2,90m.
b) 14,0m.
c) 14,5m.
d) 15,0m.
e) 17,4m.

15. Um corredor de 100 m rasos percorre os 24 primeiros metros da corrida em 4,0 s com aceleração constante. A velocidade atingida ao final dos 4,0 s é então mantida constante até o final da corrida. Qual é o tempo total gasto pelo corredor em toda a prova?

a) 7,1 s
b) 10,3 s
c) 11,7 s
d) 12,7 s
e) 14,1 s

16. Um caça viaja com mruv e quaduplica sua velocidade depois de percorrer 1400m em 10s. Qual é a aceleração do caça?

a) 16,8m/s²

b) 16,5m/s²

c) 17m/s²

d) 224m/s²

e) 22,8m/s²

17. Um carro parte do repouso e acelera uniformemente, de modo que nos primeiros 2 segundos de seu movimento percorre 4m. Que espaço ele percorre nos 4 segundos seguintes?

a) 30m

b) 21m

c) 4m

d) 32m

e) 16m

18. Um motoqueiro se move com MRUV, e passa por um ponto A com velocidade v, 5s depois passa por outro ponto B com velocidade 2v, se o motoquiero sofre uma aceleração de 2m/s². Que velocidade terá após ter passado 2s do ponto B?

a) 10m/s

b) 15m/s

c) 24,5m/s

d) 24m/s

e) 20m/s

19. Um carro se move com uma velocidade de 160km/h na direção de uma ponte quebrada. O carro assiona os freios a partir de 100m antes do fim da pista de tal modo que ele experimenta um movimento retardado com aceleração a. Qual devera ser o valor mínimo de a para que o carro não caia da ponte?

a) $-9,60m/s^2$

b) $-10m/s^2$

c) $-9,70m/^2$

d) $-9,68m/s^2$

e) $9,68m/s^2$

20. Um carrinho de brinquedo se movia ao longo de uma regua com aceleração constante quando o cronômetro marcava t_1=7s o carrinho se encotrava no ponto s_1=70cm; quando t_2=9s, s_2=80cm; e no tempo t_3=15s, s_3=230cm. Qual é a aceleração do carrinho?

a) $0,05m/s^2$

b) $5cm/s^2$

c) $10cm/s^2$

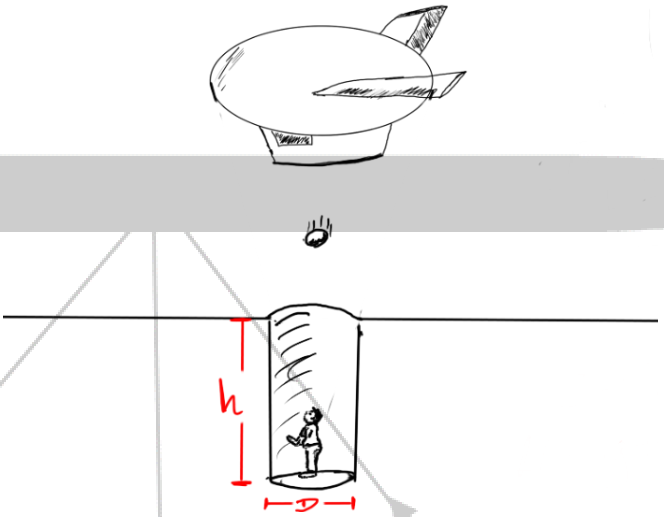
d) $0,02m/^2$

e) $7cm/s^2$

PROBLEMAS MOVIMENTO VERTICAL

21. Um dirigível está em repouso sobrevoando com uma certa altura sobre um buraco cilíndrico altura h e diâmetro D, dentro do buraco um homem observa o dirigível completamente onde as extremidades parecem estarem tocando as beiradas do buraco, em um certo momento uma bola e solta e leva t segundos para cair dentro do buraco, com base nessas informações desconsiderando a resistência do ar e considerando a altura do Homem muito menor que a profundidade h e a aceleração da gravidade igual a g, o comprimento o dirigível seria aproximadamente:

a) $\frac{gDt^2}{2h}$
b) $\frac{gDt^2}{h}$
c) $\frac{2gDt^2}{h}$
d) $\frac{gDt^2}{h}$
e) $\frac{gDt^2}{3h}$



22. Uma pedra é lançada verticalmente para cima a partir de um penhasco com velocidade de $20\ m/s$. Depois de quanto tempo após o lançamento, a pedra passará a ter $60\ m/s$? adote $g = 10\ m/s^2$

a) 4 s
b) 5 s
c) 6 s
d) 7 s
e) 8 s

23. Um jovem estava andando e avistou uma goiabeira cheia de frutos, então para pega o fruto ele lança uma pedra verticalmente para cima. Três segundos depois o jovem lança outra pedra com mesma velocidade inicial que a primeira, e nota que $0{,}3s$ depois as pedras se chocam. Qual é a velocidade inicial de ambas a pedras e a distância da colisão em relação ao piso? (g = 10m/s)

a) (6,5m, 19m/s)
b) (4,8m, 14m/s)
c) (4,95m, 18m/s)
d) (6,25m, 15m/s)

e) (6,5m, 14m/s)

24. (EFOMM). Em um determinado instante um objeto é abandonado de uma altura H do solo e, 2,0 segundos mais tarde, outro objeto é abandonado de uma altura h, 120 metros abaixo de H. Determine o valor de H, em m, sabendo que os dois objetos chegam juntos ao solo e a aceleração da gravidade é g=10m/s2.

a) 150
b) 175
c) 215
d) 245
e) 300

25. (OBFEP-2018). O teto do quarto de João Paulo tinha um furo que só incomodava quando chovia. Quando isso acontecia, gotas caiam de 0,2 s em 0,2 s. Quando uma gota atingia o chão, outra gota estava sempre a 1,0 m de altura. Qual a altura do quarto de João Paulo? Considere a aceleração da gravidade igual a 10 m/s² e despreze a força de resistência do ar.

a) 1,8 m
b) 2,0 m
c) 2,2 m
d) 2,4 m
e) 2,6 m

PROBLEMAS MOVIMENTO PARABÓLICO

26. (OBF-2014). Na copa do mundo de futebol de 1970, um lance ficou marcado na história do futebol mundial. Muitos se referem a este lance como "o gol que Pelé não fez". O lance ocorreu no jogo entre Brasil e Tchecoslováquia (país extinto em 1992) ocorrido em Guadalajara onde Pelé, vendo que o goleiro estava fora do gol arriscou um chute a alguns metros atrás da linha de fundo. Analisando o vídeo (https://www.youtube.com/watch?v=nNc-YuUzi2g) percebemos que a bola viajou por aproximadamente 3s. Com o auxílio do Google Map (www.google.com/maps) estimamos que ao alcance da bola tenha sido 60m. Com esses dados, determine a velocidade inicial e o ângulo que a bola foi lançada. Desprezar a resistência do ar e considerar que a trajetória da bola seja uma curva plana.

a) $\theta = arctan\frac{3}{4}, v_i = 23\, m/s$

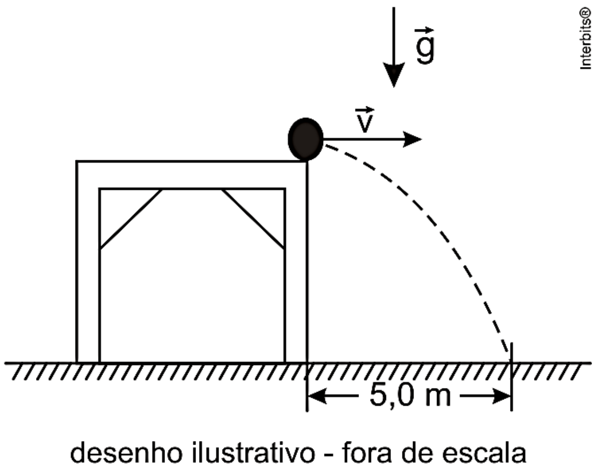
b) $\theta = 30^o, v_i = 25\, m/s$

c) $\theta = arctan\frac{1}{2}, v_i = 20\, m/s$

d) $\theta = arctan\frac{3}{4}, v_i = 25\, m/s$

e) $\theta = arctan\frac{1}{2}, v_i = 25\, m/s$

27. (EsPCEx (Aman) 2014). Uma esfera é lançada com velocidade horizontal constante de módulo v = 5 m/s da borda de uma mesa horizontal. Ela atinge o solo num ponto situado a 5 m do pé da mesa conforme o desenho abaixo.

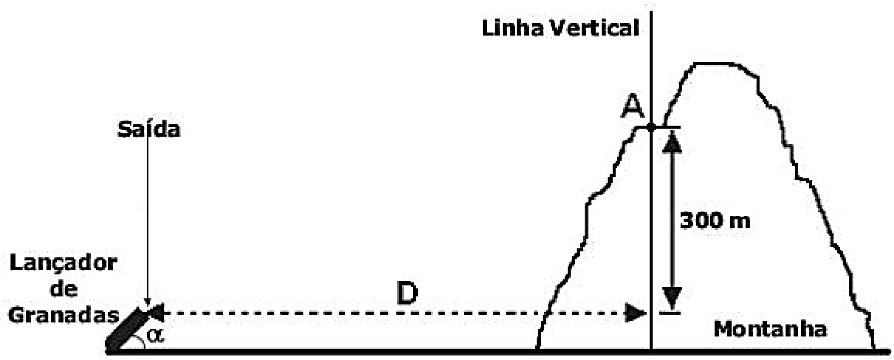


Desprezando a resistência do ar, o módulo da velocidade com que a esfera atinge o solo é de:

Dado: Aceleração da gravidade: g=10 m/s^2

a) 4 m/s
b) 5 m/s
c) $5\sqrt{2}$ m/s
d) $6\sqrt{2}$ m/s
e) $5\sqrt{5}$ m/s

28. (EsPCEx 2011). Um lançador de granadas deve ser posicionado a uma distância D da linha vertical que passa por um ponto A. Este ponto está localizado em uma montanha a 300 m de altura em relação à extremidade de saída da granada, conforme o desenho.

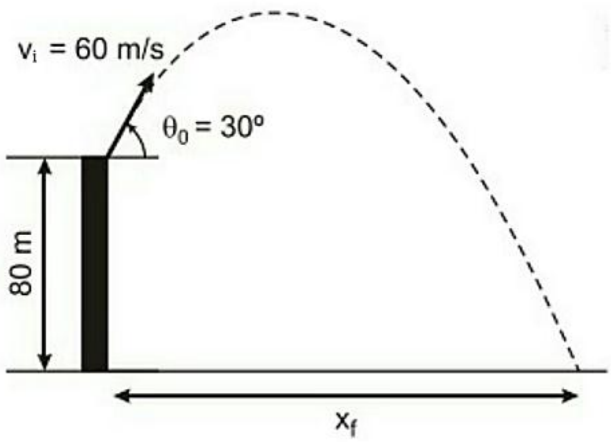


A velocidade da granada, ao sair do lançador, é de 100m/s e forma um ângulo “α” com a horizontal; a aceleração da gravidade é igual a 10 m/s^2 e todos os atritos são desprezíveis. Para que a granada atinja o Ponto A, somente após a sua passagem pelo ponto de maior altura possível, a distância D deve ser de:

Dados: cos(α) = 0,6; sen(α) = 0,8.

a) 240 m
b) 360 m
c) 480 m
d) 600 m
e) 960 m

29. (UFOP 2010). Uma pessoa lança uma pedra do alto de um edifício com velocidade inicial de 60 m/s e formando um ângulo de 30° com a horizontal, como mostrado na figura abaixo. Se a altura do edifício é 80 m, qual será o alcance máximo (x_f) da pedra, isto é, em que posição horizontal ela atingirá o solo? (dados: Sen30° = 0,5, Cos30° = 0,8 e g = 10 m/s^2).



a) 153m.
b) 96m.

c) 450m.
d) 384m.
e) 425m.

30. (VUNESP SP). No cenário de um game há rampas espalhadas pela cidade onde a personagem principal, um ladrão de carros, faz seu veículo saltar grandes distâncias, para fugir da polícia.

Em uma situação real, admita que um carro, movendo-se a 72 km/h, salte uma rampa de 30º de inclinação. Sendo desprezíveis as dimensões do carro, da rampa e as forças resistentes ao movimento, e considerando a aceleração da gravidade 10 m/s², $\sin 30° = 0{,}5$ e $\cos 30° = 0{,}8$, o alcance horizontal que o carro terá atingido após o salto sobre a rampa será igual a:

a) 16 m.
b) 24 m.
c) 32m.
d) 8 m.
e) 28 m.

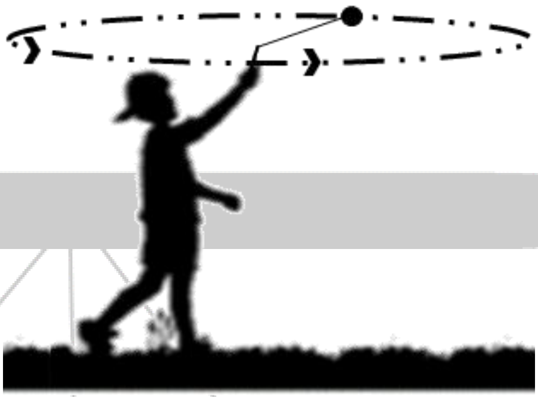
PROBLEMAS MCU

31. Um Óvni é avistado descrevendo um MCU, com raio de $\frac{R}{6}$, com velocidade escalar de $\sqrt{\frac{V}{4}}$. Em seguida o raio é aumentado para $\frac{R}{3}$ e a velocidade para $\sqrt{\frac{V}{3}}$. Sob essas circunstâncias, a razão das acelerações centrípetas antes e depois dessas mudanças será de quanto?

a) $\frac{1}{2}$
b) 1
c) $\frac{3}{2}$
d) 2
e) $\frac{5}{2}$

32. Um garotinho brinca com uma pedra amarrada a um fio inextensível, realizando um MCU, em um plano horizontal, com velocidade escalar de $6\ m/s$. Sendo o valor da aceleração centrípeta igual a $9\ m/s^2$. Qual o valor da velocidade angular que experimenta a pedra?

a) $\frac{1}{2}$ rad/s
b) $\frac{3}{2}$ rad/s
c) $\frac{5}{2}$ rad/s
d) $\frac{7}{2}$ rad/s
e) $\frac{9}{2}$ rad/s



33. Um jovem fascinado por velocidade, resolve instalar em sua bicicleta o motor de uma Mobilete Caloi para que sua bicicleta fique turbinada. Durante o teste da velobike, a mesma se desloca em uma estrada horizontal com velocidade constate, de modo que seus pneus rolam sem qualquer deslizamento na pista. Cada pneu tem diâmetro de 0,40 m, e um medidor colocado em um deles registra uma frequência de 900 rpm. Qual é a velocidade escalar da velobike do jovem?

a) $6\pi\ m/s$
b) $7\pi\ m/s$
c) $8\pi\ m/s$
d) $9\pi\ m/s$
e) $10\pi\ m/s$

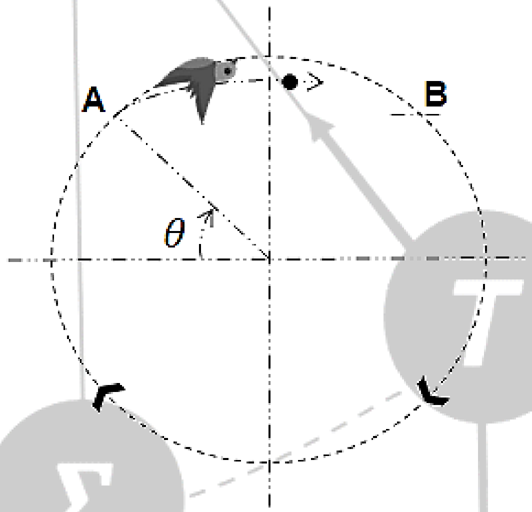
34. Durante um treinamento de Canicross, o cachorro e seu dono realizam um movimento curvilíneo uniforme. O raio da pista é de 20 m e a aceleração centrípeta do conjunto homem/cachorro é de 1,8 m/s^2. Nessas condições, qual deve ser velocidade angular e o período de giro do conjunto homem/cachorro?

a) $\frac{1}{5}\ rad/s\ e\ \frac{13}{3}\pi\ s$
b) $\frac{1}{5}\ rad/s\ e\ \frac{13}{3}\pi\ s$

c) $\frac{3}{10} rad/s \; e \; \frac{13}{3}\pi \; s$
d) $\frac{3}{10} \; rad/s \; e \; \frac{16}{3}\pi \; s$
e) $\frac{3}{10} \; rad/s \; e \; \frac{20}{3}\pi \; s$

35. Um mágico possui um pássaro acrobata. Durante sua apresentação no circo, o pássaro realizou um MCU em um plano vertical com raio de $5\sqrt{2}\,m$. Quando o pássaro passou pelo ponto A, soltou uma pequena esferinha. Um estudante de Física que assistia ao show decidiu calcular a velocidade angular que o pássaro precisou manter para capturar a esferinha no ponto B. Se você fosse esse estudante de Física, qual seria sua resposta? Adote $g = 10\; m/s^2$e $\theta = 45°$.

a) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3} \; rad/s$
b) $\frac{\pi\sqrt{3}}{2} \; rad/s$
c) $\frac{\pi\sqrt{2}}{3} \; rad/s$
d) $\frac{\pi\sqrt{2}}{4} \; rad/s$
e) $\frac{\pi\sqrt{2}}{5} \; rad/s$



36. Na figura encontra-se um cone reto, de base circular, girando com velocidade angular "**ω**" com relação a um eixo vertical de linhas tracejadas que passa pelo centro da sua base. Em um determinado instante observamos dois pontos superficiais, x e y, com relação a estes pontos:

I) A velocidade angular no ponto x é maior que no ponto y;

II) A velocidade angular no ponto x é menor que no ponto y;

III) A velocidade tangencial no ponto x é menor que no ponto y;

IV) A velocidade tangencial no ponto x é maior que no ponto y;

V) A velocidade tangencial no ponto x é igual que no ponto y;

Observando as expressões acima, pode-se afirmar que a alternativa correta é:

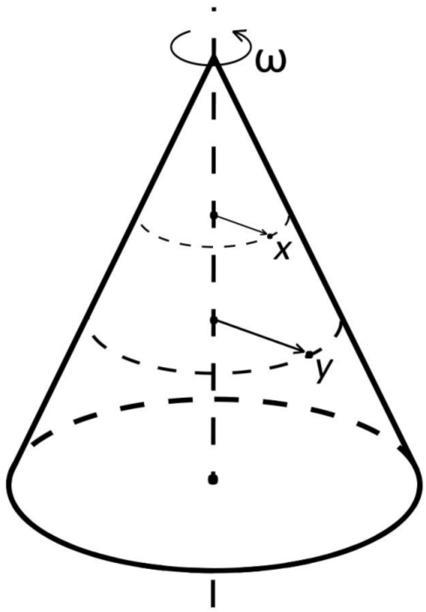
a) só a (I) é falsa.

b) só (I) e (II) são verdadeiras

c) Todas as expressões são falsas.

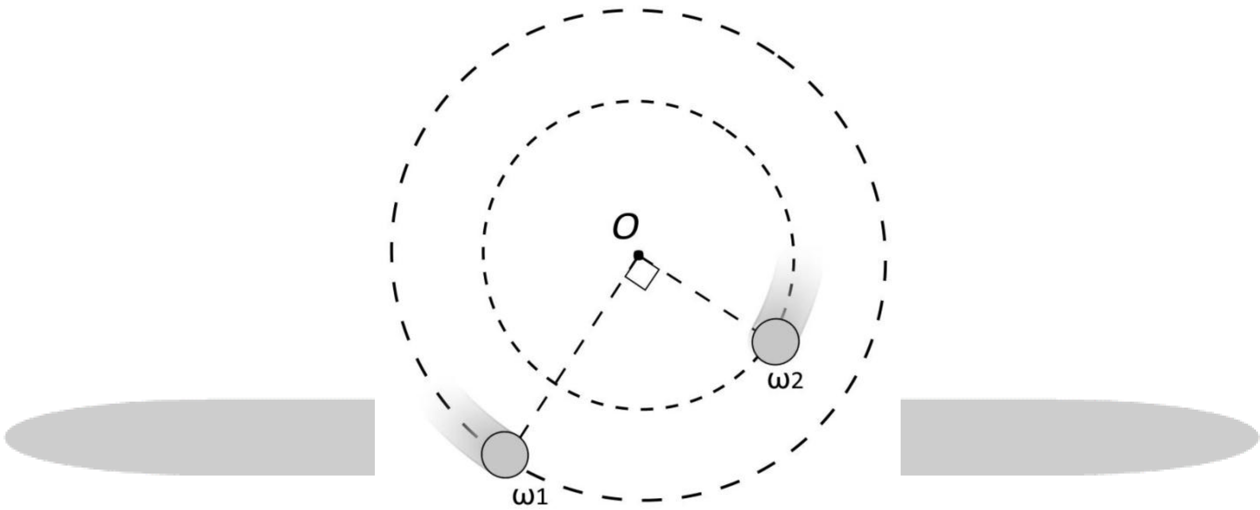
d) só (IV) é verdadeira.

e) só (III) é verdadeira.



37. Na figura abaixo observamos que a trajetória de dois planetas é uma circunferência. Observamos também, a posição dos respectivos planetas, justamente para aquele determinado instante, onde as linhas que unem os planetas com seus respectivos centros de rotação formam um ângulo de 90°. Os planetas giram em sentidos contrários com velocidades angulares constantes e distintas. A partir do instante mostrado na figura, que tempo deve transcorrer para que os planetas se encontrem em uma mesma linha radial, mais por segunda vez?

$\omega_1 = \frac{\pi}{12}\ rad/s$ **;** $\omega_2 = \frac{\pi}{6}\ rad/s$



a) 10 seg.

b) 5 seg.

c) 15 seg.

d) 20 seg.

e) 8 seg.

38. Na disciplina de laboratório básico I, do curso de Física da Unifap, os acadêmicos fazem a seguinte experiência, configurada na figura abaixo: fazem rotar uniformemente um disco, sendo que a velocidade do ponto **A** é de 10 m/s assim como também o arco AB percorrido pelo respectivo ponto é de 20 m. Conforme a configuração da experiência, isto é, no instante que o ponto **A** encontra-se na posição mostrada na figura, certo acadêmico lança verticalmente para abaixo uma esfera de raio desprezível, comparado com a distância vertical ao disco (60 m), conseguindo esta passar pelo orifício do disco. Qual foi à velocidade máxima do lançamento da bola pelo acadêmico? . **$g = 10$ m/s^2**

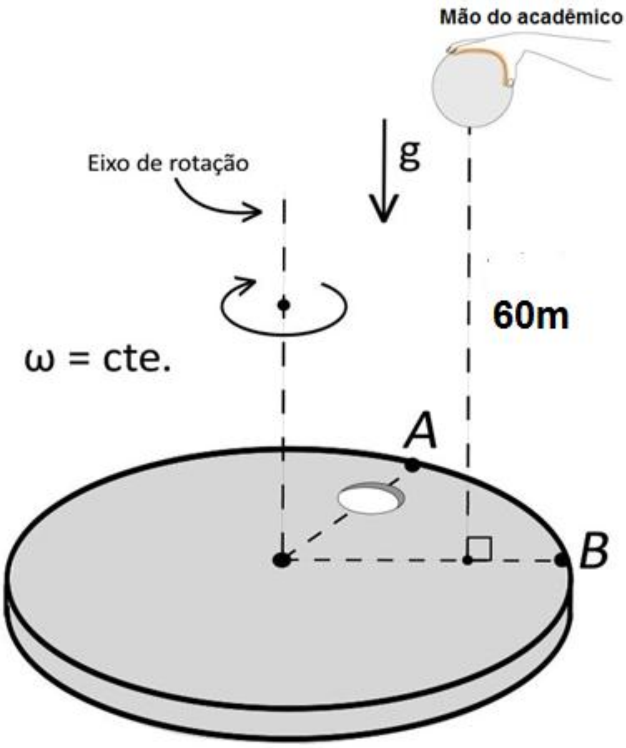
a) 15 m/s.

b) 20 m/s.

c) 10 m/s.

d) 30 m/s.

e) 8 m/s.



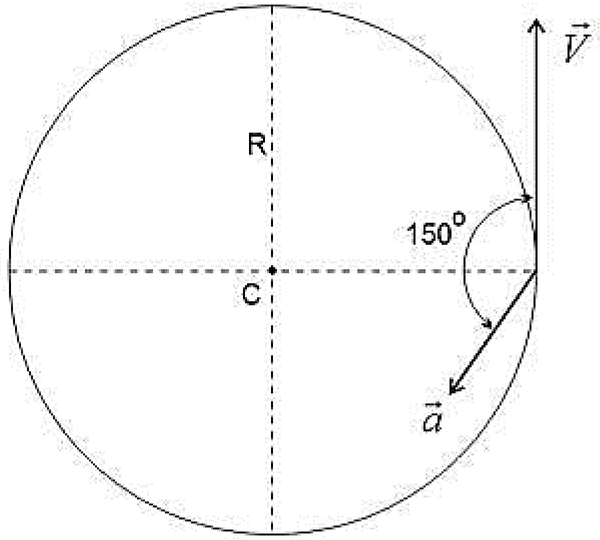
Laboratório Básico de Fisica I - Unifap

PROBLEMAS MCUV

39. (COPERJ). Uma partícula está percorrendo a trajetória circular de centro em C e de raio R, mostrada na figura abaixo. Nela estão representados, por segmentos orientados, o vetor velocidade $\vec{V}$ e o vetor aceleração $\vec{a}$ da partícula no instante em que ela passa pela extremidade da direita do diâmetro horizontal.

O vetor $\vec{V}$ forma um ângulo de 150° com o vetor $\vec{a}$. Sendo $|\vec{V}| = 12\ m/s\ e\ |\vec{a}| = 8\ m/s^2$, o raio R do círculo mede:

a) 18 m
b) 24 m
c) 36 m
d) 48 m
e) 72 m



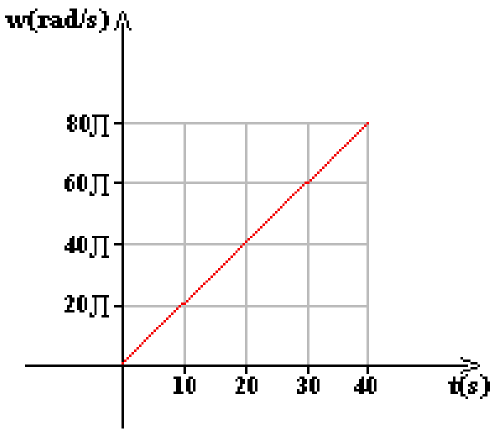
40. (CESGRANRIO). A aceleração centrípeta instantânea de uma partícula de massa m, em uma trajetória curvilínea qualquer de raio ρ, com velocidade tangencial v e velocidade angular ω em torno do centro instantâneo de rotação, é dada por:

a) $v\omega$
b) $v^2\rho$
c) ω^2/ρ
d) mω^2/ρ
e) $m\omega^2\rho$

41. (UNESP-Adaptado). Um "motorzinho" de dentista gira com frequência de 2000 Hz até a broca de raio 2,0mm encostar no dente do paciente, quando, após 1,5s, passa a ter frequência de 500Hz. Determine o módulo da aceleração escalar média neste intervalo de tempo.

a) 1000π s^{-2}
b) 2000π s^{-2}
c) 4000 πs^{-2}
d) 500π s^{-2}
e) 500π s^{-2}

42. O gráfico a seguir representa a velocidade angular, em função do tempo, de uma polia que gira ao redor de um eixo.



Com base nas informações contidas no gráfico, assinale o a alternativa que representa respectivamente o valor da aceleração angular desta polia e a quantidade de volta que ela dá no intervalo de tempo entre 0 e 40s.

a) $4\pi\ s^{-2}$ e 200
b) $6\pi\ s^{-2}$e 800
c) $2\pi\ s^{-2}$e 800
d) $2\pi\ s^{-2}$e 200
e) $\pi\ s^{-2}$e 400

43. Ao percorrer uma trajetória circular, com velocidade escalar variável, um veículo sofre, relativamente a um referencial inercial, uma força resultante centrípeta de

a) intensidade e direção variáveis, e sentido constante.
b) intensidade, direção e sentido constantes.
c) intensidade constante e direção variável.
d) intensidade, direção e sentido variáveis.
e) intensidade e direção constantes, mas de sentido variável.

44. (OBF 2016-Adaptado). Um corpo maciço descreve um movimento circular uniformemente acelerado, sobre uma mesa horizontal e preso por um fio inextensível. Inicialmente em t=0s, sua velocidade vale 3,0m/s e após 2s sua velocidade passa a valer 4,0m/s. Desprezando todos os atritos, determine sua aceleração total no tempo t=2s, sabendo que o corpo gasta 8s para dar uma volta completa.

a) 2,5m/s2
b) 5m/s2
c) 1,5m/s2
d) 3,0m/s2
e) 4,0m/s2

45. (Escola Naval-Adaptado). Uma partícula executa movimento circular uniformemente variado numa trajetória de raio igual a 2m. Sabe-se que, após iniciar o seu movimento, partindo do repouso, a partícula percorreu um arco de 4m de comprimento em 2s. O deslocamento angular, medido a partir do início do movimento da partícula até que a aceleração tangencial e aceleração centrípeta sejam iguais é em radianos:

a) 0,25
b) 0,50
c) 0,75
d) 1,00
e) 1,25

46. (UFPE). O eixo de um motor que gira a 3600 rotações por minuto é frenado, desacelerando uniformemente a 20π rad/s2, até parar completamente. Calcule quanto tempo foi necessário, em s, para o motor parar completamente.

a) t = 360s.
b) t = 260s.
c) t = 160s.
d) t = 60s.
e) t = 6s.

47. (FEI). Um móvel em trajetória circular de raio r = 5m parte do repouso com aceleração angular constante de 10rad/s2. Quantas voltas ela percorre nos 10 primeiros segundos?

a) 500.
b) 250/π
c) 100.π
d) 500/π

e) 500. Π

48. Um garoto andando de bicicleta pedala cada vez mais rápido, de tal forma que o pneu da bicicleta faz um movimento circular uniformemente variado. Após percorrer 5m a velocidade mudou de 3m/s para 7m/s. Se o pneu da bicicleta tiver raio igual a 0,4m. Qual será a aceleração angular do pneu?

a) 5rad/s2
b) 4rad/s2
c) 10rad/s2
d) 6rad/s2
e) 9rad/s2

GABARITO

1	C	11	C	21	A	31	C	41	B
2	A	12	E	22	E	32	B	42	C
3	E	13	C	23	C	33	A	43	B
4	C	14	E	24	D	34	E	44	A
5	B	15	B	25	A	35	D	45	B
6	B	16	A	26	D	36	E	46	E
7	B	17	D	27	E	37	A	47	B
8	A	18	D	28	D	38	B	48	C
9	D	19	D	29	D	39	C		
10	A	20	B	30	C	40	A		

SOLUÇÕES MRU

1. No primeiro trecho, o motorista deve percorrer 80 km. Nesse mesmo trecho a velocidade máxima permitida é de 80 km/h.

Com as condições favoráveis de trânsito, o motorista pode dirigir com a velocidade máxima.

Podemos notar que ele levará 1 hora para percorrer esses 80 km. Por outro lado, podemos também utilizar uma das leis do MRU, que é o caso do problema analisado.

$$t = \frac{\Delta s}{v}$$

Para o primeiro trecho, temos:

$$t_{1º\ trecho} = \frac{\Delta s}{v} = \frac{80}{80} = 1$$

Logo, o tempo que o motorista leva para percorrer o primeiro trecho é de 1 hora.

Para o segundo trecho, podemos fazer a mesma análise que fizemos para o primeiro ou também utilizar a mesma lei do MRU que utilizamos no trecho anterior.

$$t_{2º\ trecho} = \frac{\Delta s}{v} = \frac{60}{120} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 0{,}5$$

Para encontrarmos o tempo de entrega, devemos somar os tempos em que o primeiro e segundo trecho foram percorridos. Dessa forma, temos:

$$\mathbf{t_{1º\ trecho} + t_{2º\ trecho} = 1 + 0,5 = 1,5\ horas}$$

2. Nesse caso, devemos utilizar a função horária da posição para o MRU.

$$s_f = s_i + v_f . t$$

Temos que encontrar a função horária da posição de cada partícula e depois igualar as mesmas para encontrar o instante em que elas se encontram. Após encontrarmos o instante em que elas se encontram, devemos substituir em uma das funções horárias da posição, podemos utilizar tanto a função da partícula A quanto a função da partícula B.

Vamos analisar primeiro a partícula A. Podemos notar, de acordo com o gráfico "posição x tempo" que a partícula A parte do repouso, isso significa que $s_{i(A)} = 0$.

Sabemos que a velocidade é dada por: $v = \frac{\Delta s}{t}$. De acordo com o gráfico, a partícula A percorre 10 metros num intervalo de tempo de 10 segundos.

Utilizando $v = \frac{\Delta s}{t}$, temos:

$$v_{f(A)} = \frac{\Delta s_A}{t} = \frac{10}{10} = 1\ m/s$$

Assim, a função horária da posição da partícula A fica:

$$s_{f(A)} = s_{i(A)} + v_{f(A)}.t$$

$$s_{f(A)} = 0 + 1.t$$

$$s_{f(A)} = 1.t$$

Analisamos agora a partícula B. De acordo com o gráfico "posição x tempo", a partícula B parte da posição 15 m, isto é, $s_{0(B)} = 15$.

A equação $v = \frac{\Delta s}{t}$, também pode ser escrita da forma:

$$v = \frac{\Delta s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i}$$

Podemos notar, de acordo com o gráfico, que para $t_{i(B)} = 0$, $s_{i(B)} = 15$ e para $t_{f(B)} = 10$, $s_{f(B)} = 0$.

Substituindo os dados em $v = \frac{\Delta s}{t} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i}$, temos:

$$v_B = \frac{0 - 15}{10 - 0} = \frac{-15}{10} = -1{,}5\ m/s$$

Assim, a função horária da posição da partícula B fica:

$$s_{f(B)} = s_{i(B)} + v_{f(B)}.t$$

$$s_{f(B)} = 15 + (-1{,}5).t$$

$$s_{f(B)} = 15 - 1{,}5.t$$

As partículas se encontrarão quando $s_{f(A)} = s_{f(B)}$, fazendo:

$$s_{f(A)} = s_{f(B)}$$

$$1.t = 15 - 1{,}5.t$$

$$1.t + 1{,}5t = 15$$

$$2{,}5t = 15$$

$$t = \frac{15}{2{,}5} = 6\ s$$

As partículas se encontrarão no instante “6 segundos”, mas desejamos saber a posição em que elas se encontram. Basta substituir o instante encontrado em uma das funções horárias da posição, podemos escolher a da partícula A. Assim, temos:

$$s_{f(A)} = 1.t = 1.6 = 6\ m$$

Para nos certificarmos de que a resposta está correta, podemos substituir na função horária da posição da partícula B. Assim, temos:

$$\mathbf{s_{f(B)} = 15 - 1,5.t = 15 - 1,5.6 = 15 - 9 = 6\ m}$$

Logo, podemos concluir que as partículas A e B se encontrarão na posição 6 metros.

3. Para o motorista ATENTO, temos:

O motorista aciona o freio a uma velocidade de 14 m/s, com o intuito de parar o carro (v = o) e com uma aceleração de -5 m/s^2. Antes de acionar o freio, ele estava com uma aceleração de 1 m/s^2.

$$v_{inicial} = v_i = 14\ m/s$$

$$v_{final} = v_f = 0\ m/s$$

$$a_{inicial} = 1\ m/s^2$$

$$a_{frenagem} = -5\ m/s^2$$

Aplicamos a equação de Torricelli, para verificar a distância percorrida até o motorista ATENTO parar o veículo:

$$v_f{}^2 = v_i^2 + 2a\Delta s$$

Substituindo os dados, temos:

$$0 = 14^2 + 2.(-5).\Delta s_{atento}$$

$$0 = 196 - 10.\Delta s_{atento}$$

$$\frac{-196}{-10} = \Delta s_{atento}$$

$$19{,}6\ m = \Delta s_{atento}$$

Para o motorista DESATENTO, temos:

Devemos calcular duas distâncias.

A distância em que o motorista leva para pisar no acelerador e a distância de frenagem com aceleração de $-5\ m/s^2$.

O motorista DESATENTO aciona o freio 1 segundo depois do motorista ATENTO. Durante esse intervalo de tempo, o carro do motorista DESATENTO se deslocou alguns metros. Devemos calcular essa distância com a função horária do espaço para o MRUV.

$$s_f = s_i + v_i.t + \frac{a_{inicial}.t^2}{2}$$

$$s_f - s_i = v_i.t + \frac{a.t^2}{2}$$

$$\Delta s_{(pisar\ no\ acelerador)} = v_i.t + \frac{a_{inicial}.t^2}{2}$$

Substituindo os dados, temos:

$$\Delta s_{(pisar\ no\ acelerador)} = 14.1 + \frac{1.1^2}{2}$$

$$\Delta s_{(pisar\ no\ acelerador)} = 14 + \frac{1}{2}$$

$$\Delta s_{(pisar\ no\ acelerador)} = 14{,}5\ m$$

Devemos calcular a velocidade com que o veículo inicia a frenagem. Podemos usar a função horária da velocidade para o MRUV.

$$v_{desatento} = v_i + a.t$$

$$v_{desatento} = 14 + 1.1$$

$$v_{desatento} = 15\ m/s$$

Agora, calculamos a distância percorrida durante a frenagem utilizando a equação de Torricelli.

$${v_f}^2 = v_i^2 + 2.a.\Delta s$$

Agora, substituindo os dados, temos:

$$0 = 15^2 + 2.(-5).\Delta s_{frenagem}$$

$$0 = 225 + (-10).\Delta s_{frenagem}$$

$$\frac{-225}{-10} = \Delta s_{frenagem}$$

$$22{,}5\ m = \Delta s_{frenagem}$$

Assim, conseguimos calcular a diferença nas distâncias, a diferença será a distância que o motorista DESATENTO percorre a mais que o ATENTO.

Distancia total do motorista DESATENTO:

$$D_{(Pisar\ no\ acelerador\ +frenagem)} = 14{,}5 + 22{,}5 = 37\ m$$

Distância total do motorista ATENTO:

$$D_{(Atento)} = 19{,}6\ m$$

Diferença entre as distâncias dos motoristas:

$$\mathbf{D_{(Pisar\ no\ acelerador\ +frenagem)} - D_{(Atento)} = 37 - 19{,}6 = 17{,}4\ m}$$

4. Primeiramente, devemos dividir nossa análise em três partes. 1-Analisando o trecho “parte do repouso com aceleração constante”, concluímos que no início o movimento é Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV).

2-Analisando o trecho “mantém velocidade constante, por outro terço”, concluímos que na segunda parte do trajeto o trem se desloca com Movimento Retilíneo Uniforme (MRU).

3-Analisando o trecho “reduz sua velocidade com desaceleração constante”, concluímos que na parte final do trajeto o trem volta a se deslocar com Movimento Uniformemente Variado (MRUV).

Agora, para montarmos o gráfico da posição do trem em função do tempo, devemos lembrar as equações horárias da posição para MRU e MRUV.

- Para MRUV, temos:

$$s_f = s_i + v_i.t + \frac{a.t^2}{2}$$

Sabemos que o gráfico dessa função do segundo grau deve ser uma parábola.

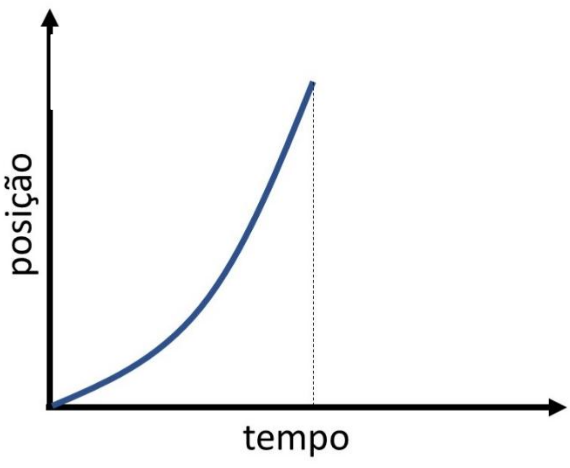
- Para MRU, temos:

$$s_f = s_i + v.t$$

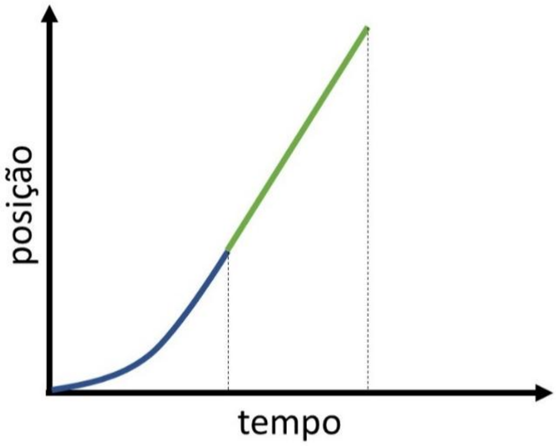
Sabemos que o gráfico dessa função do primeiro grau deve ser uma reta.

Montando o gráfico parte por parte, temos:

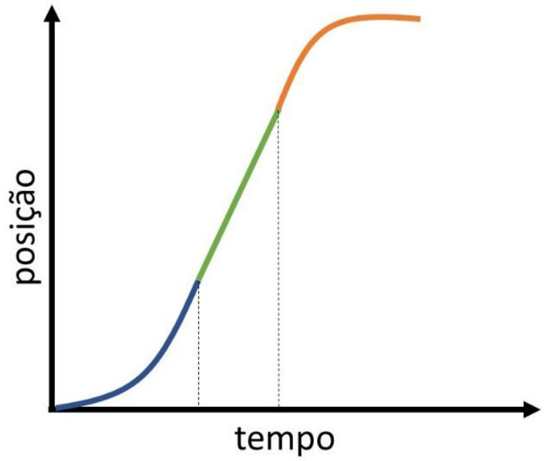
1- A parte inicial, onde o movimento é uniformemente variado, temos um arco de parábola com concavidade para cima, pois o trem acelera positivamente.



2- A segunda parte, onde o movimento é uniforme, temos uma linha reta crescente, pois o trem tem velocidade constante e positiva.



3- A terceira parte, onde o movimento é uniformemente variado, temos um arco de parábola com a concavidade para baixo, pois o trem está com desaceleração constante, isto é, aceleração negativa e vai se movimentando até parar e ficar com sua posição constante.



5. Devemos analisar duas situações, a queda livre do bloco e o movimento do caminhão.

Para a queda do bloco temos um MRUV e devemos calcular o tempo que o bloco leva para percorrer a distância $\frac{L}{2}$.
Para isso, utilizamos a função horária da posição para o MRUV.

$$s_f = s_i + v_i . t + \frac{a . t^2}{2}$$

Devemos fazer uma observação para o caso de queda livre, a aceleração do bloco é igual a aceleração da gravidade. Consideramos que o bloco parte do repouso e de sua origem, isto é, s_0 e v_0 do bloco são nulos. $s_0 = v_0 = 0$.

Assim, para o bloco, temos:

$$s_{f(bloco)} = s_i + v_i.t + \frac{g.t^2}{2}$$

$$\frac{L}{2} = 0 + 0.t + \frac{g.t^2}{2}$$

$$\frac{L}{2} = \frac{g.t^2}{2}$$

$$L = g.t^2$$

$$\frac{L}{g} = t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Agora, para relacionar a velocidade do caminhão com o tempo que encontramos, podemos utilizar a função horária da posição do caminhão. Nesse caso, a função horária da posição para o MRU, que é o tipo de movimento do caminhão.

$$s_f = s_i + V.t$$

Sabemos que a distância que deve ser percorrida pelo caminhão até o ponto de quedado bloco é L. Admitimos que o caminhão parte de sua origem, isto é, $s_i = 0$.

Assim, para o caminhão, temos:

$$s_{f(caminhão)} = s_I + V.t$$

$$L = 0 + v_{caminhão}.t$$

$$L = v_{caminhão}.t$$

$$v_{caminhão} = \frac{L}{t}$$

Agora, podemos substituir na equação da velocidade do caminhão o tempo que o bloco leva pra cair, o qual já encontramos anteriormente.

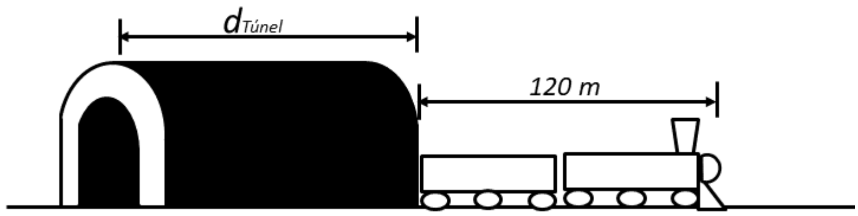
$$v_{caminhão} = \frac{L}{\sqrt{\frac{L}{g}}}$$

$$\mathbf{v_{caminhão}} = \mathbf{L.}\sqrt{\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{L}}}$$

Esta é a velocidade necessária que o caminhão deve ter para que o bloco caia no ponto P em sua carroceria.

6. Utilizando a expressão $V = \frac{d}{\Delta t}$

Primeiro deve-se encontrar o espaço percorrido, e para isso um ponto referencial será colocado na ponta do trem.



$$d = V\Delta t$$

$$d = 16 * 50$$

$$d = 800m$$

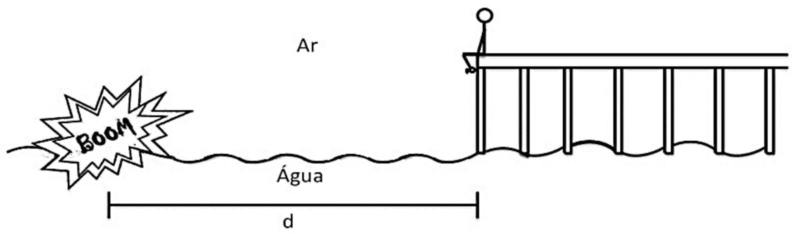
A distância *d* encontrada é a distância percorrida pelo trem, depois que todo a sua extensão saiu do túnel. Agora para encontrar o comprimento do túnel, é necessário fazer a diferença entre a distancia percorrida e o comprimento do trem.

$$d_{túnel} = d - C_{trem}$$

$$d_{túnel} = 800 - 150$$

$$\mathbf{d_{túnel} = 650\ m}$$

7.



Ajustando as informações cedidas na questão:

$$t_{água} + 12 = t_{ar}$$

$$t_{ar} - t_{água} = 12 \ (1)$$

Utilizando a expressão $v = \frac{d}{t}$ para identificas os tempos de propagação em cada meio, tomando t_{ar} como o tempo de propagação do som no ar e $t_{água}$ como o tempo de propagação do som na água.

$$t_{ar} = \frac{x}{v_{ar}} \quad (2)$$

$$t_{água} = \frac{x}{v_{água}} \ (3)$$

Onde x é a distância entre o local da explosão e o homem .

Agora substituindo (2) e (3) em (1), obtemos a expressão $\frac{x}{v_{ar}} - \frac{x}{v_{água}} = 12.$

Resolvendo com as informações dadas na questão

$$\frac{x}{343} - \frac{x}{1435} = 12$$

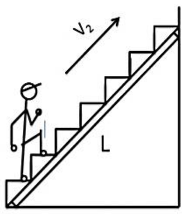
$$\frac{1435x - 343x}{343.1435} = 12$$

$$1.092x = (12 \text{ x } 492.205)$$

$$x = \frac{(12 \text{ x } 492.205)}{1092}$$

$$\boldsymbol{x = 5.408,8 \text{ m}}$$

8. Primeiro deve-se aprensentar as situções de cada irmão



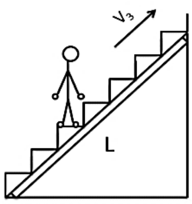
1º) Subiu a escada rolante desligada (DESENHO)

Infirmações do desenho:

$V_2 = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow V_2 = \frac{L}{120}$

$t_2 = 120\ s$

$d_2 = L$



2º) Subiu a escada rolante ligada (DESENHO)

Infirmações do desenho:

$V_3 = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow V_3 = \frac{L}{60}$

$t_3 = 60\ s$

$d_3 = L$

Se for colocado o movimento dos dois irmãos de forma simultaneamente, terá o movimento do primeiro irmão. Logo

$$(V_2 + V_3) = V_1 \ (3)$$

Então tem-se

$$V_1 = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{V_1} \ (4)$$

Colocando (3) em (4)

$$\Delta t_1 = \frac{L}{(V_2 + V_3)} \ (5)$$

Colocando (4) em (5)

$$\Delta t_1 = \frac{L}{\left(\frac{L}{120} + \frac{L}{60}\right)}$$

$$\Delta t_1 = \frac{L}{\frac{60L + 120L}{7200}}$$

$$\Delta t_1 = \frac{L}{\frac{180L}{7200}}$$

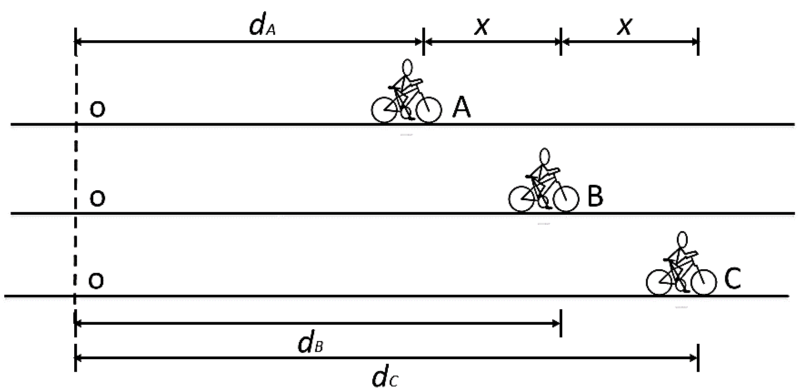
$$\Delta t_1 = \frac{\frac{L}{1}}{\frac{180L}{7200}}$$

$$\Delta t_1 = \frac{L}{1} * \frac{720}{180\text{L}}$$

$$\Delta t_1 = \frac{7200}{180}$$

$$\mathbf{\Delta t_1 = 40\ s}$$

9. Para facilitar a identificação dos ciclistas será utilizado a letra A para o ciclista da bicicleta amarela, B para o ciclista da bicicleta branca e C para a bicicleta cinza.



Após analisar a imagem, é possível encontrar o valor da distância *x*, de acordo com o desenho, podemos assumir que C ficará a frente de B por possuir uma velocidade maior, e A ficará atrás de B por ter menor velocidade.

$$d_A + x = d_B \quad \Rightarrow \quad x = d_B - d_A$$
$$d_B + x = d_c \quad \Rightarrow \quad x = d_C - d_B$$

Igualando os valores encontrados de x ficará,

$$d_B - d_A = x = d_C - d_B$$

$$d_B - d_A = d_C - d_B$$
$$2d_B = d_A + d_C \quad (3)$$

Utilizando a expressão da velocidade média para encontrar as diatâncias de A, B e C

$$V = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow d = V\Delta t$$

$$d_A = V_a\Delta t \quad \Rightarrow \quad d_A = V_A(t - t_A) \quad (4)$$

$$d_B = V_B\Delta t \quad \Rightarrow \quad d_B = V_B(t - t_B) \quad (5)$$

$$d_C = V_C\Delta t \quad \Rightarrow \quad d_C = V_C(t - t_C) \quad (6)$$

Logo, podemos substituir (4), (5), (6) em (3)

$$2V_B(t - t_B) = V_A(t - t_A) + V_C(t - t_C)$$
$$2V_Bt - 2V_Bt_B = V_At - V_At_A + V_Ct - V_Ct_C$$
$$2V_Bt - 2V_Bt_B = V_At - V_At_A + V_Ct - V_Ct_C$$
$$-V_At + 2V_Bt - V_Ct = -V_At_A + 2V_Bt_B - V_Ct_C$$
$$t\,(-V_A + 2V_B - V_C) = -V_At_A + 2V_Bt_B - V_Ct_C$$

$$t = \frac{-V_At_A + 2V_Bt_B - V_Ct_C}{(-V_A + 2V_B - V_C)}$$

Para encontrar o valer de t, tem-se que substituir pelos valores cedidos na questão.

Dados da questão:

$V_A = 33\ km/h$, $t_A = 10\ h$

$V_B = 37\ km/h$, $t_B = 11\ h$

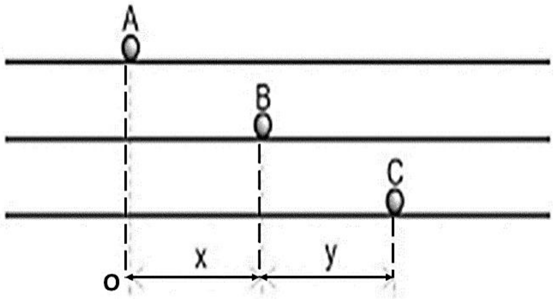
$V_C = 44\ km/h$, $t_c = 12\ h$

$$t = \frac{-32*10 + 2*37*11 - 44*12}{(-33 + 2*37 - 44)}$$

$$t = \frac{-34}{-2}$$

$$t = 17\ h$$

10. Por se tratar de MRU devemos começar colocando a origem O



Ao colocar a funcionar

Ao colocar o ponto de origem, podemos usar a 2ª Lei do Movimento Retilíneo Uniforme, a Equação Horária da Posição (S = Si + Vt) para começar a montar as posições de A, B e C

Para A:

$$S_A = S_{iA} + V_A t$$
$$S_A = 0 + V_A t \quad (1)$$

Para B :

$$S_B = S_{iB} + V_B t$$
$$S_B = x + V_B t \quad (2)$$

Para C :

$$S_C = S_{iC} + V_C t$$
$$S_B = (x + y) + V_C t \quad (3)$$

1ª **Situação** : Em um tempo de 2 segundos A e B se encontrarão a mesma distância. Logo pode-se Igualar as posições $S_A = S_B$

Igualando (1) e (2) :

$$S_A = S_B$$
$$V_A t = x + V_B t$$

E substituindo t = 2s ficará

$$V_A 2 = x + V_B 2$$
$$(\tfrac{1}{2}) * V_A 2 = (x + V_B 2) * (\tfrac{1}{2})$$
$$V_A = \frac{x}{2} + V_B \ (4)$$

2ª Situação : Em um tempo de 3 segundos A e C se encontrarão a mesma distância. Logo pode-se igualar as posições S_A = S_C
Igualando (1) e (3) :
S_A = S_C

$$V_A t = (x + y) + V_C t$$

E substituindo t = 3s, ficará

$$V_A 3 = (x + y) + V_C 3$$

$$(\frac{1}{3}) * V_A 3 = ((x + y) + V_C 3) * (\frac{1}{3})$$

$$V_A = \frac{(x+y)}{3} + V_C \quad (5)$$

Pode-se igular (4) e (5), os dois valores de V_A encontrados

$$\frac{x}{2} + V_B = V_A = \frac{(x+y)}{3} + V_C$$

$$\frac{x}{2} + V_B = \frac{(x+y)}{3} + V_C$$

Tem-se que organizar

$$V_B - V_C = \frac{(x+y)}{3} - \frac{x}{2}$$

$$V_B - V_C = \frac{2(x+y) - 3x}{6}$$

$$V_B - V_C = \frac{2x+2y-3x}{6}$$

$$V_B - V_C = \frac{2y-x}{6} \quad (6)$$

3ª Situação : Para determinar o momento em que B e C estiverem na mesma posição, pode-se igualar as posições S_B = S_C

$$S_B = S_C$$

$$x + V_B t = (x + y) + V_C t$$

Tem-se que organizar

$$V_B t - V_C t = (x + y) - x$$

$$t\,(V_B - V_C) = y$$

$$t = \frac{y}{(V_B - V_C)} \quad (7)$$

Substituindo (6) em (7)

$$t = \frac{y}{\frac{2y-x}{6}}$$

$$t = \frac{\frac{y}{1}}{\frac{2y-x}{6}}$$

$$t = \frac{y}{1} * \frac{6}{2y-x}$$

$$t = \frac{y}{1} * \frac{6}{2y-x}$$

$$\boldsymbol{t = \frac{y6}{2y-x}}$$

SOLUÇÕES MRUV

11. O Automóvel que parte de A corre com aceleração de 2m/s² por 15 segundos:

$$V = V_0 + at$$

$$V = 0 + 2 \cdot 15$$

$$V = 30m/s$$

Após 15 segundos, o automóvel que parte de A permanece com velocidade constante de 30 m/s.

Utilizaremos a Equação de Torricelli para deduzir a distância percorrida pelo automóvel até sua velocidade encontrar-se constante.

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

$$30^2 = 0 + 2 \cdot 2 \cdot \Delta S$$

$$900 = 4 \cdot \Delta S$$

$$900/4 = \Delta S$$

$$\Delta S = 225\,m$$

Já o automóvel que passa pela cidade B, dirigindo-se à cidade A possui velocidade constante de 90 km/h. Necessita fazer a conversão de km/h para m/s.

$$\frac{90\ km/h}{3{,}6} = 25\ m/s$$

Agora devemos determinar a distância percorrida pelo outro automóvel durante 15 segundos.

$$S = S_0 + Vt$$

$$S = 0 + 25 \cdot 15$$

$$S = 375\ m$$

60 km = 60000 m; 60000 – 375 = **59625 m** era onde o automóvel que saia de B estava quando o automóvel que saia de A ficou com velocidade constante.

Igualando a posição de ambos, encontraremos o momento em que os automóveis se encontram:

$$S_A = S_B$$

$$S_{0A} + Vt = S_{0B} - Vt$$

O sinal de negativo indica que este automóvel está vindo em direção contrária.

$$225 + 30t = 59625 - 25t$$

$$30t + 25t = 59625 - 225$$

$$55t = 59400$$

$$t = 59400/55$$

$$t = 1080\ s$$

Por fim, é possível determinar através de qualquer uma das equações horárias do espaço já encontradas:

$225 + 30 \cdot 1080 = 32625$ m

$59625 - 25 \cdot 1080 = 32625$ m

Transformando 32625 m em km, temos: 32,625 km.

12. Primeiro, devemos anotar os dados da questão:

$$V_0 = 30\ m/s$$

Multiplicando por 3,6, convertemos para km/h (apenas para ter uma ideia):

$$V_0 = 30 \cdot 3{,}6$$

$$V_0 = 108\ km/h$$

Se o motorista estivesse a essa velocidade no momento em que passasse pelo radar, teria sua imagem capturada.

$$\Delta S = 50\ m$$

50 m é a distância que o motorista estava do radar quando começou a frear.

$$a = -5\ m/s^2$$

Por fim, temos a aceleração negativa pelo fato de ser um movimento retardado.

Como não nos foi dado o tempo, usaremos a Equação de Torricelli para deduzir a velocidade em que passa pelo radar:

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

$$V^2 = 30^2 + 2 \cdot (-5) \cdot 50$$

$$V^2 = 900 - 500$$

$$V^2 = 400$$

$$V = \sqrt{400}$$

$$V = 20\ m/s$$

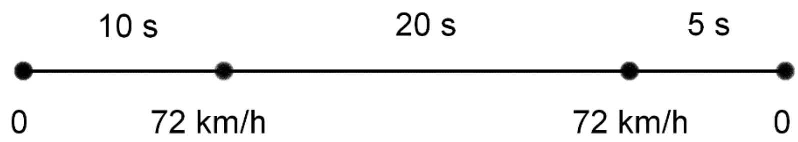
Agora, multiplicaremos por 3,6, convertendo para km/h:

$$V = 20 \cdot 3{,}6$$

$$V = 72\ km/h$$

Portanto, o motorista passa pelo radar com velocidade de 72 km/h.

13. O movimento é dividido em três partes:



O primeiro trecho é quando o motorista parte do repouso ($V_0 = 0$) e, num movimento acelerado (MRUV), chega a $72\ km/h$ após $10\ s$.

No segundo trecho, ele permanece com a velocidade constante (MRU) de $72\ km/h$ durante $20\ s$.

O último trecho apresenta um movimento retardado (MRUV), onde a $V_0 = 72\ km/h$ e $V = 0$. Tudo isso, num intervalo de $5\ s$.

O próximo passo é converter a velocidade de km/h para m/s, já que a questão pede o espaço total percorrido em metros.

$$V_0 = 72/3{,}6$$

$$V_0 = 20\ m/s$$

Agora, calcularemos a distância percorrida em cada trecho.

I. Primeiro trecho

Devemos determinar a aceleração, antes de tudo:

$$V = V_0 + at$$

$$20 = 0 + a \cdot 10$$

$$a = \frac{20}{10}$$

$$a = 2\ m/s^2$$

Agora calculamos o deslocamento:

$$S = S_0 + Vt + \frac{at^2}{2}$$

$$S = 0 + 0 \cdot 10 + \frac{2 \cdot 10^2}{2}$$

$$S = \frac{2 \cdot 100}{2}$$

$$S = 100\ m$$

II. Segundo trecho

Como possui um movimento uniforme (velocidade constante), usamos a equação do espaço do MRU:

$$S = S_0 + Vt$$

$$S = 0 + 20 \cdot 20$$

$$S = 400\ m$$

III. Terceiro trecho

Devemos determinar a aceleração, antes de tudo:

$$V = V_0 + at$$

$$0 = 20 + a \cdot 5$$

$$5 \cdot a = -20$$

$$a = -\frac{20}{5}$$

$$a = -4\ m/s^2$$

(Observe que a aceleração é negativa por ser um movimento retardado, caracterizado pela frenagem do veículo)

Agora calculamos o deslocamento:

$$S = S_0 + Vt + \frac{at^2}{2}$$

$$S = 0 + 20 \cdot 5 + \frac{(-4) \cdot 5^2}{2}$$

$$S = 20 \cdot 5 + \frac{(-4) \cdot 25}{2}$$

$$S = 100 + \frac{(-100)}{2}$$

$$S = 100 - 50$$

$$S = 50\ m$$

Por fim, calculemos o deslocamento do automóvel em cada trecho:

$$Distância\ total = 100 + 400 + 50$$

$$Distância\ total = 550\ m$$

Portanto, o espaço total percorrido pelo carro entre os dois semáforos foi 550 m.

14. Primeiro, chamaremos de ΔS a distância a mais que o motorista desatento percorrerá, observando a seguinte relação:

$$\Delta S = \Delta S_2 - \Delta S_1$$

em que ΔS_2 é o deslocamento do motorista desatento, e ΔS_1, do motorista atento.

Agora, calculemos o deslocamento do motorista atento.

Temos que $V_0 = 14\, m/s$ (a velocidade que o motorista estava antes de frear), $V = 0$ (velocidade nula, indica que o automóvel parou completamente) e $a = -5\, m/s$ (aceleração negativa indica um movimento retardado, devido a frenagem). Como não há menção ao tempo em que ocorreu isso, utilizaremos a Equação de Torricelli

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

$$0^2 = 14^2 + 2 \cdot (-5) \cdot \Delta S$$

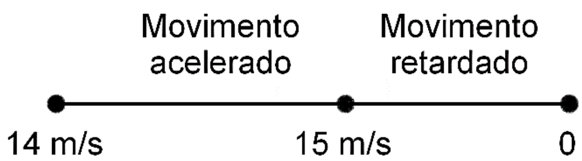
$$0 = 196 - 10 \cdot \Delta S$$

$$10 \cdot \Delta S = 196$$

$$\Delta S = \frac{196}{10}$$

$$\Delta S_1 = 19{,}6\, m$$

No caso do motorista desatento, separamos o movimento em duas partes:



I. Enquanto está ainda em um movimento acelerado ($a = 1\, m/s^2$), ele aumenta a velocidade de $14\, m/s$ (velocidade inicial) para $15\, m/s$ (velocidade final). Podemos calcular isso com a Equação de Torricelli:

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

$$15^2 = 14^2 + 2 \cdot 1 \cdot \Delta S$$

$$225 = 196 + 2 \cdot \Delta S$$

$$225 - 196 = 2 \cdot \Delta S$$

$$29 = 2 \cdot \Delta S$$

$$\Delta S = \frac{29}{2}$$

$$\Delta S_2' = 14{,}5\ m$$

II. A segunda parte é quando o motorista está em um movimento retardado ($a = -5\ m/s^2$), onde ele parte da velocidade de $15\ m/s$ (velocidade inicial) para uma velocidade nula (velocidade final). Podemos calcular isso com a Equação de Torricelli:

$$V^2 = V_0^2 + 2a\Delta S$$

$$0^2 = 15^2 + 2 \cdot (-5) \cdot \Delta S$$

$$0 = 225 - 10 \cdot \Delta S$$

$$10 \cdot \Delta S = 225$$

$$\Delta S = \frac{225}{10}$$

$$\Delta S_2'' = 22{,}5\ m$$

Agora somamos as duas parcelas correspondente ao motorista desatento:

$$\Delta S_2 = \Delta S_2' + \Delta S_2''$$

$$\Delta S_2 = 14{,}5 + 22{,}5$$

$$\Delta S_2 = 37{,}0\ m$$

Por fim, utilizaremos a relação inicial:

$$\Delta S = \Delta S_2 - \Delta S_1$$

$$\Delta S = 37{,}0 - 19{,}6$$

$$\Delta S = 17{,}4\ m$$

Portanto, o motorista desatento percorre $17,4\ m$ a mais que o motorista atento.

15. Primeiro, o que se deve fazer é determinar a aceleração do atleta nos primeiros 24 m da corrida. Para isso, o corredor parte do repouso e descreve um MRUV, então, $V_0 = 0$; $S_0 = 0$.

$$S = S_0 + V_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$24 = 0 + 0 + \frac{a4^2}{2}$$

$$24 = \frac{16a}{2}$$

$$24 = 8a$$

$$24/8 = a$$

$$a = 3m/s^2$$

Após isso, deve-se determinar a velocidade atingida ao final dos primeiros 24 m. Assim, antes de atingir os 24 m, o corredor possui $a = 3m/s^2$, num tempo de 4,0 s.

$$V = V_0 + at$$

$$V = 0 + 3 \cdot 4$$

$$V = 12m/s$$

A velocidade atingida ao final dos primeiros 24 m é de 12m/s.

Nos primeiros 24 m ele gastou 4 s, agora restam 76 m em que o mesmo está com uma velocidade constante. Para determinar o tempo gasto na segunda parte do percurso utilizamos a equação da velocidade média do MRU.

$$\Delta T = \frac{\Delta S}{V_m}$$

$$\Delta T = \frac{76}{12}$$

$$\Delta T = 6{,}3\ s$$

Somamos o tempo dos primeiros 24 m com o tempo dos 76 m:

$$\textbf{Tempo total} = \mathbf{4,0 + 6,3 = 10,3\ s}$$

16. Vamos designar com a letra *v* o valor da velocidade inicialmente, logo o valor da velocidade final será *4v*. Calculando *v* com $\Delta s = \left(\frac{V_i + V_f}{2}\right) . \Delta t$, temos:

$V_i = v$

V_f=4v

Δs=1400m

t=10s

$$\frac{v_i + 4v_f}{2} = \frac{s}{t}$$

$$\frac{v + 4v}{2} = \frac{1400}{10}$$

$$\frac{v + 4v}{2} = 140$$

$$\frac{v + 4v}{2} \cdot 2 = 140 \cdot 2$$

$$v + 4v = 280$$

$$5v = 280$$

$$\frac{1}{5} \cdot v = 280 \cdot \frac{1}{5}$$

$$v = 56m/s$$

V_i=56m/s

V_f=56(4)=224m/s

Agora vamos calcular a aceleração com a equação $v_f = v_i \pm at$

$$224 = 56 + a \cdot 10$$

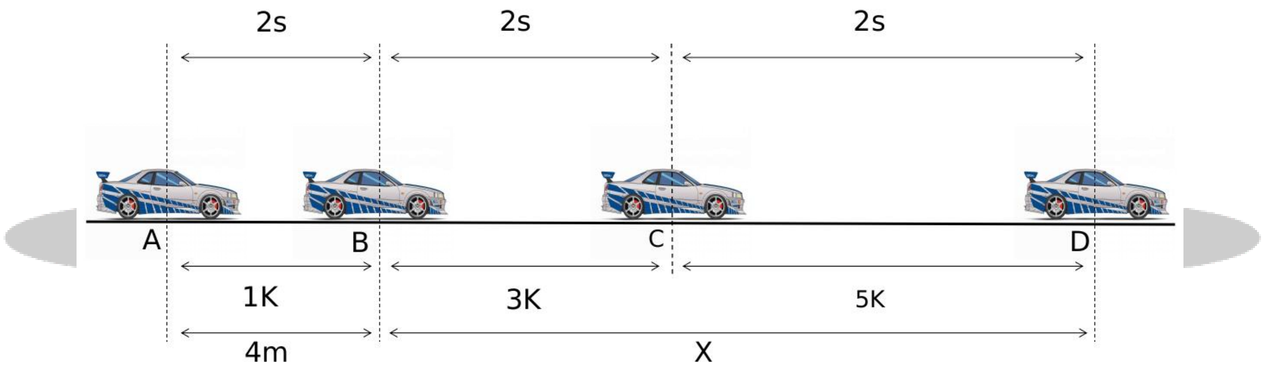
$$224 - 56 = 56 - 56 + 10a$$

$$168 = 10a$$

$$\frac{1}{10} \cdot 168 = \frac{1}{10} \cdot 10a$$

$$\mathbf{a = 16,8 \quad \therefore \quad a = 16,8 m/s^2}$$

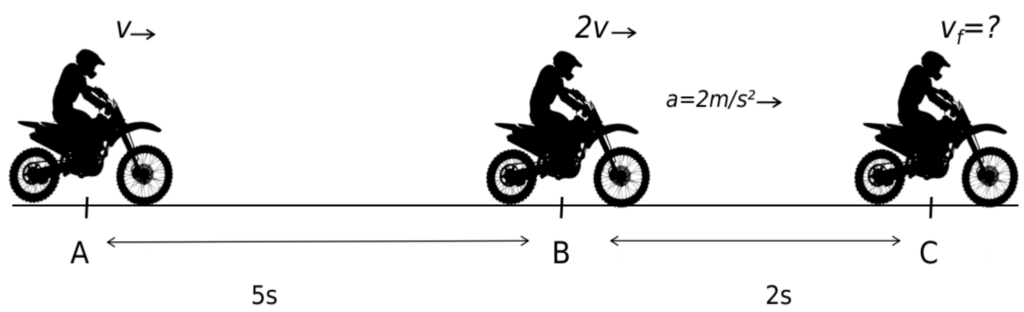
17. Recordando aos números de Gallileu durante um MRUV, diremos que o movimento analisado passa por espaços proporcionais aos números 1,3,5,7,etc, durante intervalos de tempo igual a 2s.



Se: 1K=4m, então x=8K=8(4m)

$$\therefore x = 32m$$

18. Primeiramente analisaremos os dados da questão



Vamos estudar entre os pontos AB para descobrirmos a velocidade usando a equação $v_f = v_i \pm a \cdot t$, então

V_f=2v

V_i=v

t=5s

a=2m/s²

$$2v = v + a \cdot t$$

$$2v = v + (2) \cdot 5$$

$$2v = v + 10$$

$$2v - v = v - v + 10$$

$$\therefore v = 10m/s$$

Agora vamos estudar entre BC para descobrir v_f

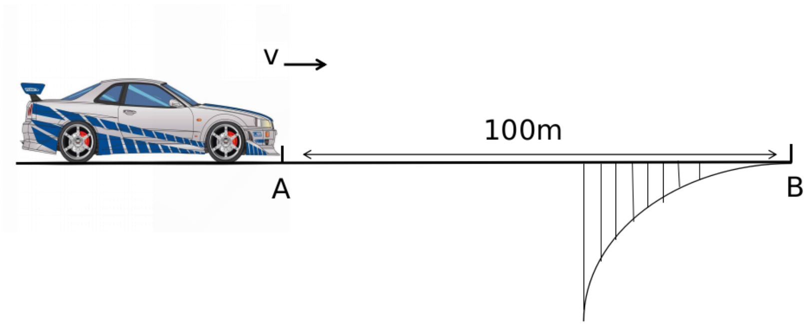
$$v_f = 2v + a \cdot t$$

$$v_f = 2 \cdot 10 + 2 \cdot 2$$

$$v_f = 20 + 4$$

$$\therefore \mathbf{v_f = 24m/s}$$

19.



Se o altomovel aplicar um movimento retardado muito grande ele poderá parar muito antes do ponto B, porém existe uma aceleração mínima que o faz parar no ponto B, então:

V_i*=160km/h=44m/s;*

V_f*=0m/s;*

s=100m;

a=?

Para a solução do problema usaremos a equação $v_f^2 = v_0^2 + 2a\Delta s^2$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta s$$

$$0^2 = 44^2 + 2a(100)$$

$$0 = 1936 + 200a$$

$$-1936 = 1936 - 1936 + 200a$$

$$-1936 = 200a$$

$$-1936 \cdot \frac{1}{200} = \frac{1}{200} \cdot 200a$$

$$\mathbf{-9,68 = a \quad \therefore \quad a = -9,68 m/s^2}$$

20. A solução do problema é constituida em duas partes, a) e b). Usaremos a equação $s_f = s_i + V_i . t \pm \frac{a.t^2}{2}$...(*)

a) Entre t_1=7s e t_2=9s; s_i=70cm e s=80cm.

Em(*), temos: $$80 = 70 + v_i(9-7) + \frac{1}{2} \cdot a(9-7)^2$$

$$80 = 70 + v_i(2) + \frac{1}{2} \cdot a(2)^2$$

$$80 = 70 + v_i(2) + \frac{1}{2} \cdot 4a$$

$$80 = 70 + v_i(2) + 2a$$

$$80 = 70 + 2(v_i + a)$$

$$80 - 70 = 70 - 70 + 2(v_i + a)$$

$$10 = 2(v_i + a)$$

$$\frac{1}{2} \cdot 10 = \frac{1}{2} \cdot 2(v_i + a)$$

$$5 = v_i + a \quad \ldots(1)$$

b) Entre t_1=7s e t_3=15s; si=70cm e s=230cm.

Em(*), temos: $230 = 70 + v_i(15-7) + \frac{1}{2} \cdot a(15-7)^2$

$$230 = 70 + v_i(8) + \frac{1}{2} \cdot a(8)^2$$

$$230 = 70 + v_i(8) + \frac{1}{2} \cdot a(64)$$

$$230 = 70 + v_i(8) + a(32)$$

$$230 = 70 + 8(v_i + a4)$$

$$230 - 70 = 70 - 70 + 8(v_i + a4)$$

$$160 = 8(v_i + a4)$$

$$\frac{1}{8} \cdot 160 = \frac{1}{8} \cdot 8(v_i + a4)$$

$$20 = v_i + a4 \ \ldots(2)$$

Resolvendo as equações (1) e (2), temos:

$$\begin{cases} v_i + a = 5 & *(-1) \\ v_i + a4 = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -v_i - a = -5 \\ v_i + a4 = 20 \end{cases}$$

Somando, temos:

$$v_i - v_i + 4a - a = 20 - 5$$

$$3a = 15$$

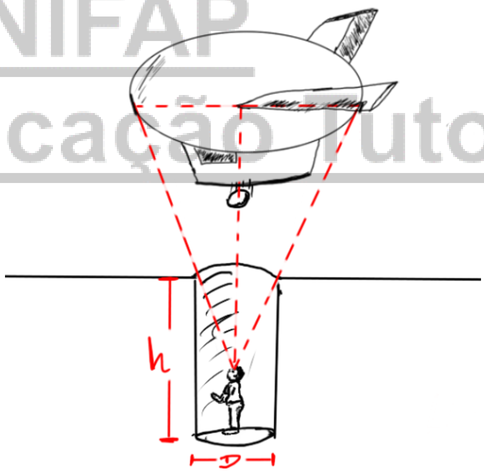
$$\frac{1}{3} \cdot 3a = \frac{1}{3} \cdot 15$$

$$\mathbf{a = 5} \quad \therefore \quad \mathbf{a = 5cm/s^2}$$

SOLUÇÕES MOVIMENTO VERTICAL

21.

Calculando a distância percorrida pela bola durante t segundos:

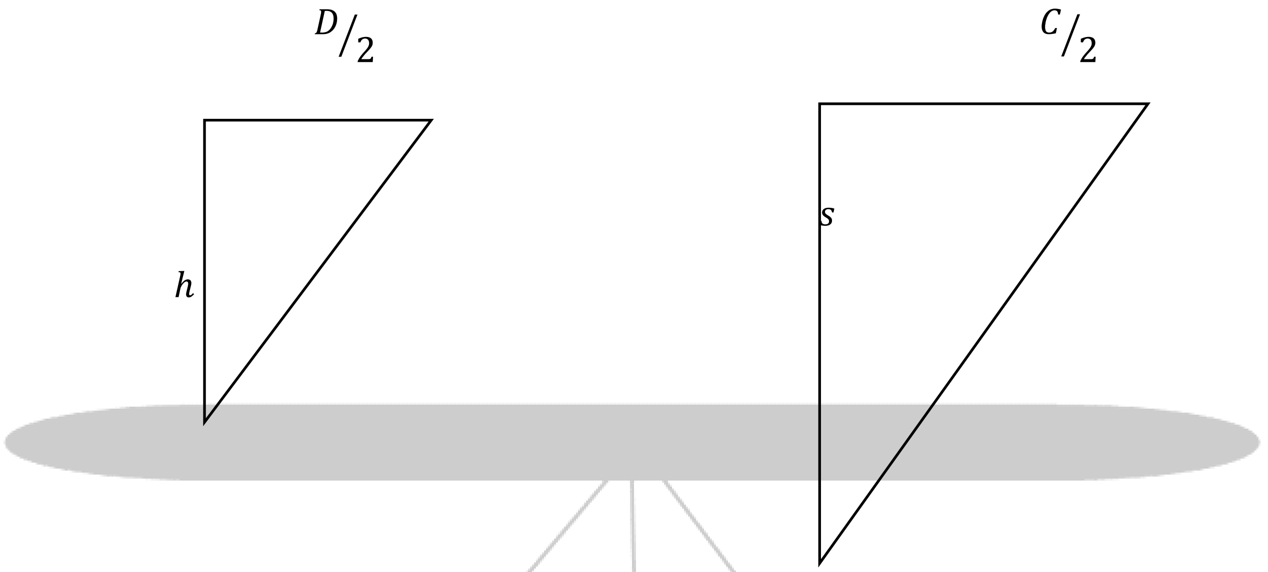


$$s = s_o + v_o t + \frac{gt^2}{2}$$

$$s = 0 + 0.t + \frac{gt^2}{2}$$

$$s = \frac{gt^2}{2}$$

Utilizando semelhança de triângulos: (C é o comprimento do dirigível)



$$\frac{D/2}{h} = \frac{C/2}{s}$$

$$C = \frac{sD}{h}$$

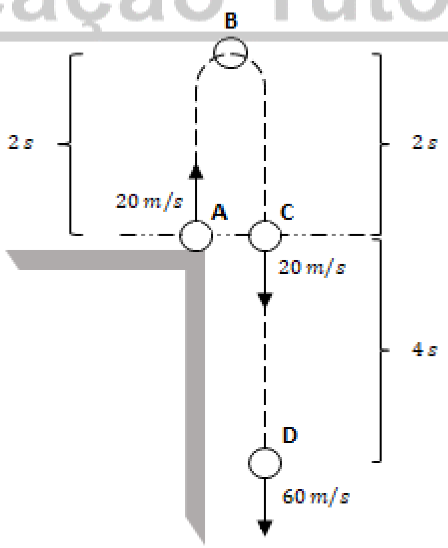
Substituindo s:

$$\mathbf{C = \frac{gDt^2}{2h}}$$

22. Inicialmente a pedra é laçada de A com $20\,m/s$, ao chegar em B a velocidade se anula por conta da ação da gravidade e logo em seguida inicia o movimento de queda livre. No ponto C a velocidade volta a ser $20\,m/s$, e segue de maneira acelerada até passar pelo ponto D com a velocidade de $60\,m/s$.

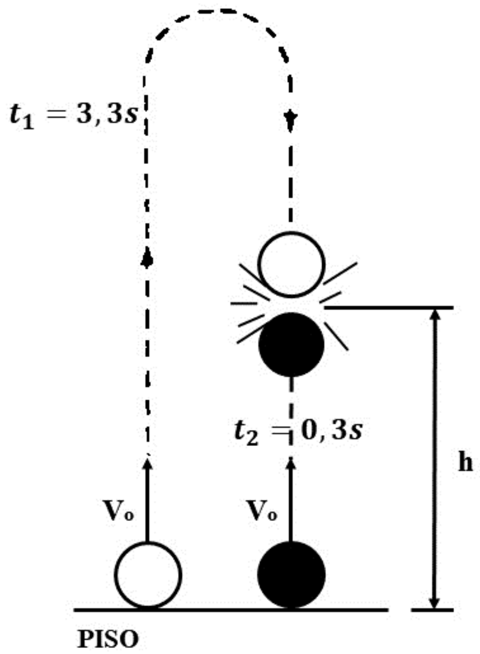
Observe também, que o tempo que a pedra leva para ir de A até B é o mesmo tempo que ela leva também para ir de B até C.

Então usaremos a seguinte equação para calcular os tempos de A até B e que multiplicado por dois nos dará o tempo para executar a trajetória ABC.



$$V_B = V_A - gt \rightarrow t = \frac{V_A}{g}$$

$$t_1 = 2t = 2\frac{V_A}{g} = 2\frac{20}{10} = 4\ s$$



V_B é a velocidade no ponto B que será zero.

t_1 é o tempo total para a pedra executar a trajetória ABC.

Agora calculando o tempo t_2, tempo que a pedra leva para ir de C até D, e usaremos a seguinte equação:

$$V_D = V_C + gt_2 \rightarrow t_2 = \frac{V_D - V_C}{g}$$

$$t_2 = \frac{60 - 20}{10} = 4\ s$$

Portanto, o tempo total será

$$\mathbf{T = t_1 + t_2 = 8\ s}$$

23. De acordo com a questão deduz-se que a primeira pedra demorou 3,3*s* para a colisão e a segunda demorou 0,3*s*. Desse modo utilizando a equação $\mathrm{h = V_o t - \frac{1}{2}gt^2}$ para ambos teremos:

Colocando os dados dos dois objetos na equação

Pedra 1: $\mathrm{h = V_o(3,3) - \frac{1}{2}10(3,3)^2 \Rightarrow V_o(3,3) - 5(3,3)^2}$

Pedra 2: $\mathrm{h = V_o(0,3) - \frac{1}{2}10(0,3)^2 \Rightarrow V_o(0,3) - 5(0,3)^2}$

Logo fica

$$\begin{cases} \mathrm{h = V_o(3,3) - 5(3,3)^2} \\ \mathrm{h = V_o(0,3) - 5(0,3)^2} \end{cases}$$

Usando método de comparação e igualando, visto que ambas as equações são iguais a **h**

$V_o(3{,}3) - 5(3{,}3)^2 = V_o(0{,}3) - 5(0{,}3)^2$

Isolando V_o

$V_o(3{,}3) - V_o(0{,}3) = 5(3{,}3)^2 - 5(0{,}3)^2$

Colocando V_o e numero 5 em evidência

$V_o(3{,}3 - 0{,}3) = 5[(3{,}3)^2 - (0{,}3)^2]$

$V_o = 18m/s$

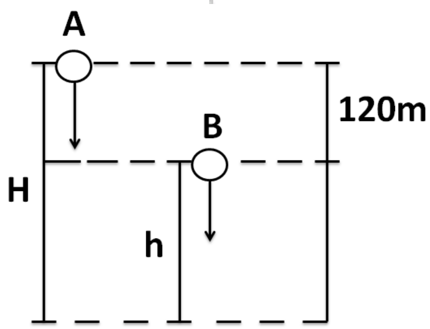
Para encontra **h** é só aplicar o resultado de V_o em qualquer uma das equações

$$h = 18(0{,}3) - 5(0{,}3)^2$$

$$h = 5{,}4 - 0{,}45$$

$$\mathbf{h = 4{,}95}\boldsymbol{m}$$

24. Temos dois corpos, então para facilitar o entendimento os chamaremos de A e B.



Analisaremos primeiro o objeto A.

Para encontrar a altura do objeto A, temos:

$$H = \frac{g{t_1}^2}{2} \rightarrow H = \frac{10{t_1}^2}{2}$$

$$H = 5{t_1}^2 \leftrightarrow Equação\ 1$$

Analogamente, para encontrar a altura do objeto B, temos:

$$h = \frac{g{t_2}^2}{2} \rightarrow h = \frac{10{t_2}^2}{2}$$

$$h = 5{t_2}^2 \leftrightarrow Equação\ 2$$

Perceba que como B é abandonado 120 m abaixo de A, então a altura de B pode ser escrito como $h = H - 120$. E como B é abandonado 2 segundos depois de A e eles chegam ao mesmo tempo no solo, B fica menos dois segundo no ar, logo podemos escrever ${t_2}^2 = (t_1 - 2)^2$. Logo a Equação 2 ficará assim:

$$H - 120 = 5(t_1 - 2)^2 \leftrightarrow Equação\ 3$$

Na Equação 3 temos um produto notável, onde $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$, logo a Equação 3 ficará assim:

$$H - 120 = 5(t_1 - 2)^2 \rightarrow H = 120 + 5(t_1 - 2)^2$$

$$H = 120 + 5({t_1}^2 - 2.t_1.2 + 2^2) \rightarrow H = 120 + 5({t_1}^2 - 4.t_1 + 4)$$

$$H = 120 + 5{t_1}^2 - 20.t_1 + 20 \rightarrow H = 140 + 5{t_1}^2 - 20.t_1 \leftrightarrow Equação\ 4$$

Igualando a Equação 1 com a Equação 4, temos:

$$5{t_1}^2 = 140 + 5{t_1}^2 - 20.t_1 \rightarrow 5{t_1}^2 - 5{t_1}^2 + 20.t_1 = 140$$

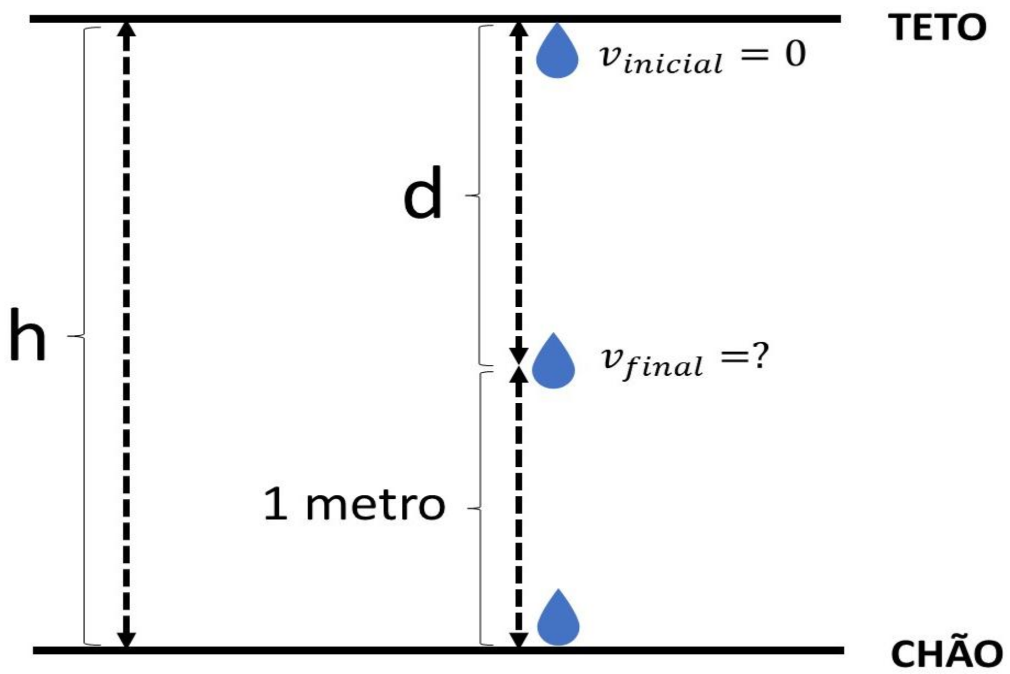
$$20.t_1 = 140 \rightarrow t_1 = \frac{140}{20} \rightarrow t_1 = 7s$$

Substituindo o t_1 na Equação 1, para encontrar H, temos:

$$H = 5{t_1}^2 \rightarrow H = 5.7^2 \rightarrow H = 5.49$$

$$\mathbf{H = 245m}$$

25. Para a melhor compreensão e análise da situação, devemos fazer um desenho do problema.



Para descobrirmos a altura do quarto (h), devemos primeiramente descobrir a distância (d) entre a próxima gota que irá cair e a gota que está a um metro do chão. Depois, devemos somar a distância (d) encontrada com 1 metro, para encontrar a altura do quarto(h).

Podemos utilizar a equação de Torricelli para encontrar a distância "d".

$$v_f^2 = v_i^2 + 2.a.\Delta s$$

No entanto, não sabemos o valor de v_{final}. Para encontrarmos v_{final}, devemos utilizar a função horária do espaço para o MRUV, analisando somente o trecho "1 metro", isto é, a distância entre a gota que está a um metro do chão e a gota que já está no chão.

$$s_f = s_i + v_i.t + \frac{a.t^2}{2}$$

Para o caso de uma queda livre, a aceleração de queda é a aceleração da gravidade, temos:

$$s_f = s_i + v_i.t + \frac{g.t^2}{2}$$

Faremos algumas observações antes de prosseguirmos. Admitimos que para o trecho "1 metro", a gota que está a um metro do chão parte da origem, assim, $s_{inicial} = 0$. O comando da questão nos diz que as gotas caem num intervalo de tempo de 0,2 segundos em 0,2 segundos, logo podemos concluir que a diferença de tempo que as gotas levam para atingir o chão é de 0,2 segundos, assim, $t = 0{,}2$. Observamos também, agora com muita atenção, que para o trecho “d”, a gota que está a um metro do chão tem uma velocidade FINAL em relação ao trecho. Porém, para o trecho “1 metro”, a gota que está a um metro do chão tem uma velocidade INICIAL com relação a este trecho. Assim, podemos chamar somente de v, lembrando que, v_f é igual a v_{final} que precisamos para substituir na equação de Torricelli.

Continuando a resolução, temos:

$$1 = 0 + v_f . 0{,}2 + \frac{10.(0{,}2)^2}{2}$$

$$1 = v_f . 0{,}2 + 5.(0{,}2)^2$$

$$1 = v_f . 0{,}2 + 5.(0{,}04)$$

$$1 = v_f . 0{,}2 + 0{,}2$$

$$1 - 0{,}2 = v_f . 0{,}2$$

$$v_f = \frac{0{,}8}{0{,}2} = 4\ m/s$$

Agora, temos $v_f = v_{final} = 4\ m/s$. Podemos substituir na equação de Torricelli. Lembrando que a aceleração das gotas é igual a g, isto é, $10\ m/s^2$.

Substituindo os dados, temos:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2.a.\Delta s$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2.g.d$$

$$4^2 = 0 + 2.10.d$$

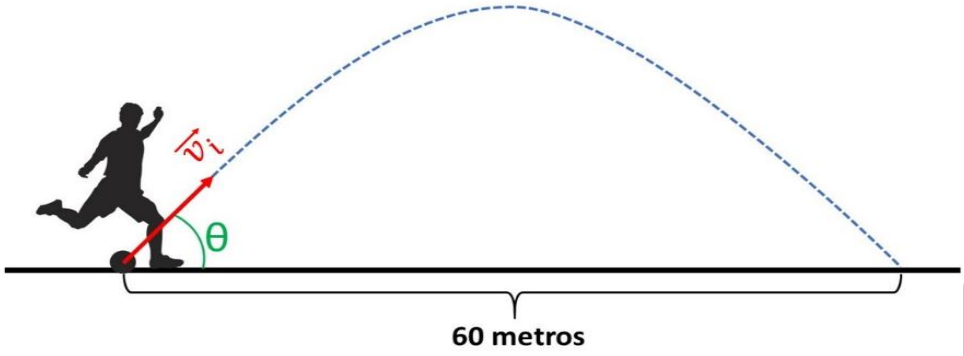
$$16 = 20.d$$

$$\mathbf{d = \frac{16}{20} = 0{,}8\ m}$$

Agora, somamos 0,8 com 1 metro, para encontrar a altura do quarto.

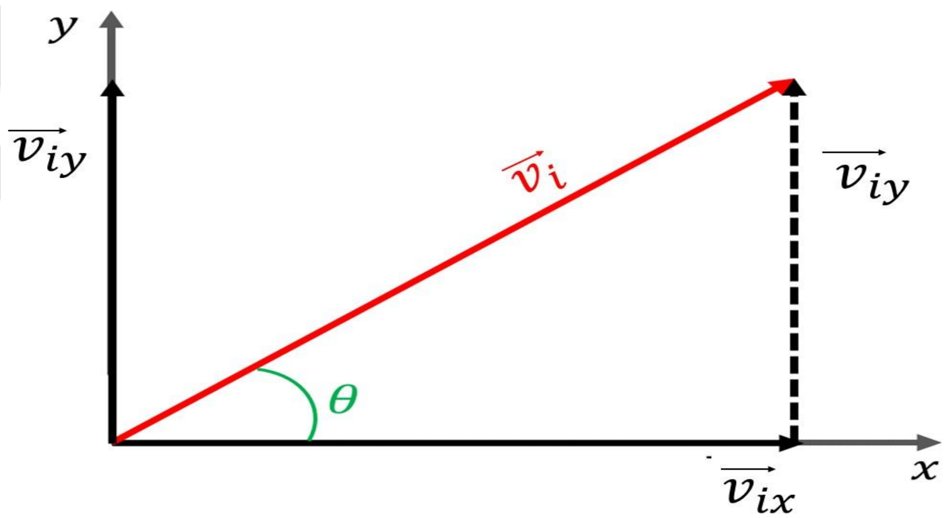
SOLUÇÕES MOVIMENTO PARABÓLICO

26. Primeiro, devemos fazer o desenho da situação para analisar melhor o



problema.

Nesse problema, devemos trabalhar com a decomposição de vetores. Devemos decompor a velocidade inicial (v_i) em suas componentes nas direções de coordenada x e y.



Repare que na imagem da decomposição da velocidade inicial, podemos transladar o vetor $\overrightarrow{v_{iy}}$ até a ponta do vetor $\overrightarrow{v_{ix}}$ formando um triangulo retângulo. Utilizaremos esse triângulo retângulo em nossos cálculos futuramente, pois devemos agora encontrar os valores v_{ix} e v_{iy}.

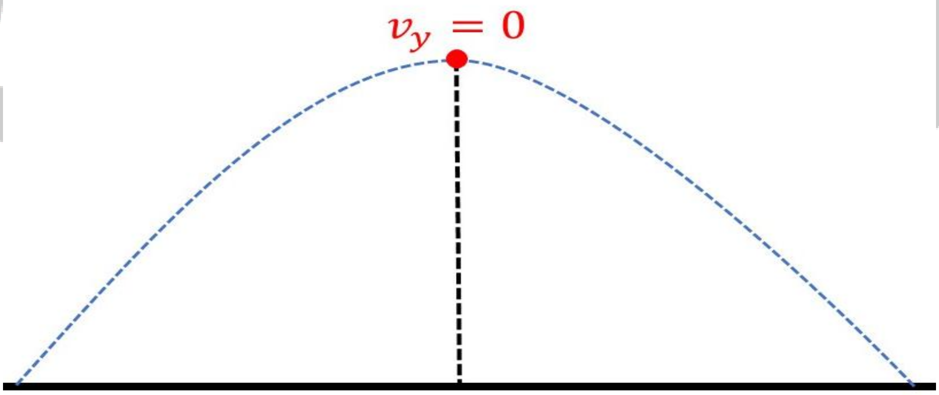
Nesse caso de lançamento oblíquo, temos o movimento para cima e um movimento para direita. O movimento na direção de coordenada y é uniformemente variado, pois nessa direção atua a aceleração da gravidade, que é constante, O movimento na direção de coordenada x é o movimento retilíneo uniforme, pois a componente da velocidade inicial em x se mantém constante para o caso do movimento oblíquo.

Analisando somente o deslocamento da bola em x, temos que o deslocamento foi de 60 metros, e de acordo com o comando da questão esse deslocamento levou 3 segundos para ocorrer. Assim, temos:

$$v_{ix} = \frac{\Delta s_x}{t} = \frac{60}{3} = 20\ m/s$$

Agora, analisamos o deslocamento da bola em y, para o caso do lançamento oblíquo, o tempo de subida dá bola é o mesmo tempo de descida, isto é, o tempo que a bola leva para chegar ao ponto máximo da curva (onde $v_y = 0$) é a metade do tempo total, o qual ela leva para realizar todo seu percurso.

Para calcular a v_{iy}, podemos utiliza a função horária da velocidade para o MRUV. v_f será a velocidade no ponto máximo da curva, pois podemos fazer a análise exatamente no meio da curva, e assim tratar como um movimento vertical. A figura abaixo servirá para facilitar a compreensão.



$$v_f = v_i + a.t$$

No entanto, estamos tratando do MRUV na coordenada de direção y, e admitindo o sentido “para cima” como positivo, logo, devemos fazer alterações na equação.

Lembrando que a aceleração da gravidade deve ser considerada 10m/s² e está na direção contrária ao sentido escolhido como referência.

$$v_y = v_{iy} - g.t$$

$$0 = v_{iy} - g.t$$

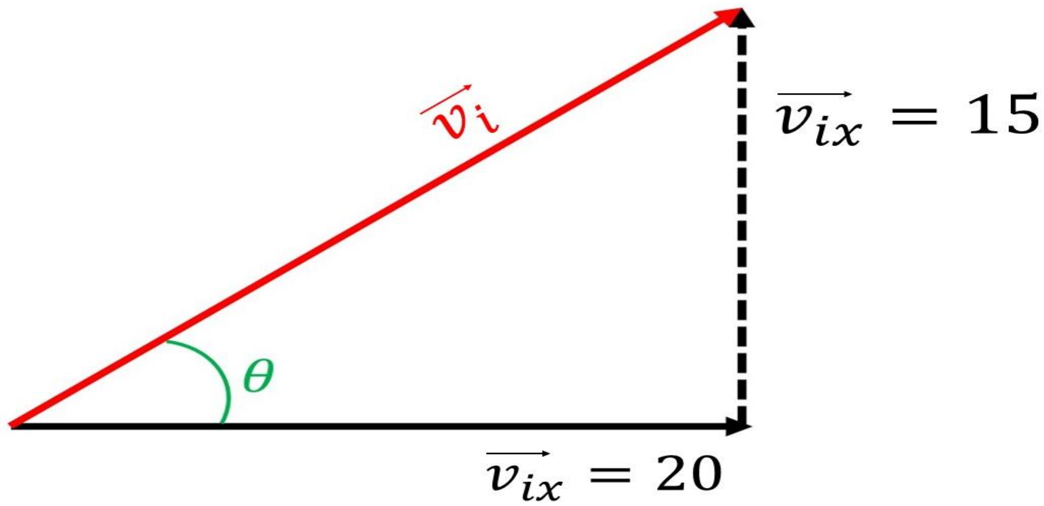
$$v_{iy} = g.t$$

Substituindo os dados, temos:

$$v_{iy} = 10.1{,}5$$

$$v_{iy} = 15\ m/s$$

Utilizando o triângulo retângulo já mencionado e substituindo os dados no



mesmo, temos:

Para calcular o valor de v_0 utilizamos então o teorema de Pitágoras.

$$v_i{}^2 = v_{ix}{}^2 + v_{iy}{}^2$$

$$v_i{}^2 = 20^2 + 15^2$$

$$v_i{}^2 = 400 + 225$$

$$\boldsymbol{v_i = \sqrt{625} = 25\ m/s}$$

Assim, encontramos a velocidade inicial, com a qual a bola foi lançada.

Para encontrar o ângulo, devemos utilizar as relações trigonométricas do triângulo retângulo.

Relembramos essas relações:

$$\sin\theta = \frac{CATETO\ OPOSTO\ AO\ \hat{A}NGULO}{HIPOTENUSA}$$

ou

$$HIPOTENUSA.(\sin\theta) = CATETO\ OPOSTO\ AO\ \hat{A}NGULO$$

$$\cos\theta = \frac{CATETO\ ADJACENTE\ AO\ \hat{A}NGULO}{HIPOTENUSA}$$

ou

$$HIPOTENUSA.(\cos\theta) = CATETO\ ADJACENTE\ AO\ \hat{A}NGULO$$

$$\tan\theta = \frac{CATETO\ OPOSTO\ AO\ \hat{A}NGULO}{CATETO\ ADJACENTE\ AO\ \hat{A}NGULO}$$

ou

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

Analisando o triângulo retângulo que já desenhamos antes, notamos que o cateto oposto ao ângulo é v_{iy} e o cateto adjacente ao ângulo é v_{ix}. Utilizando as relações trigonométricas já apresentadas, temos:

$$v_i.(\sin\theta) = v_{iy}$$

$$v_i.(\cos\theta) = v_{ix}$$

Para encontrarmos θ, podemos dividir uma expressão pela outra.

$$\frac{v_i.(\sin\theta)}{v_i.(\cos\theta)} = \frac{v_{iy}}{v_{ix}}$$

$$\frac{(\sin\theta)}{(\cos\theta)} = \frac{v_{iy}}{v_{ix}}$$

$$\tan\theta = \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$$

Agora podemos aplicar um recurso matemático chamada “função inversa”, matematicamente podemos expressar:

$$\boldsymbol{\theta = \arctan\frac{3}{4}}$$

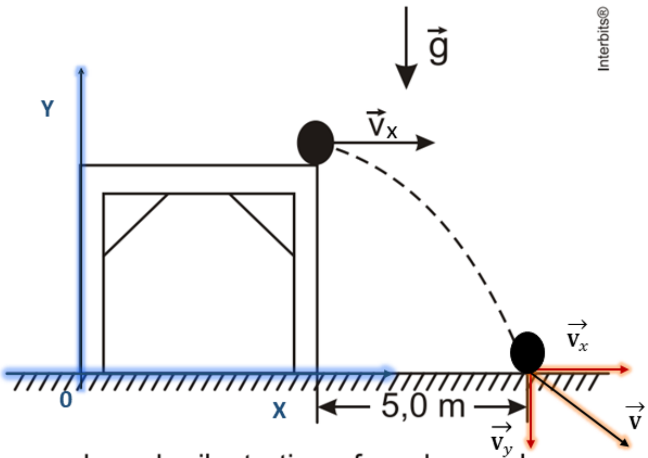
Essa expressão equivale ao seguinte enunciado “teta é o arco cujo a tangente é igual a três sobre quatro”. Dessa maneira, estamos indicando o ângulo, como foi pedido no comando da questão. Utilizamos “função inversa” por que θ não está na tabela dos ângulos notáveis, logo, não podemos indicar seu valor com precisão sem o uso de uma calculadora científica.

27. Ao analisarmos o movimento na horizontal, vemos que está em MRU, assim:

$$x_f = x_i + v_x * t$$

Onde $x_f = 5\,m$; $x_i = 0$; $v_x = 5 * \cos 0 = 5\,m/s$; logo isolando t, temos:

$$t = \frac{x_f - x_i}{v_x} = \frac{5}{5} = 1\,s$$



desenho ilustrativo - fora de escala

Agora, analisando o movimento na vertical, verificamos que está MRUV, logo a componente vertical da velocidade é dada por:

$$v_y = v_{iy} + g * t$$

Sendo $v_{iy} = 0; g = 10 m/s^2; t = 1s$ pois o tempo de queda da esfera é o mesmo tempo que ela percorre os 5 m na horizontal. Assim, encontraremos v_y:

$$v_y = 0 + 10 * 1$$

$$v_y = 10\,m/s$$

O módulo da velocidade com que a esfera atinge o solo é dado pela soma de suas componentes horizontal e vertical, logo:

$$v^2 = v_x^2 + {v_y}^2$$

Onde $v_x = 5m/s; v_y = 10\,m/s$; substituindo encontraremos v

$$v^2 = 5^2 + 10^2 \Rightarrow v^2 = 25 + 100$$

$$v = \sqrt{125}\,m/s$$

Simplificando,

$$\mathbf{v = 5\sqrt{5}\ m/s}$$

28. Para encontrar a distância D precisaremos analisar o movimento horizontalmente, para ficar mais fácil de diferenciar o movimento mru e o mruv chamaremos a direção horizontal de X. No caso de movimento parabólico na direção horizontal temos um MRU. Logo:

$$S_f = S_i + v_x . t$$

Onde $S_i = 0$, $v_x = v_i . \cos\alpha$ e $S_f = D$. Logo a expressão acima fica:

$$D = v_i . \cos\alpha \, . \, t \ \leftrightarrow Equação\ 1$$

Para encontrar a distância D primeiro precisamos encontrar o momento em que a granada chega aos 300 metros de altura, para isso analisaremos verticalmente, chamaremos a direção vertical de Y. No caso do movimento parabólico na direção vertical temos um MRUV. Logo:

$$Y_f = Y_i + V_{iy} . t + \frac{at^2}{2}$$

Onde $Y_f = H$, $Y_i = 0$ e $V_{iy} = v_i . \sin\alpha$. Logo:

$$H = v_i . \sin\alpha \, . \, t - \frac{gt^2}{2}$$

Dos dados, temos:

$$300 = 100.0{,}8 . t - \frac{10t^2}{2} \rightarrow 300 = 80 . t - 5t^2$$

$$300 - 80t + 5t^2 = 0 \rightarrow 60 - 16t + t^2 = 0$$

Utilizando bhaskara para resolver a equação acima, temos:

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow t = \frac{-(-16) \pm \sqrt{(-16)^2 - 4.1.60}}{2.1}$$

$$t = \frac{16 \pm \sqrt{256 - 240}}{2} \rightarrow t = \frac{16 \pm \sqrt{16}}{2}$$

$$t = \frac{16 \pm 4}{2} \rightarrow t = \frac{2(8 \pm 2)}{2} \rightarrow t = 8 \pm 2$$

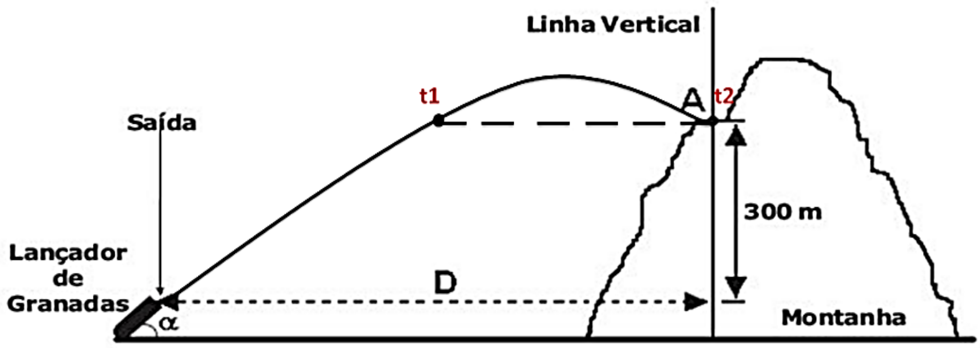
Temos duas opções para quando a granada atinge 300 metros, pois como a trajetória é uma parábola a granada atinge duas vezes a mesma altura, uma quando sobe e outra quando desce.

Ao escolhermos o sinal positivo, temos:

$$t_2 = 8 + 2 \rightarrow t_2 = 10s$$

Ao escolhermos o sinal negativo, temos:

$$t_1 = 8 - 2 \rightarrow t_1 = 6s$$



Como queremos o momento o momento depois de já ter passado pelo ponto máximo, utilizaremos $t_2 = 10s$.

Ao substituímos o valor de t_2 na primeira equação para encontrarmos o valor de D, temos:

$$D = v_i . \cos\alpha . t \rightarrow \ D = 100.0{,}6.10$$

$$\boldsymbol{D = 1000.0{,}6 \rightarrow D = 600m}$$

29. A velocidade inicial da pedra pode ser analisada em duas partes: a parte que se move horizontalmente (v_{i_x})e a parte que se move verticalmente (v_{i_y}).

Além disso, podemos usar a seguinte equação $\boldsymbol{x_f = x_i + v_x t}$ pois na componente horizontal da velocidade temos um caso de Movimento retilíneo Uniforme, ou seja, $\boldsymbol{v_x}$**= constante**. Portanto, para qualquer ponto da trajetória, a componente horizontal da velocidade sempre será a mesma. Isso significa que $\boldsymbol{v_{i_x} = v_x}$.

Também sabemos que:

$\boldsymbol{v_{i_x} = v_{i} \cos\theta_0}$ e $\boldsymbol{v_{i_y} = v_{i} \sin\theta_0}$

$v_x = v_{i} \cos\theta_0$ = 60 (0,8) = 48 m/s

Para calcular o tempo em que a pedra demorou para atingir o solo vamos utilizar a seguinte equação $\boldsymbol{y_f = y_i + v_{i_y} t - \frac{1}{2} g t^2}$

A posição inicial na vertical é $\boldsymbol{y_i =}$ **80m**, como na figura e a posição vertical final é $\boldsymbol{y_f = 0}$**.** Assim, temos:

0 = 80 + 30t -5t^2

Reajustando a equação e dividindo ambos os lados da igualdade por 5, temos:

$$t^2 - 6t - 16 = 0$$

Chegamos a uma equação do segundo grau onde as raízes são **-2** e **8**. Como não existe tempo negativo, devemos considerar apenas ***t* = 8*s***.

Aplicando os valores na equação dada anteriormente ($\boldsymbol{x_f = x_i + v_x t}$), temos:

$$x_f = 0 + (48)\,8$$

$$\mathbf{x_f = 384m}$$

30. Temos:

$V_0 = 72\ km/h = 20\ m/s$

$\theta = 30°$

$\sin 30° = 0{,}5$

$\cos 30° = 0{,}8$

$g = 10\ m/s^2$

Podemos determinar o alcance horizontal a partir da fórmula:

$$A = \frac{V_0^2 \cdot \sin(2\theta)}{g}$$

$$A = \frac{20^2 \cdot \sin(2 \cdot 30°)}{10}$$

$$A = \frac{400 \cdot \sin(60°)}{10}$$

Como não sabemos o valor do $\sin(60°)$, utilizaremos os conhecimentos de trigonometria como auxílio, através da seguinte relação:

$$\sin x = \cos(90 - x)$$

Sendo assim:

$$\sin 60° = \cos(90° - 60°)$$

$$\sin 60° = \cos 30° = 0{,}8$$

Agora, basta substituir:

$$A = \frac{400 \cdot \cos 30°}{10}$$

$$A = 40 \cdot 0{,}8$$

Sabe-se que 0,8 corresponde a $8/10$. Assim:

$$A = 40 \cdot \frac{8}{10}$$

$$A = 4 \cdot 8$$

$$\mathbf{A = 32\ m}$$

Portanto, o alcance horizontal que o carro terá atingido após o salto sobre a rampa será igual a 32 m.

SOLUÇÕES MCU

31. O óvni descreve um MCU no primeiro e segundo momento com as seguintes características:

$$\text{Antes: } r_1 = \frac{R}{6}\ e\ V_1 = \sqrt{\frac{V}{4}} \quad \text{e} \quad \text{Depois: } r_2 = \frac{R}{3}\ e\ V_2 = \sqrt{\frac{V}{3}}$$

A aceleração centrípeta e dada por:

$$a_c = \frac{V^2}{r}$$

Aceleração centrípeta antes:

$$a_{c1} = \frac{{V_1}^2}{r_1} = \frac{3V}{2R}$$

Aceleração centrípeta depois:

$$a_{c2} = \frac{{V_2}^2}{r_2} = \frac{V}{R}$$

Então, a razão das acelerações centrípetas antes e depois será:

$$\mathbf{\frac{a_{c1}}{a_{c2}} = \frac{3}{2}}$$

32. De acordo com o problema, a pedra está submetida a realizar um MCU, com velocidade linear de 6 m/s e aceleração centrípeta de 9 m/s^2.

Usando a seguinte expressão encontraremos o raio da trajetória:

$$a_c = \frac{{v_t}^2}{r} \rightarrow r = \frac{{v_t}^2}{a_c} \ldots . (1)$$

A velocidade angular pode ser dada como:

$$\omega = \frac{v_t}{r} \ldots . (2)$$

Aplicando (1) em (2), chegamos na seguinte expressão para a velocidade angular:

$$\omega = \frac{a_c}{v_t} \ldots . (3)$$

Agora, basta aplicar os dados do problema na expressão (3) que obtemos a resposta desejada.

$$\omega = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Portanto

$$\boldsymbol{\omega = \frac{3}{2}\ \mathrm{rad/s}}$$

33. O problema nos fornece o diâmetro das rodas, que é de 0,4 m (raio de 0,20 m) e a frequência com que giram as rodas da velobike, que é de 900 rpm.

Para obter o resultado correto para o problema será necessário converter a frequência de rpm para Hz, ou seja, dividir a frequência fornecida por 60, passando de minuto para segundos.

$$f = \frac{900}{60} = 15\ Hz$$

Observe também que, os pneus giram perfeitamente na pista, ou seja, não temos atrito dinâmico. Atrito dinâmico será abordado nas fases seguintes da apostila.

A velocidade angular é também definida da seguinte maneira:

$$\omega = 2\pi f$$

E a velocidade linear como:

$$v_t = \omega r$$

Com isso, a velocidade v_t fica:

$$v_t = 2\pi f r$$

Logo

$$v_t = 2\pi \times 15 \times 0{,}2 = 6\pi$$

$$\mathbf{v_t = 6\pi\ m/s}$$

34. De acordo com o problema, o raio da pista é de $20\ m$ e a aceleração centrípeta do conjunto homem/cachorro de $1{,}8\ m/s^2$.

Utilizando a seguinte expressão determinamos ω.

$$a_c = \omega^2 r \to \omega = \sqrt{\frac{a_c}{r}}$$

Utilizando as informações do problema quantificamos ω.

$$\omega = \sqrt{\frac{1{,}8}{20}} = \sqrt{0{,}09} = 0{,}3 = \frac{3}{10}$$

$$\boldsymbol{\omega = \frac{3}{10}\ \mathrm{rad/s}}$$

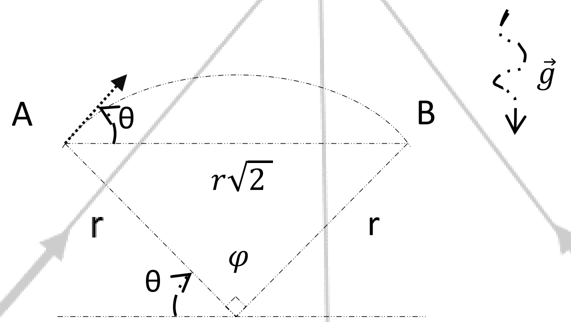
O período será determinado pela seguinte expressão:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Portanto

$$\mathbf{T = \frac{20\pi}{3}\,s}$$

35. De acordo com o comando da questão, o raio da trajetória é $5\sqrt{2}\,m$, $\theta = 45°$ e a gravidade $g = 10\,m/s^2$.



Para que o pássaro capture a esferinha em B, o tempo que ele leva para chegar em B, deve ser o mesmo tempo que a esferinha também leva para chegar em B.

Para determinarmos o tempo, será necessário recorrer a algumas equações do movimento parabólico para a esferinha, que são elas:

$$t = \frac{2V_i \sin\theta}{g} \;\ldots.(1)$$

$$A = \frac{2{V_i}^2 \sin\theta\cos\theta}{g} \;\ldots.(2)$$

(1) É a equação que nos fornece o tempo máximo de voo da esferinha até chegar em B.
(2) É a equação que nos fornece a distância de A até B.

Elevando (1) ao quadrado:

$$t^2 = \frac{4{V_i}^2\,(\sin\theta)^2\,(\cos\theta)^2}{g^2} \;\ldots.(3)$$

Isolando ${V_i}^2$ da equação (3), aplicando em (2), teremos uma equação que não dependerá da velocidade inicial da esferinha.

$$A = \frac{1}{2} g t^2 \cot\theta \;.... (4)$$

Observe também, que na figura $A = r\sqrt{2}$, isso porque temos um triangulo retângulo, cujo os catetos valem r.

Com isso, a equação (4) fica:

$$A = r\sqrt{2} = \frac{1}{2} g t^2 \cot\theta \;.... (5)$$

Isolando t da equação (5), obtemos

$$t = \sqrt{\frac{2r\sqrt{2}}{g\cot\theta}} = \sqrt{\frac{2r\sqrt{2}}{g}}\tan\theta = \sqrt{\frac{2r\sqrt{2}}{g}} \;.... (6)$$

Logo, basta lembrar que $\omega = \frac{\varphi}{t}$, onde φ é o ângulo de 90°, que é justamente o ângulo de varredura que o pássaro fará. Em radianos 90° equivale a $\frac{\pi}{2}$.

Com isso

$$\omega = \frac{\pi}{2t}$$

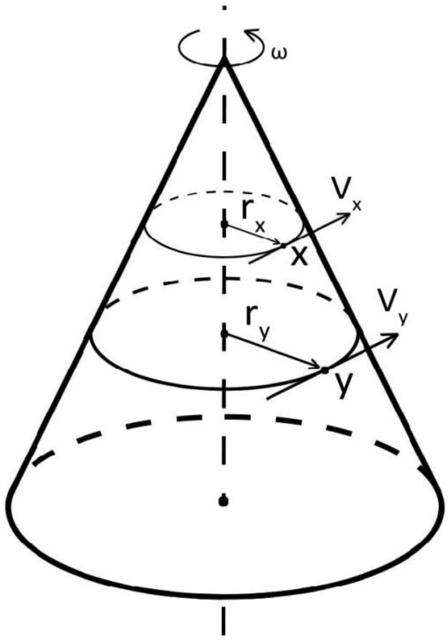
$$\omega = \frac{\pi}{2\sqrt{\frac{2r\sqrt{2}}{g}}} \;.... (7)$$

Portanto, para determinarmos a velocidade angular que o pássaro deverá manter, basta substituir os valores de r e g na expressão (7), o que nos fornecerá:

$$\omega = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}$$

$$\boldsymbol{\omega = \frac{\pi\sqrt{2}}{4}\ \mathrm{rad/s}}$$

36.



Da figura temos que por definição, os pontos x e y têm as mesmas velocidades angulares, então:

$$\omega_x = \omega_y = \omega$$

Com este resultado não podemos concluir nada, por tanto, abrimos mais outra definição da velocidade tangencial:

$$\boxed{V = r\omega}$$

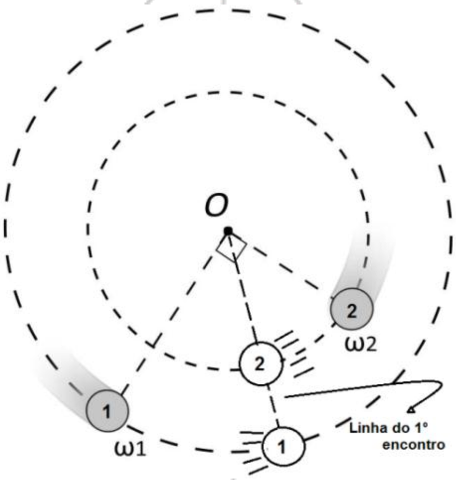
Tendo em conta que nos pontos x e y temos a mesma velocidade angular ω, então podemos escrever:

$V_x = r_x\omega \quad e \quad V_y = r_y\omega$; se sabemos que $r_y > r_x$; pode-se concluir que:

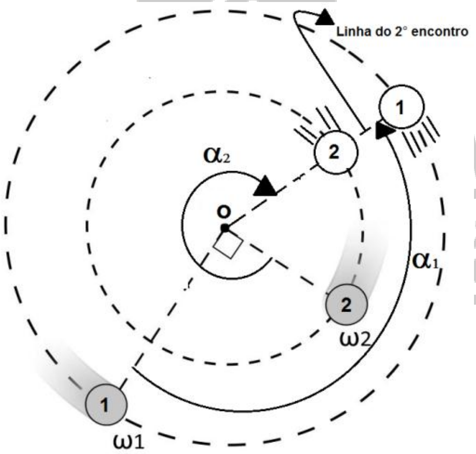
$$\boxed{V_y > V_x}$$

37. Sabemos que pelo fato de dos planetas estar girando em sentidos opostos, eles vão se encontrar em uma mesma linha radial, teoricamente, infinitas vezes. Os dois planetas vão estar em uma mesma linha radial quando o raio do planeta (2) encontra-se alinhada ao raio do planeta (1). Neste problema específico, nos interessa analisar o caso, quando se encontrem pela segunda vez.

Por exemplo, vamos mostrar o instante em que ocorre o 1° encontro, na mesma linha radial:



Agora vamos analisar o instante posterior, quando ocorre o segundo encontro, que é em si, nosso objetivo:



Em um movimento retilíneo temos deslocamento linear, em um movimento circular teremos deslocamento angular, então:

a) α_1 é o deslocamento angular para a partícula (1), realizado em um tempo t_1;

b) α_2 é o deslocamento angular para a partícula (2), realizado em um tempo t_2;

c) $\mathbf{t_1 = t_2 = t_e}$ (tempo do 2° encontro, tempo solicitado pela questão)

Se por definição temos: $\boxed{\theta = \omega t}$ $\omega = \theta / t \rightarrow$

Onde θ é deslocamento angular;

Por tanto: $\alpha_1 = \omega_1 \mathbf{t}_e$ **e** $\alpha_2 = \omega_2 \mathbf{t}_e$

Da figura, usando conhecimentos de geometria plana, assim como também usando **90° = π/2 e 360° = 2π** temos que:

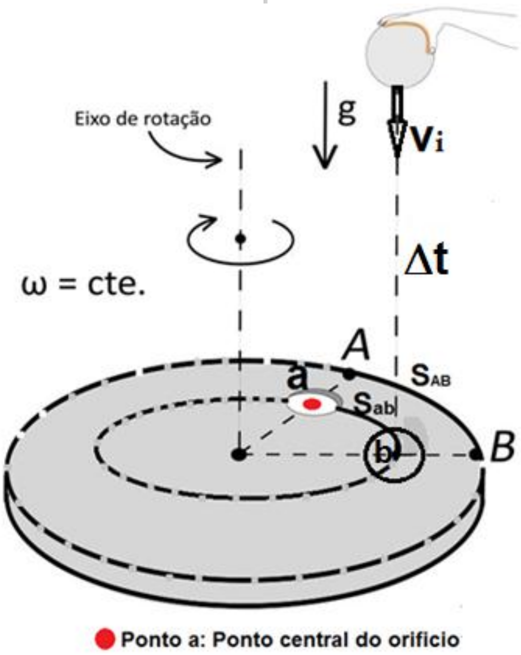
$$\alpha_1 + \left(\alpha_2 - \frac{\pi}{2}\right) = 2\pi \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 = 2\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow \alpha_1 + \alpha_2 = \frac{5\pi}{2}$$

$$\omega_1 \mathbf{t}_e + \omega_2 \mathbf{t}_e = \frac{5\pi}{2} \rightarrow \mathbf{t}_e(\omega_1 + \omega_2) = \frac{5\pi}{2} \rightarrow \mathbf{t}_e\left(\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{5\pi}{2}$$

Manipulando algebricamente temos que:

$$\mathbf{t}_e = \mathbf{10}s$$

38.



Nosso objetivo é calcular V_i, que é a velocidade máxima que se da para o menor intervalo de tempo possível (**Δt**) para chegar ao orifício do disco, que por sua vez, é o mesmo tempo que demora o orifício para percorrer o deslocamento angular S_{ab} ou o arco **ab.**

No tramo do lançamento vertical (60 m de altura percorrida, dado do problema) podemos colocar em evidencia $\mathbf{V_i}$, então aqui temos queda livre:

De $h = V_i \Delta t + \frac{1}{2} g \Delta t^2 \quad \rightarrow \quad 60 = \mathbf{\Delta t\ V_i} + 5\ (\mathbf{\Delta t})^2 \quad \rightarrow \quad V_i = \frac{60 - 5\Delta t^2}{\Delta t}$ Eq. (*)

Vamos calcular Δt

Da figura e pelo comentário anterior, concluímos que o tempo que demora o orifício para percorrer o deslocamento angular $\mathbf{S_{ab}}$ é igual o tempo que demora o ponto A para percorrer o deslocamento angular $\mathbf{S_{AB}}$. Então:

$$\Delta t_{ab} = \Delta t_{AB} = \Delta t$$

Como o disco rota com MCU, dado da questão, isto é, o disco rota uniformemente:

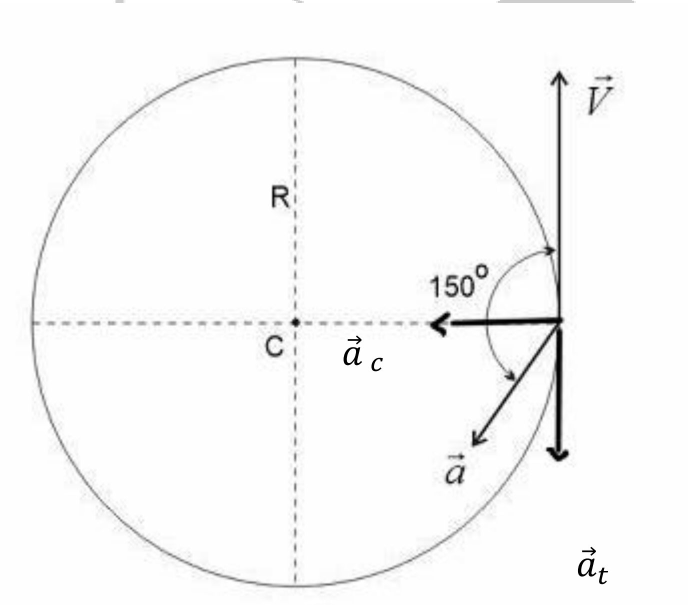
$\boxed{\mathbf{S} = \mathrm{V}\mathbf{\Delta t}}$

$\rightarrow\ \mathbf{S_{AB}} = \mathrm{V_A}\mathbf{\Delta t} \ \rightarrow 20 = 10\mathbf{\Delta t} \ \rightarrow\ \mathbf{\Delta t = 2s} \ \rightarrow$ isto em Eq. (*)

$$\mathbf{V_i} = \frac{\mathbf{60-20}}{\mathbf{2}} \quad \rightarrow \quad \mathbf{V_i = 20m/s}$$

SOLUÇÕES MCUV

39.



Temos que o módulo da aceleração centrípeta será dado por

$$a_c = |\vec{a}| \sin 150° = 8 \,.\, 0{,}5 = 4 \; m/s^2$$

Fazendo uso da fórmula:

$$a_c = \frac{{v_t}^2}{r}$$

Manipulando para isolar o raio:

$$r = \frac{{v_t}^2}{a_c}$$

Substituindo os valores:

$$r = \frac{12^2}{4} = \frac{144}{4}$$

$$\mathbf{r = 36\ m}$$

40.

Fazendo uso das fórmulas:

$$a_c = \omega^2 r$$

$$a_c = \frac{{v_t}^2}{r}$$

Isolando o raio na primeira, temos: $r = \frac{{v_t}^2}{a_c}$ e substituindo na primeira:

$$a_c = \omega^2 \frac{{v_t}^2}{a_c}$$

$$a_c{}^2 = \omega^2 {v_t}^2$$

Extraindo a raiz em ambos os lados da equação:

$$\sqrt{a_c{}^2} = \sqrt{\omega^2 {v_t}^2}$$

$$\mathbf{a_{c} = \omega v_t}$$

41.

Usando a fórmula:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

A velocidade angular é dada por:

$$\omega = 2\pi f$$

A velocidade angular no primeiro instante é:

$$\omega_i = 2\pi 2000 = 4000\pi \; hz$$

No segundo instante após 1,5 s:

$$\omega_f = 2\pi 500 = 1000\pi \; hz$$

A aceleração angular será:

$$\alpha = \frac{1000\pi - 4000\pi}{1{,}5}$$

$$\boldsymbol{\alpha = -2000\pi \, s^{-2}}$$

42.

Usando a fórmula:

$$\omega_f = \omega_i + \alpha . t$$

Isolando a aceleração angular:

$$\alpha = \frac{\omega_f - \omega_i}{t}$$

A aceleração é a Tangente do ângulo de inclinação da reta do gráfico:

Substituindo os valores:

$$\alpha = \frac{80\pi - 0}{40}$$

$$\alpha = 2\pi \; s^{-2}$$

Para n voltas em função do tempo, temos:

$$\theta = \omega_i . t + \frac{1}{2} \alpha . t^2$$

$$2n\pi = 0 . t + \frac{1}{2} \alpha . t^2$$

$$2n\pi = \frac{\alpha t^2}{2}$$

$$n = \frac{\alpha t^2}{4n\pi}$$

Logo, substituindo os valores:

$$n = \frac{2\pi 40^2}{4n\pi}$$

$$n = \frac{1600}{2}$$

$$\boldsymbol{n = 800\, voltas}$$

43.

A força centrípeta é responsável por provocar mudanças na direção do movimento de um corpo, diferentes intensidades de força centrípeta provocam diferentes mudanças na trajetória. Quando a trajetória percorrida tem forma circular a força centrípeta é constante.

44. Para encontrar a aceleração total, temos:

$$a_T = \sqrt{{a_c}^2 + {a_t}^2} \leftrightarrow Equação\ 1$$

Para encontrar a aceleração tangencial, temos:

$$a_t = \frac{v_{t_f} - v_{t_i}}{t}$$

$$a_t = \frac{4-3}{2} \rightarrow a_t = \frac{1}{2} m/s^2$$

Para a aceleração centrípeta quando t=2s, temos:

$$a_c = \frac{{v_t}^2}{r}$$

$$a_c = \frac{4^2}{r} \rightarrow a_c = \frac{16}{r} \leftrightarrow Equação\ 2$$

O corpo demora 8s para dar uma volta completa, ou seja, a distância percorrida é uma circunferência, sabe-se que o comprimento da circunferência é dado por 2πr. Logo, para encontrar r, faremos:

$$S = v_{t_i}t + \frac{1}{2}a_t t^2 \rightarrow 2\pi r = 3.8 + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.8^2$$

$$2\pi r = 24 + \frac{1}{4}.64 \rightarrow 2\pi r = 24 + 16$$

$$2\pi r = 40 \rightarrow r = \frac{40}{2\pi} \rightarrow r = \frac{20}{\pi}$$

Substituindo o valor de r encontrado na Equação 2 para encontrar a aceleração centrípeta, temos:

$$a_c = \frac{16}{r} \rightarrow a_c = \frac{16}{\frac{20}{\pi}}$$

$$a_c = 16.\frac{\pi}{20} \rightarrow a_c = \frac{4}{5}.\pi$$

Substituindo a aceleração centrípeta e a aceleração tangencial na equação 1, temos:

$$a_T = \sqrt{{a_c}^2 + {a_t}^2} \rightarrow a_T = \sqrt{\left|\frac{4}{5}.\pi\right|^2 + \left|\frac{1}{2}\right|^2}$$

$$a_T = \sqrt{\frac{16}{25}.\pi^2 + \frac{1}{4}} \rightarrow a_T = \sqrt{\frac{16}{25}.(3{,}14)^2 + \frac{1}{4}}$$

$$a_T = \sqrt{0{,}64.(3{,}14)^2 + 0{,}25} \rightarrow a_T = \sqrt{0{,}64.9{,}85 + 0{,}25}$$

$$a_T = \sqrt{0{,}64\,.\,9{,}85 + 0{,}25} \rightarrow a_T = \sqrt{6{,}3 + 0{,}25}$$

$$\boldsymbol{a_T = \sqrt{6{,}5} \rightarrow a_T = 2{,}5 m/s^2}$$

45. Para encontrar a aceleração tangencial utilizaremos:

$$S = v_{t_i}t + \frac{1}{2}a_t t^2$$

Como parte do repouso $v_{t_i} = 0$, assim a expressão anterior, ficará:

$$S = 0 + \frac{1}{2} a_t \mathrm{t}^2 \rightarrow S = \frac{1}{2} a_t \mathrm{t}^2$$

Como a partícula percorre um arco de 4m em 2s, a aceleração tangencial será encontrada pela expressão acima:

$$S = \frac{1}{2} a_t \mathrm{t}^2 \rightarrow 4 = \frac{1}{2} a_t 2^2$$

$$2m/s^2 = a_t$$

Agora analisaremos quando a aceleração tangencial for igual à aceleração centrípeta;

$$a_c = a_t$$

Lembrando que a aceleração centrípeta pode ser escrita como ${v_t}^2/r$, a aceleração tangencial é $2m/s^2 = a_t$ e que r=2m, assim a expressão acima ficará sendo:

$$a_c = a_t \rightarrow \frac{{v_t}^2}{r} = 2$$

$$\frac{{v_t}^2}{2} = 2 \rightarrow v_t = 2m/s$$

Agora podemos encontrar o instante em que a aceleração tangencial é igual aceleração centrípeta, pois:

$$v_{t_f} = v_{t_i} + a_t t \rightarrow 2 = 0 + 2t$$

$$2 = 2t \rightarrow 1 = t$$

Agora para encontrar o deslocamento angular, temos:

$$\theta = w_i t + \frac{1}{2} \mathrm{\alpha t}^2 \leftrightarrow \text{Equação 1}$$

Lembrando que pode-se encontrar α pela aceleração tangencial, pois

$$a_t = \alpha r \rightarrow \frac{a_t}{r} = \alpha$$

$$\frac{2}{2} = \alpha \rightarrow 1m/s^2 = \alpha$$

Substituindo os valores encontrados na Equação 1, temos

$$\theta = w_i t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \rightarrow \theta = 0 + \frac{1}{2}.1.1^2$$

$$\boldsymbol{\theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 0,5\, rad}$$

46. Se o motor gira a 3600 rotações por minuto (rpm), para convertê-lo para segundos, faremos:

$$f = \frac{3600}{60} = 60\, rps$$

Para aceleração constante, temos:

$$w_f = w_i + \alpha t$$

Como motor está desacelerando até parar, a aceleração tem sinal contrário à velocidade e a velocidade final é zero. Logo a equação fica:

$$w_f = w_i + \alpha t \rightarrow 0 = w_i - \alpha t$$

Isolando t, temos:

$$0 = w_i - \alpha t \rightarrow \frac{w_i}{\alpha} = t \leftrightarrow Equação\ 1$$

Para encontrar w_i utilizaremos a frequência, que é dada por:

$$f = \frac{w_i}{2\pi} \rightarrow 2\pi f = w_i$$

Substituindo $2\pi f = w_i$ na Equação 1, temos:

$$\frac{2\pi f}{\alpha} = t$$

Dos dados da questão, temos:

$$\frac{2\pi f}{\alpha} = t \rightarrow \frac{2\pi 60}{20\pi} = t$$

Resolvendo a expressão acima temos que o tempo necessário para o motor parar completamente, é:

$$\mathbf{t = 6s}$$

47. Para saber quantas voltar o móvel dá em 10 segundo é preciso saber quanto ele se deslocou ao longo desses 10 segundos. Para isso usaremos:

$$w_f{}^2 = w_i{}^2 + 2\alpha\Delta\theta \leftrightarrow Equação\ 1$$

Primeiro é preciso encontrar a velocidade angular quando t=10s. Logo, temos:

$$w_f = w_i + \alpha t$$

$$w_f = 0 + 10.10 \rightarrow w_f = 100rad/s$$

Substituindo na Equação 1, temos:

$$w_f{}^2 = w_i{}^2 + 2\alpha\Delta\theta$$

$$100^2 = 0^2 + 2.10.\Delta\theta$$

Resolvendo a expressão acima temos que:

$$500rad = \Delta\theta$$

Se 1 volta equivale a 2π, Logo para sabermos o número de volta fazemos $\Delta\theta/2\pi$:

$$N = \frac{500}{2\pi}$$

$$\boldsymbol{N = \frac{250}{\pi}}$$

48. A aceleração angular pode ser encontrada utilizando a aceleração tangencial:

$$a_t = \alpha r \rightarrow \frac{a_t}{\mathrm{r}} = \alpha \leftrightarrow \text{Equação 1}$$

Para encontrar a aceleração tangencial podemos utilizar a seguinte relação:

$$v_{t_f}{}^2 = v_{t_i}{}^2 + 2a_t S$$

Dos dados da questão, temos:

$$v_{t_f}{}^2 = v_{t_i}{}^2 + 2a_t S \rightarrow 7^2 = 3^2 + 2a_t 5$$

$$49 = 9 + 10a_t \rightarrow 40 = 10a_t$$

$$\frac{40}{10} = a_t \rightarrow 4m/s^2 = a_t$$

Substituindo o valor encontrado da aceleração tangencial na Equação 1, temos que a aceleração angular é

$$\frac{a_t}{\mathrm{r}} = \alpha \rightarrow \frac{4}{0{,}4} = \alpha$$

$$\mathbf{10}\boldsymbol{rad/s^2} = \boldsymbol{\alpha}$$