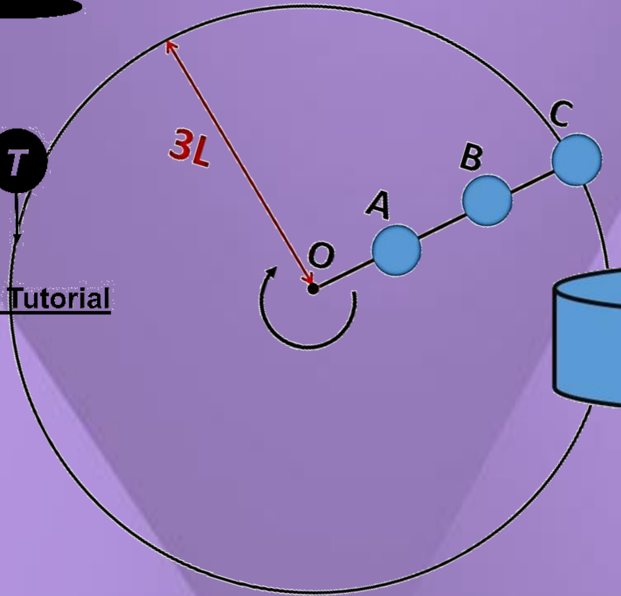
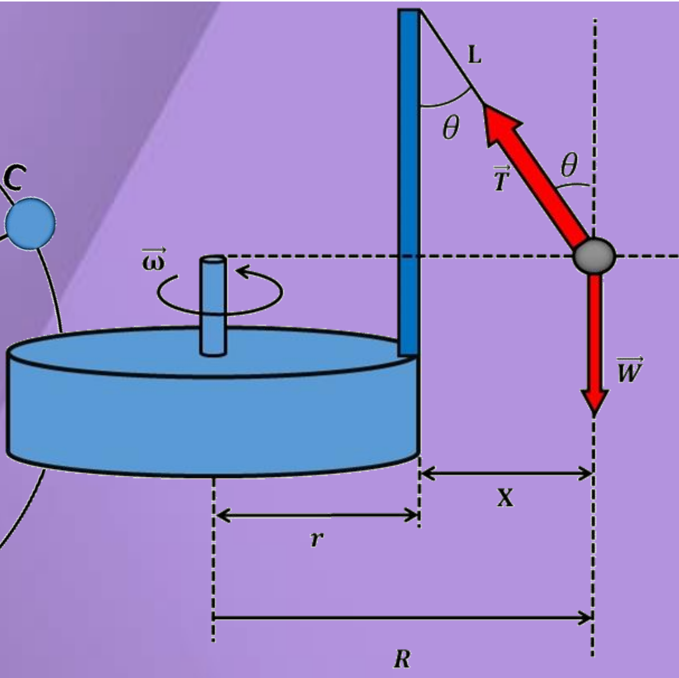
Física-UNIFAP
Programa de Educação Tutorial

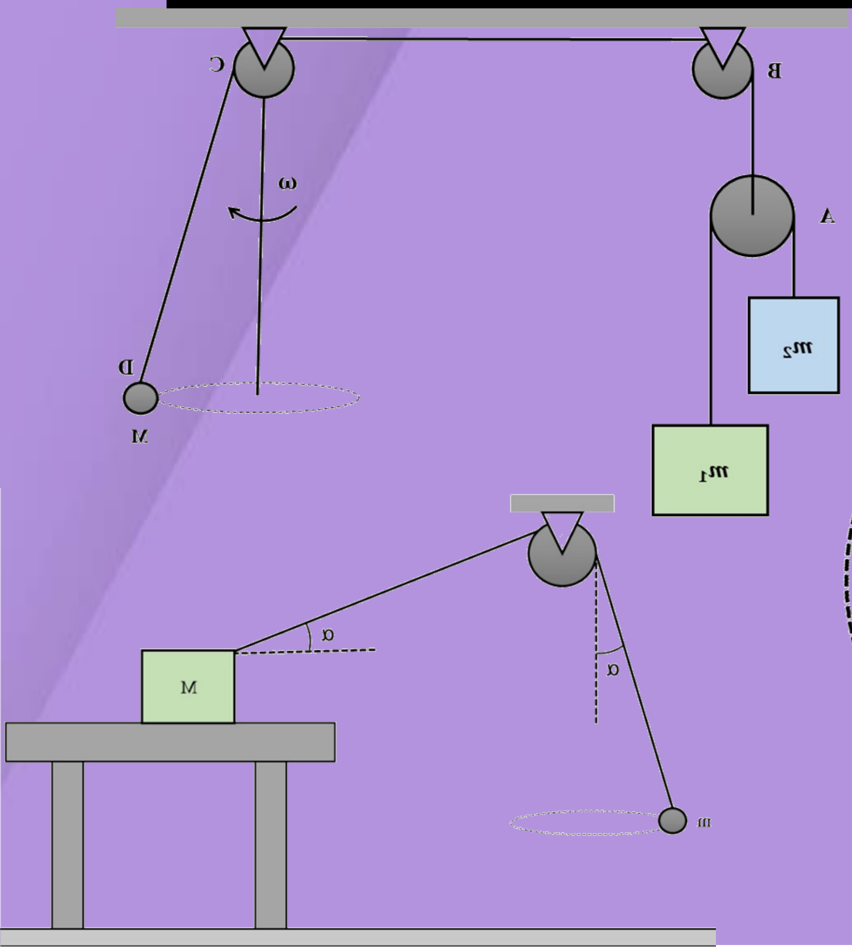


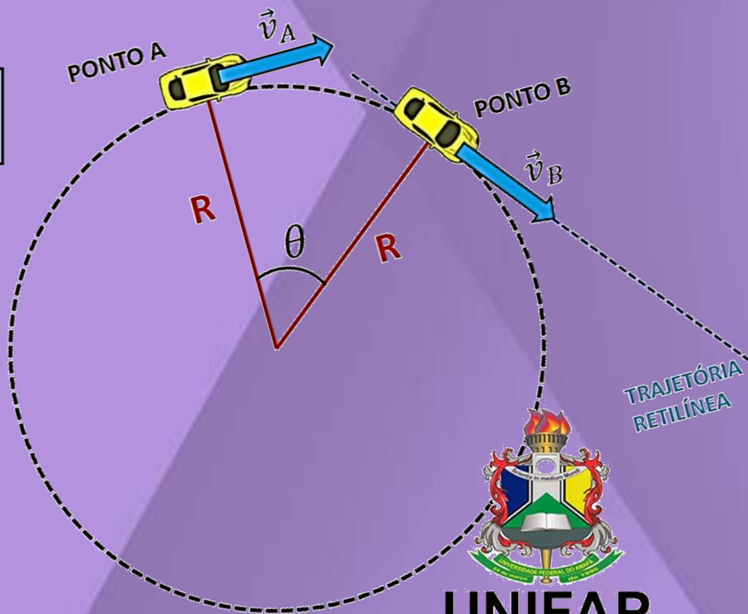


APOSTILA

MECÂNICA

QUARTA PARTE: DINÂMICA CIRCULAR





UNIFAP
UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ

PREFÁCIO

Esta apostila, elaborada para contribuir com a Educação Básica neste cenário de pandemia, tem como objetivo dar suporte prático aos estudantes do Ensino médio e Pré-Enem. Podendo servir também para os professores, como um manual de exercícios para ser usado como apoio teórico-prático nas aulas.

Neste trabalho, apresentamos definições básicas e trazemos de uma forma didática, sem esquecer o caráter formativo que todo texto deve oferecer ao leitor, uma quantidade expressiva de resoluções de exercícios por cada temática.

O estudo da Física integra uma parte importante da preparação dos estudantes do Ensino Médio. Ela é uma Ciência de grande importância que se encontra presente em diversos âmbitos de nossa sociedade, com múltiplas aplicações em outras áreas cientificas.

Esperamos que este material seja uma fonte de ajuda, para fortalecer os conteúdos teóricos abordados nas aulas de Física.

Autores
Bolsistas do Pet- Física / Unifap:
Victor Silva da Silva; Everton Leal Pinheiro; Odemar Julião do Nascimento Neto; Lucas Gabriel Natividade de Lima; Karla Miranda Barata; Andrey Pinheiro de Freitas; João Maciel dos Santos e Mayara Pamplona Albuquerque.

Tutor do Pet- Física / Unifap:
Dr. Robert R. M. Zamora

Gabriel Almeida Teixeira **(Colaborador)**

"A nova forma de ***Ensinar Ciência*** consiste também em Ensinar aos Professores como ***Ensinar Ciência***".
Leon Lederman (Prêmio Nobel de Física, 1988)

SUMÁRIO

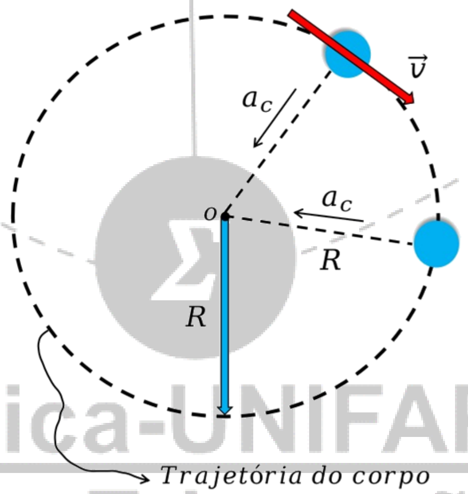
ÍNDICES DINÂMICA CIRCULAR

SIMBOLOGIA	DESCRIÇÃO
F_C	FORÇA CENTRÍPETA
F_T	FORÇA TANGENCIAL
a_C	ACELERAÇÃO CENTRÍPETA
a_T	ACELERAÇÃO TANGENCIAL
a_R	ACELERAÇÃO RESULTANTE
T	FORÇA DE TENSÃO
W	FORÇA PESO DE UM CORPO
α	ACELERAÇÃO ÂNGULAR
ω	VELOCIDADE ÂNGULAR
N	FORÇA NORMAL DE CONTATO
m	MASSA DE UM CORPO
a	ACELERAÇÃO
F_A	FORÇA DE ATRITO
F_{AE}	FORÇA DE ATRITO ESTÁTICO

$F_{AE}^{MÁX}$	FORÇA DE ATRITO ESTÁTICO MÁXIMO
μ_{AE}	COEFICIENTE DE ATRITO ESTÁTICO
F_{AC}	FORÇA DE ATRITO CINÉTICO
μ_{AC}	COEFICIENTE DE ATRITO CINÉTICO
v	VELOCIDADE LINEAR OU ESCALAR

TEORIA DE DINÂMICA CIRCULAR

1) **Conceito:** Estuda as causas que dão origem ao Movimento Circular de um corpo.
   Para um Movimento Circular Uniforme (MCU), temos:



a_c: *Aceleração centrípeta*

2) **Aceleração centrípeta:** Segundo a segunda lei de Newton ela é originada por uma força resultante, chamada Força centrípeta.
3) **Força centrípeta (F_c):**
   -É a força resultante de todas as <u>forças radiais</u> que atuam sobre o corpo que está em movimento circular.
   -Com relação as forças radiais, temos:

$$F_c: Somatória\ de\ forças\ dirigidas\ para\ o\ centro$$
$$- Somatória\ de\ forças\ para\ fora\ do\ centro$$

Ou

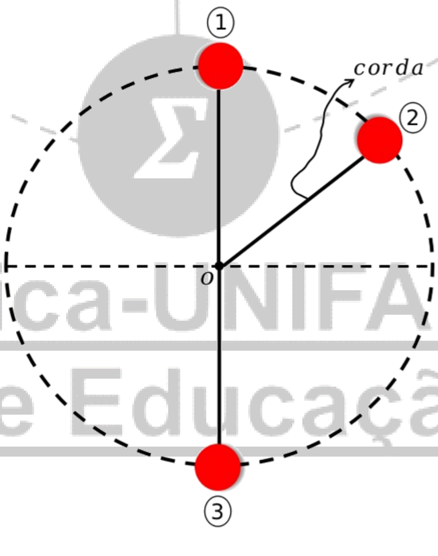
$$F_c = \sum Força\ para\ o\ centro$$
$$-\sum Forças\ para\ fora\ do\ centro\ \cdots (I)$$

-Em um DCL, não pode ser desenhado a força centrípeta, porque ela é uma força resultante.

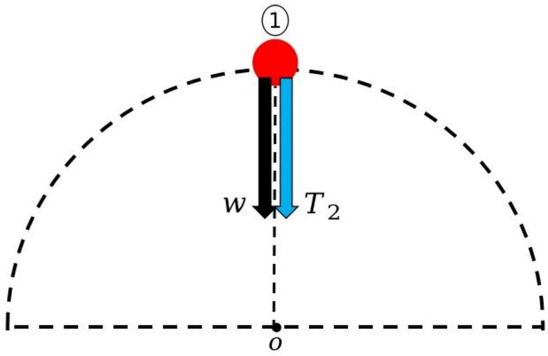
-Pela segunda lei de Newton, temos: $F_c = ma_c$, onde $a_c = \frac{V^2}{R}$

$$\text{Se } V = \omega R$$
$$\Rightarrow a_c = \frac{\omega^2 R}{R} = \omega^2 R$$
$$\Rightarrow F_c = m\frac{V^2}{R} = m\omega^2 R$$

4) **Aplicação:** Seja uma pedra presa a uma corda, a qual gira no sentido horário, descrevendo uma trajetória circular (no plano do papel):



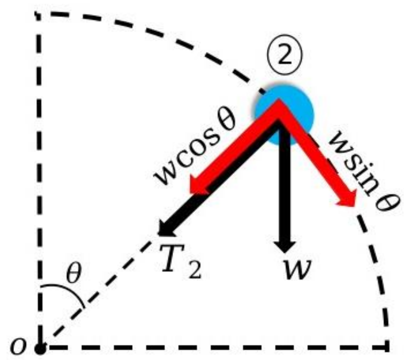
D.C.L da pedra na posição 1:



Onde
W: $Peso\ da\ pedra$
T: $Tensão\ da\ corda$
$\Longrightarrow$ de (I)
Como só temos forças radiais para o centro “o”, portanto a somatória das forças para fora do centro é zero

$$\Longrightarrow F_c = W + T_1$$

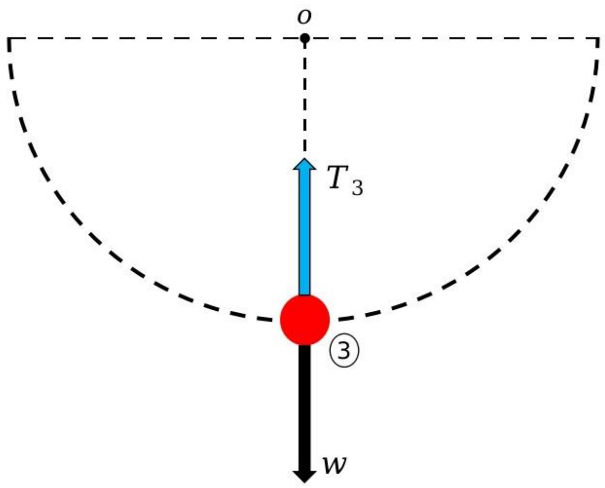
D.C.L. da pedra na posição 2:



Aqui só temos, também, forças radiais para o centro. De (I):

$$\Longrightarrow F_c = T_2 + wcos\theta$$

D.C.L. da pedra na posição 3:



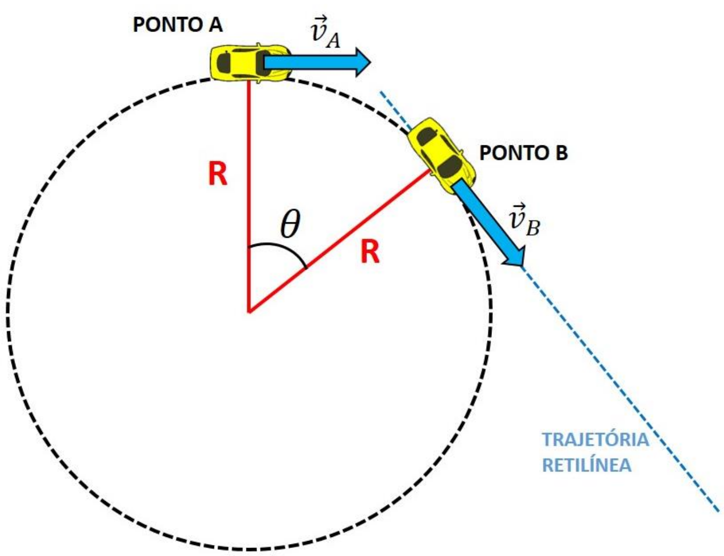
$$\Longrightarrow F_c = \sum Forças\ para\ o\ centro\ \text{"o"} = T_3$$

$$\Longrightarrow F_c = \sum Forças\ para\ fora\ do\ centro\ \text{"o"} = W$$

$$\Longrightarrow F_c = T_3 - W$$

QUESTÕES DE FORÇA CENTRÍPETA E SEGUNDA LEI DE NEWTON PARA MOVIMENTO CIRCULAR

1. Um carro, inicialmente em repouso, arranca com aceleração constante por uma superfície horizontal, descrevendo uma trajetória de arco de circunferência com ângulo θ e raio R. O coeficiente de atrito entre as rodas do carro e a superfície é μ. No momento em que o deslocamento angular é θ, o carro abandona a trajetória circular para seguir uma trajetória retilínea. Qual a velocidade com que o carro inicia a nova trajetória?



a) $v_B = \sqrt{\dfrac{\mu.g.R}{\left[1+\left(\frac{1}{2.\theta}\right)^2\right]^{1/2}}}$

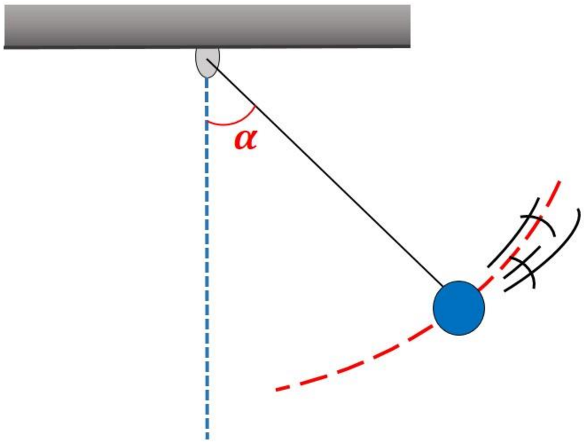
b) $v_B = \sqrt{\dfrac{R}{\left[1+\left(\frac{1}{4\theta}\right)^2\right]^{1/3}}}$

c) $v_B = \sqrt{\dfrac{\mu.R}{\left[1+\left(\frac{1}{4.\theta}\right)^2\right]^{1/3}}}$

d) $v_B = \sqrt{\dfrac{3\pi}{\left[1+\left(\frac{1}{4.\theta}\right)^2\right]^{1/3}}}$

e) $v_B = \sqrt{\dfrac{\pi R}{\left[1+\left(\frac{1}{4.\theta}\right)^2\right]^{1/2}}}$

2. No laboratório de física da UNIFAP, acadêmicos fazem um experimento com um pendulo simples, onde é solicitado pelo professor que seja calculado o modulo da aceleração centrípeta da esfera pequena, no instante mostrado na figura abaixo.



Qual o valor que os acadêmicos encontraram?

a) $a_c = Tg\alpha.sen\alpha$

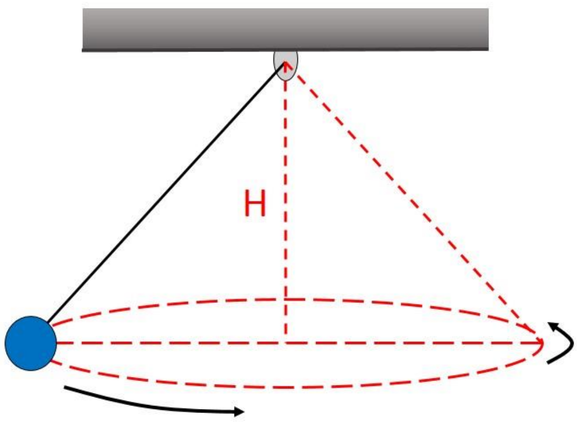
b) $a_c = g.Tg\alpha.sen\alpha$

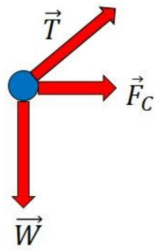
c) $a_c = g.Tg\alpha$

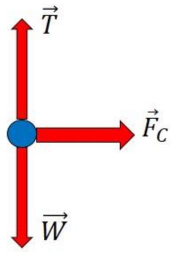
d) $a_c = g.Tg\alpha.cos\alpha$

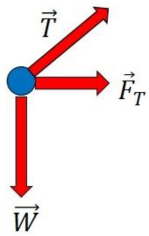
e) $a_c = g.cos\alpha.sen\alpha$

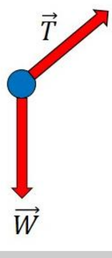
3. Observando a figura abaixo, qual o Diagrama de Corpo Livre correto para o corpo que está realizando um movimento circular?



a) 

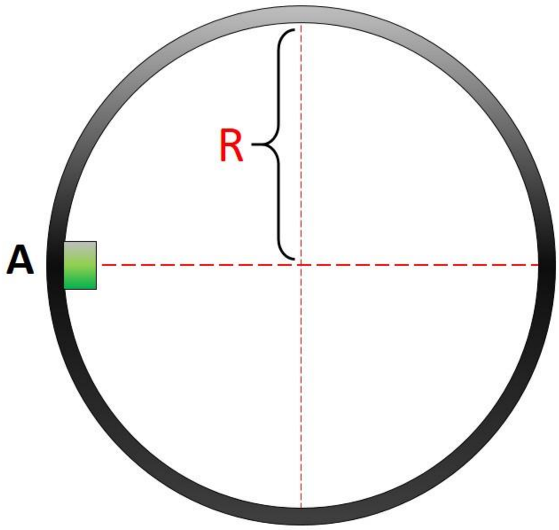
b) 

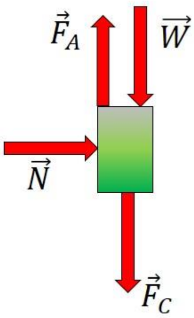
c) 

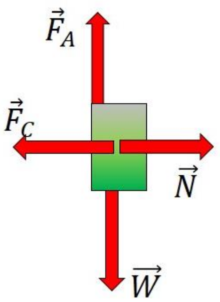
d) 

e) Nenhuma das respostas anteriores.

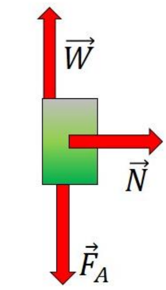
4. Observe o seguinte fenômeno, um pequeno bloco de massa m descendo pela lateral de um anel vertical de raio R fixo no chão. No instante que o bloco passa pelo ponto A, com relação a um observador fixo no chão, qual é o Diagrama de Corpo Livre correto para o bloco?



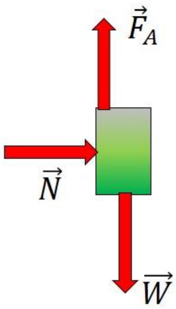
a) 

b) 

c)

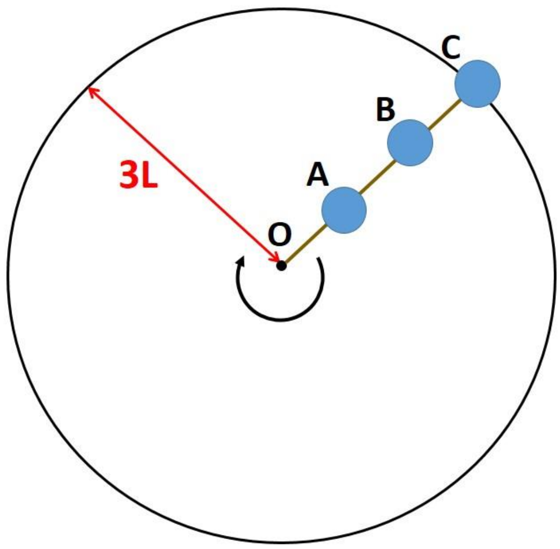


d)



e) nenhuma resposta anterior

5. Três bolinhas, A, B e C unidas por cordas de comprimento L, são colocadas para girar em um plano vertical. Cada bola tem o módulo de seu peso igual a W, calcule a tensão na corda que une a bola B com a bola C quando a tensão na corda $\overline{OA}$ for mínima (desprezível).



a) $T_{BC} = \frac{4.W}{2}$

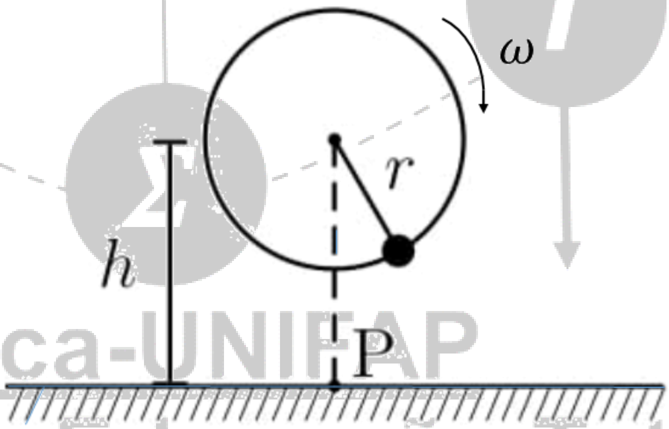
b) $T_{BC} = \frac{3.W}{2}$

c) $T_{BC} = \frac{9W}{2}$

d) $T_{BC} = \frac{7W}{2}$

e) $T_{BC} = \frac{W}{2}$

6. (ITA – 2018/ADAPTADA) Na figura, presa a um fio de comprimento de 1,0 m, uma massa de 1,0 kg gira com uma certa velocidade angular num plano vertical sob a ação da gravidade, com eixo de rotação a h = 6,0 m do piso. Determine a velocidade angular mínima dessa massa para a ruptura do fio que suporta no máximo a tração de 46 N, bem como a distância ao ponto P do ponto em que, nesse caso, a massa tocará o solo. Adote g =10 m/s²



a) 36 rad/s e 1m

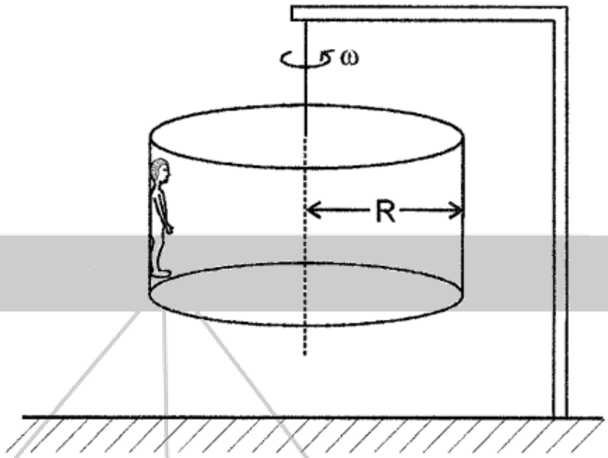
b) 6 rad/s e 36m

c) 1 rad/s e 6m

d) 6 rad/s e 6m

e) 6 rad/s e 1m

7. (UFSC – 1998/ADAPTADO) Deseja-se construir um brinquedo para um parque de diversões que consiste de um cilindro sem assoalho que gira em torno de um eixo vertical, com velocidade angular **ω = 2 rad/s**, onde as pessoas ficariam "pressionadas" contra a parede interior sem escorregar para baixo, conforme a figura. Considerando-se que o coeficiente de atrito estático entre a parede e as costas das pessoas seja μ_{AE} **= 0,5**, qual o raio mínimo, em **m**, que deverá ter o cilindro para que as pessoas não escorreguem? Adote g = 10 m/s²



a) 4m

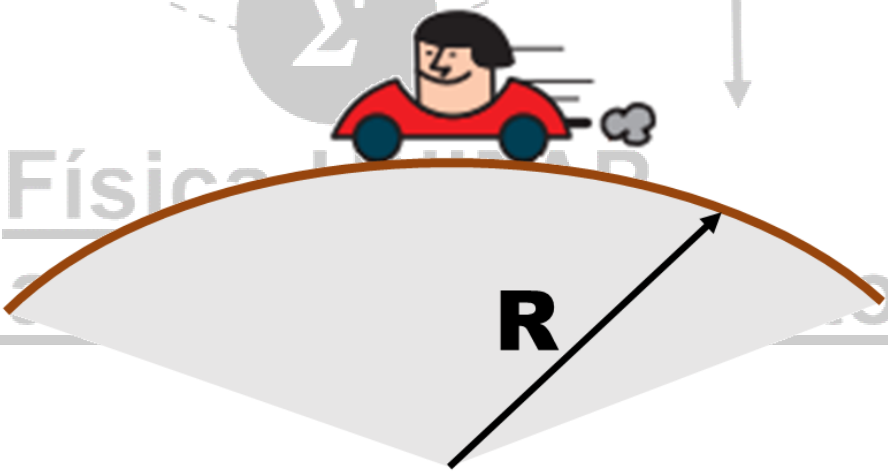
b) 5m

c) 6m

d) 7m

e) 8m

8. (PUC – SP - 2010/ADAPTADO) Um automóvel de massa 800 kg, dirigido por um motorista de massa igual a 60 kg, passa pela parte mais alta de uma curva de raio R = 20 m, com velocidade escalar de 12 m/s, considere a g = 10 m/s^2. Neste momento, a intensidade da força de reação que a pista aplica no veículo é



a) 8600 N

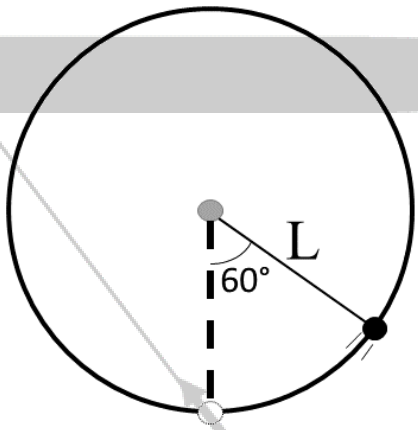
b) 6192 N

c) 25800 N

d) 12212 N

e) 2408 N

9. Enquanto andava um garoto encontrou um fio preso verticalmente em uma parede, o fio tem 0,4 m de comprimento, na outra ponta do fio tem uma bolinha de massa igual a 0,8 kg. O garoto passa a girar a bola com velocidade constante, se no momento da figura abaixo a sua velocidade escalar é 2 m/s. Qual a tensão no fio neste instante? Adote $g=10m/s^2$.



a) 12 N

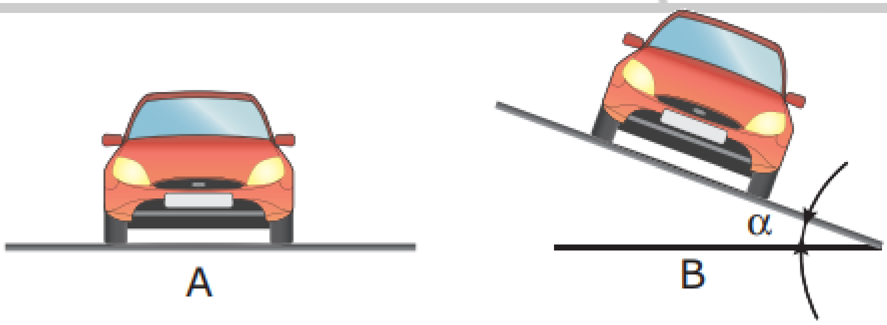
b) 10 N

c) 8 N

d) 6 N

e) 4 N

10. (ITA - SP) Para que um automóvel percorra uma curva horizontal de raio dado, numa estrada horizontal, com uma certa velocidade, o coeficiente de atrito entre os pneus e a pista deve ter no mínimo um certo valor μ (figura A). Para que o automóvel percorra uma curva horizontal, com o mesmo raio e com a mesma velocidade anterior, numa estrada com sobrelevação (figura B) sem ter tendência a derrapar, o ângulo de sobrelevação deve ter o valor α. Podemos afirmar que:



a) $tg(\alpha) = \mu$.

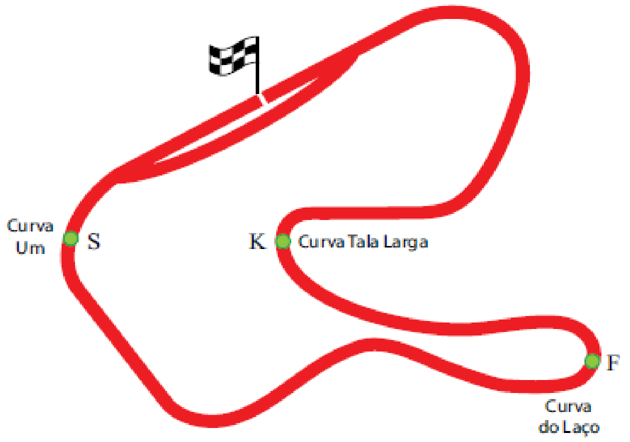
b) $tg(\alpha) = gr$.

c) $tg(\alpha) = \mu^2$

d) $sen(\alpha) = \mu$.

e) $cos(\alpha) = gr$.

11. (UNESP/2013) A figura apresenta, de forma simplificada, o autódromo de Tarumã, localizado na cidade de Viamã, na Grande Porto Alegre. Em um evento comemorativo, três veículos de diferentes categorias do automobilismo, um kart (K), um fórmula 1 (F) e um stock-car (S), passam por diferentes curvas do circuito, com velocidades escalares iguais e constantes



As tabelas 1 e 2 indicam, respectivamente e de forma comparativa, as massas de cada veículo e os raios de curvatura das curva representadas na figura, nas posições onde se encontram os veículos.

TABELA 1

Veículo	Massa
kart	M
fórmula 1	3M
stock-car	6M

TABELA 2

Curva	Raio
Tala Larga	2R
do Laço	R
Um	3R

Sendo FK, FF e FS os módulos das forças resultantes centrípetas que atuam em cada um dos veículos nas posições em que eles se encontram na figura, é correto afirmar que

a) FS < FK < FF

b) FK < FS < FF

c) FK < FF < FS

d) FF < FS < FK

e) FS < FF < FK

12. (FUVEST/2014) Uma estação espacial foi projetada com formato cilíndrico, de raio R igual a 100 m, como ilustra a figura ao lado. Para simular o efeito gravitacional e permitir que as pessoas caminhem na parte interna da casca cilíndrica, a estação gira em torno de seu eixo, com velocidade angular constante. As pessoas terão sensação de peso, como se estivessem na Terra, se a velocidade for de, aproximadamente

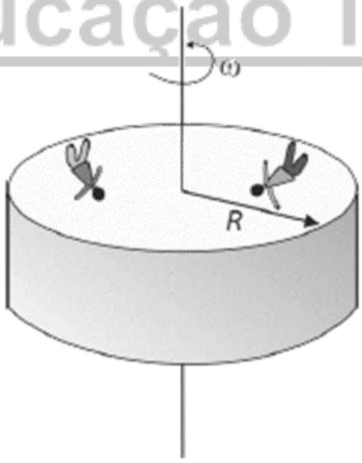
a) 0,1 rad/s

b) 0,3 rad/s

c) 1 rad/s

d) 3 rad/s

e) 10rad/s



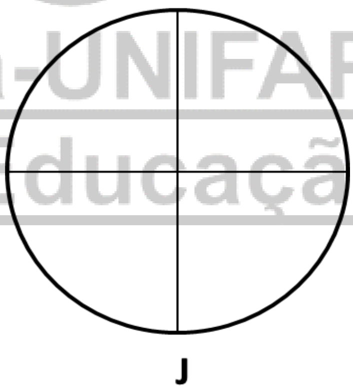
13. (UFRJ/2005 ADAPTADA) Foi que ele viu Juliana na roda com João
Uma rosa e um sorvete na mão
Juliana seu sonho, uma ilusão
Juliana e o amigo de João
Gil, Gilberto. “Domingo no Parque”

A roda citada no texto é conhecida como RODA-GIGANTE, um brinquedo de parques de diversões no qual atuam algumas forças, como a força centrípeta.

Considere:

- o movimento circular uniforme;
- o atrito desprezível;
- aceleração da gravidade local de 10 m/s^2;
- massa da Juliana 50 Kg
- raio da roda- gigante 2 metros
- velocidade escalar constante, com que a roda está girando, 36 Km/h.

Calcule a intensidade da reação normal vertical que a cadeira exerce sobre Juliana quando a mesma se encontra na posição indicado pelo ponto J.

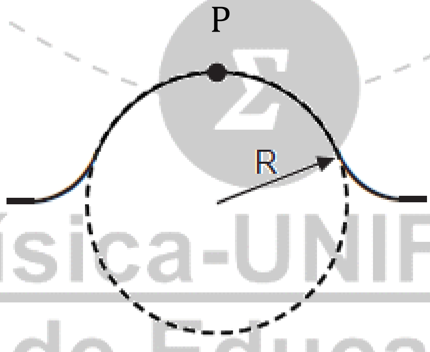


a) 4000N
b) 3000N
c) 4400N
d) 300N
e) 400N

14. **(PUC-RS/2011)** Imponderabilidade é a sensação de ausência de peso. Essa sensação também ocorre quando a aceleração do corpo é a aceleração da gravidade, como numa queda livre, e não necessariamente pela ausência de gravidade, como se pode imaginar. A imponderabiliade é sentida pelos astronautas quando em órbita numa estação espacial ou até mesmo por você, quando o carro em que você esta passa muito rápido sobre uma lombada. A imponderabilidade pode ser sentida também pelos tripulantes de um avião que faça manobras especialmente planejadas para tal.

A figura a seguir mostra a trajetória de um avião durante uma manobra planejada para produzir a sensação de imponderabiliade na qual se pretende que, num determinado ponto da trajetória, a força resultante seja centrípeta e proporcionada pelo peso.

Qual deve ser a velocidade do avião, em módulo, para que o ponto P indicado na trajetória os passageiros fiquem em queda livre e, portanto, sintam-se imponderáveis?



a) $v = \sqrt{2gR}$

b) $v = \sqrt{gR}$

c) $v = gR$

d) $v = g$

e) $v = \sqrt{g/R}$

15. A figura mostra um motociclista no “globo da morte ”, de raio R=2,5 m, movendo-se no sentido indicado. A massa do conjunto motocicleta mais motociclista é m = 140 kg e v = 7 m/s, a velocidade da motocicleta ao passar pelo ponto **A.**

Adotando g= 10m/s^2, quais são, respectivamente, em newtons, no ponto **A**, os valores da força centrípeta que atua no conjunto motocicleta mais motociclista e o valor da reação normal do globo sobre o conjunto?

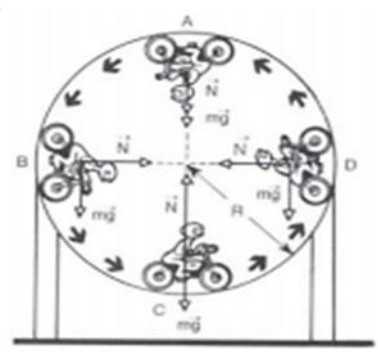
a) 392 e 4144

b) 2744 e 4144

c) 2744 e 1400

d) 2744 e 2744

e) 2744 e 1344



16. **(PUC-RJ 2015)** Um pêndulo é formado por um fio ideal de 10 cm de comprimento e uma massa de 20 g presa em sua extremidade livre. O pêndulo chega ao ponto mais baixo de sua trajetória com uma velocidade escalar de 2,0 m/s. A tração no fio, em N quando o pêndulo se encontra nesse ponto da trajetória é: Considere: $g = 10\ m/s^2$

a) 0,2 N

b) 0,5 N

c) 0,6 N

d) 0,8 N

e) 1,0 N

17. (ITA - 2019) Considere duas partículas de massa m, cada qual presa numa das pontas de uma corda, de comprimento l e massa desprezível, que atravessa um orifício de uma mesa horizontal lisa. Conforme mostra a figura, a partícula sobre a mesa descreve um movimento circular uniforme de raio r e velocidade angular ω_1. A partícula suspensa também descreve esse mesmo tipo de movimento, mas com velocidade angular ω_2, estando presa a uma mola de constante elástica k e comprimento natural desprezível, mantida na horizontal. Sendo g o módulo da aceleração da gravidade e θ o ângulo do trecho suspenso da corda com a vertical, a razão $(\omega_2/\ \omega_1)^2$ é dada por

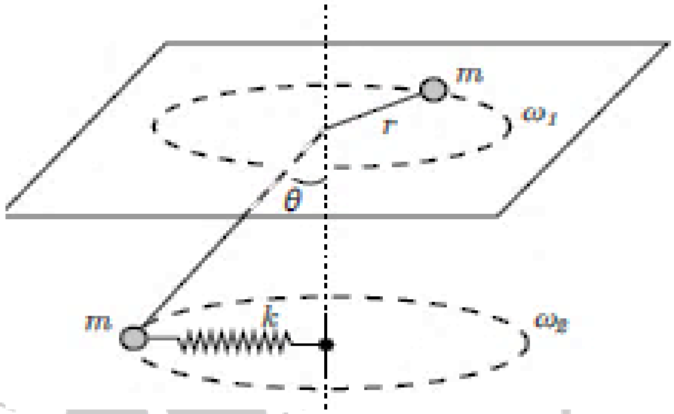
a) $\frac{r[mg+k(l-r)cos\theta]}{mg(l-r)}$

b) $\frac{(l-r)(mg+krcos\theta)}{mgrsen\theta}$

c) $\frac{(l-r)(mg+kr\ tg\theta)}{kr^2}$

d) $\frac{k(l-r)cos\theta}{mg+kr}$

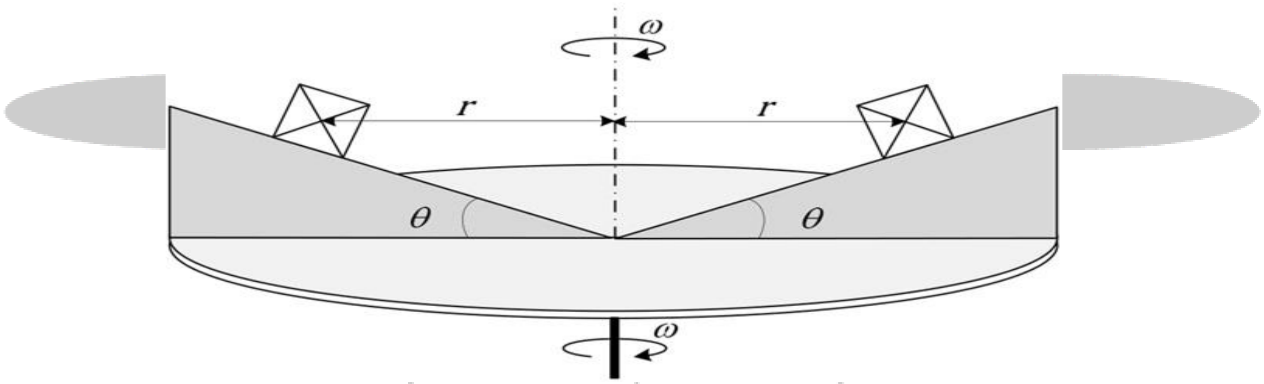
e) $\frac{(l-r)kcos\theta}{mg+k(l-r)cos\theta}$



18. (IME- 2018) O sistema mostrado na figura gira em torno de um eixo central em velocidade angular constante ω. Dois cubos idênticos, de massa uniformemente distribuída, estão dispostos simetricamente a uma distância r do centro ao eixo, apoiados em superfícies inclinadas de ângulo θ. Admitindo que não existe movimento relativo dos cubos em relação às superfícies, a menor velocidade angular ω para que o sistema se mantenha nessas condições é:

Dados:

- Aceleração da gravidade: g;
- Massa de cada cubo: m;
- Aresta de cada cubo: a;
- Coeficiente de atrito entre os cubos e as superfícies inclinadas: μ_{AE};



a) $\left[\frac{g}{r}\left(\frac{\mu.\cos(\theta)}{sen(\theta)+\mu.\cos(\theta)}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$

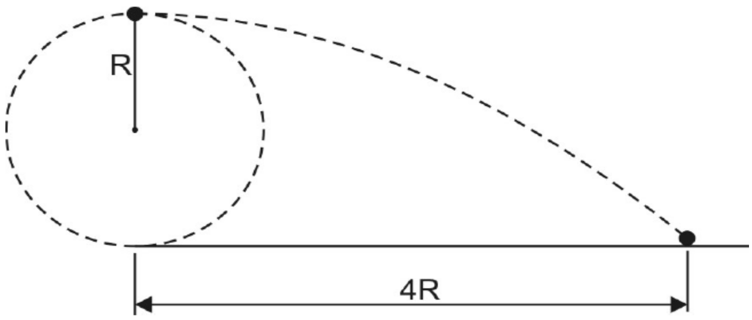
b) $\left[\frac{g}{r}\left(\frac{\mu.\cos(\theta)}{cos(\theta)+\mu.\text{sen}(\theta)}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$

c) $\left[\frac{g}{r}\left(\frac{\mu.\text{sen}(\theta)+\cos(\theta)}{sen(\theta)+\mu.\cos(\theta)}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$

d) $\left[\frac{g}{r}\left(\frac{\text{sen}(\theta)-\mu.\cos(\theta)}{cos(\theta)+\mu.\text{sen}(\theta)}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$

e) $\left[\frac{g}{r}\left(\frac{\text{sen}(\theta)-\mu.\cos(\theta)}{sen(\theta)+\mu.\cos(\theta)}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$

19. (AFA-2017) Uma partícula de massa m presa na extremidade de uma corda ideal, descreve um movimento circular acelerado, de raio R contido em um plano vertical, conforme figura a seguir.



Quando essa partícula atinge determinado valor de velocidade, a corda também atinge um valor máximo de tensão e se rompe. Nesse momento, a partícula é lançada horizontalmente, de uma altura 2R indo atingir uma distância horizontal igual a 4R. Considerando a aceleração da gravidade no local igual a g, a tensão máxima experimentada pela corda foi de:

a) mg
b) 2mg
c) 3mg
d) 4mg
e) 6mg

20. (EPCAR (AFA-2015)) Uma determinada caixa é transportada em um caminhão que percorre, com velocidade escalar constante, uma estrada plana e horizontal. Em um determinado instante, o caminhão entra em uma curva circular de raio igual a 49 m, mantendo a mesma velocidade escalar. Sabendo-se que os coeficientes de atrito cinético e estático entre a caixa e o assoalho horizontal são, respectivamente, 0,3 e 0,4 e considerando que as dimensões do caminhão, em relação ao raio da curva, são desprezíveis e que a caixa esteja apoiada apenas no assoalho da carroceria, pode-se afirmar que a máxima velocidade, em m/s que o caminhão poderá desenvolver, sem que a caixa escorregue é

a) 10,3

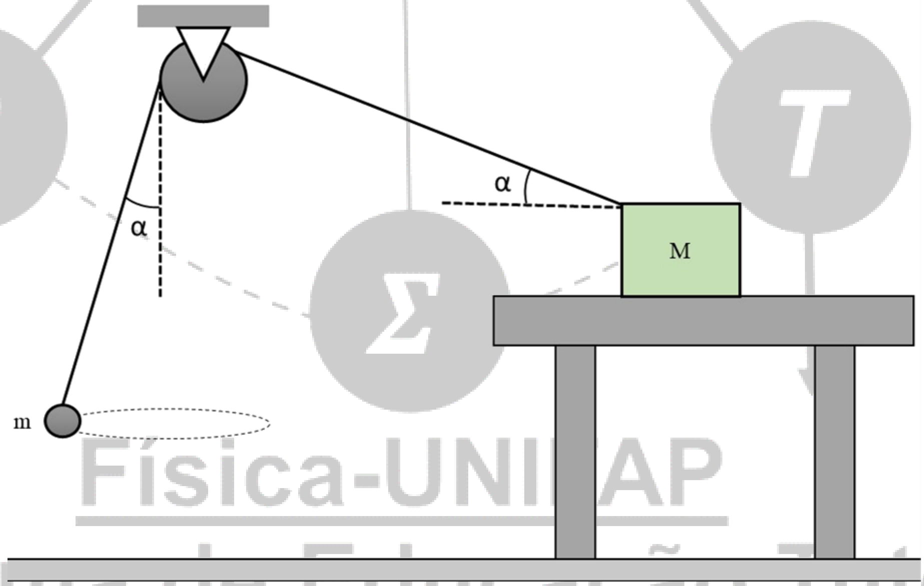
b) 12,0

c) 14,0

d) 21,5

e) 18,0

21. Um bloco de massa $\boldsymbol{M}$ e colocando em cima de uma mesa e permanece em repouso, a ele está preso um fio ideal que passa por uma polia, que está ligada a um a esfera de massa $\boldsymbol{m}$ e está fazendo um movimento de MCU, essa esfera descreve uma circunferência de raio **R**, girando a uma velocidade angular **ω,** determine o menor coeficiente de atrito **μ** entre a caixa e a mesa que impede o escorregamento da caixa.



a) $\mu_{AE} = \frac{\text{mg}}{\text{Mg}-\text{m}\omega\text{R}}$

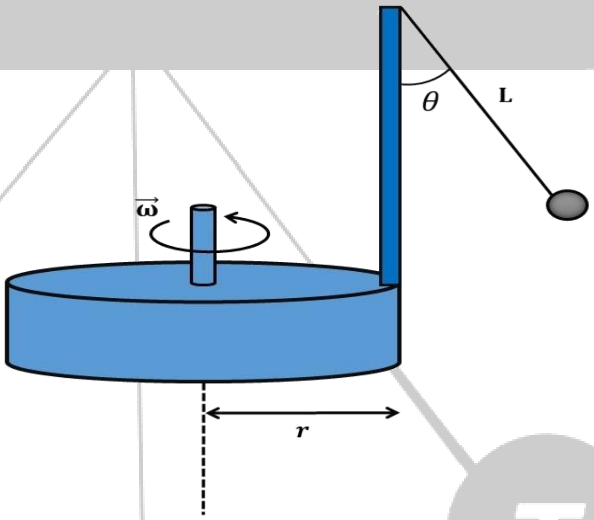
b) $\mu_{AE} = \frac{\text{Mg}}{\text{mg}-\text{m}\omega^2\text{R}}$

c) $\mu_{AE} = \frac{\text{mg}}{\text{Mg}+\text{m}\omega^2\text{R}}$

d) $\mu_{AE} = \frac{\text{Mg}}{\text{W}+\text{m}\omega^2\text{R}}$

e) $\mu_{AE} = \frac{\mathrm{mg}}{\mathrm{Mg - m\omega^2 R}}$

22. A figura mostra um carrossel de raio **r** girando em torno do seu eixo central. Um mastro fixo na borda suporta um pêndulo de comprimento **L** que gira entorno ao carrossel, formando um ângulo $\boldsymbol{\theta}$ com a vertical. Determine a velocidade angular $\boldsymbol{\omega}$ de rotação do sistema



a) $\omega^2 = \sqrt{\frac{\tan\theta g}{\mathrm{L}\sin\theta + r}}$

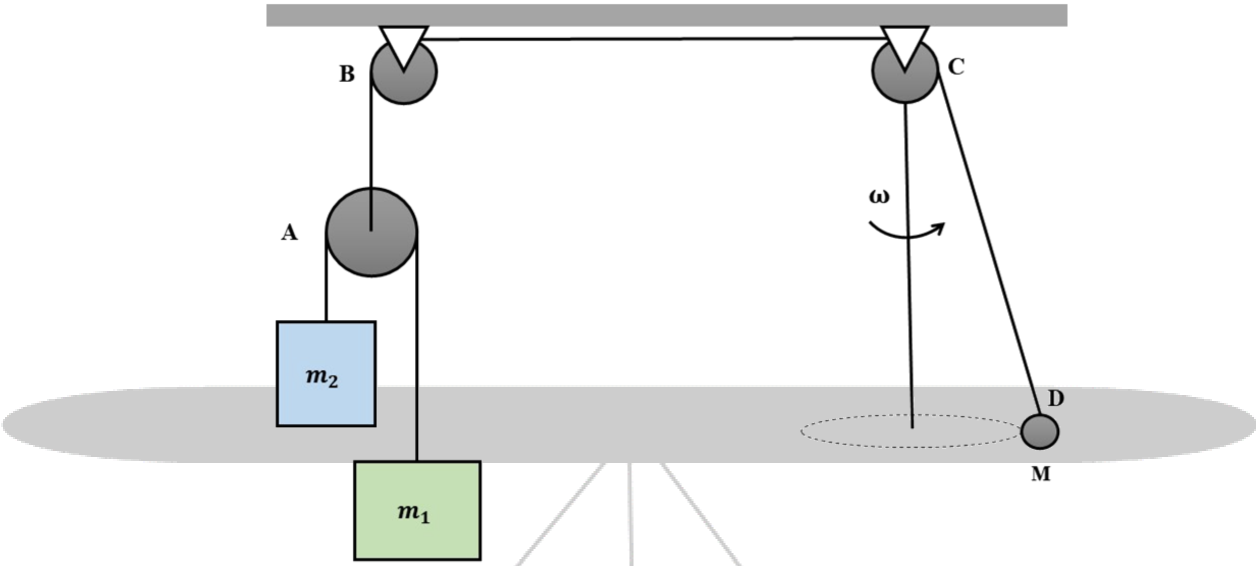
b) $\omega^2 = \frac{\tan\theta g}{\mathrm{L}\sin\theta + r}$

c) $\omega = \sqrt{\frac{\tan\theta g}{\mathrm{L}\sin\theta - r}}$

d) $\omega = \sqrt{\frac{\tan\theta g}{\mathrm{L}\sin\theta + r}}$

e) $\omega = \sqrt{\frac{\tan\theta g}{r - \mathrm{L}\sin\theta}}$

23. **(ITA 1994 - adaptada)** Um fio tem presa uma massa $\boldsymbol{M}$ numa das extremidades e, na outra, uma polia que suporta duas massas, $\boldsymbol{m_1}$ e $\boldsymbol{m_2}$, unidas por um outro fio, como mostra a figura. Os fios têm massas desprezíveis e as polias são ideias. Se **CD** e a massa $\boldsymbol{M}$ gira com velocidade angular constante **ω** numa trajetória circular em torno do eixo vertical passando por C, observa-se que o trecho ABC do fio permanece imóvel. A massa M vale:



a) $M = \frac{\omega^2}{2TCD}$

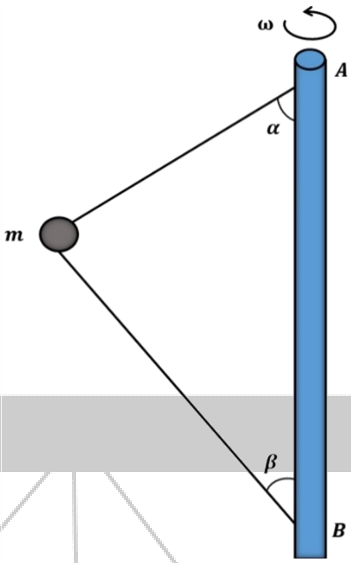
b) $M = \frac{2T}{\omega^2 - CD}$

c) $M = \frac{2T}{\omega^2 CD}$

d) $M = \frac{2T}{\omega^2 + CD}$

e) $M = \frac{2T}{\omega CD}$

24. No parque tem um brinquedo, que consiste em um bola de massa $\boldsymbol{M}$ presa em dois fios ideais, esse fios então presos em um poste eixo vertical $\boldsymbol{AB}$ uma relação válida é $\alpha + \beta = 90°$. Para que valor de ω o fio inferior ficaria frouxo?



a) $\omega^2 = \frac{g \tan\alpha}{R}$

b) $\omega = \sqrt{\frac{g \tan\alpha}{R}}$

c) $\omega^2 = \sqrt{\frac{g \tan\alpha}{R}}$

d) $\omega = \sqrt{\frac{\tan\alpha - g}{R}}$

e) $\omega = \sqrt{\frac{g + \tan\alpha}{R}}$

25. Para um experimento de física, uma aluna colocou um fio ideal através de um buraco em uma placa, em uma ponta ela colocou uma esfera de massa $\boldsymbol{m}$ e na outra ponta pôs um bloco de massa $\boldsymbol{M}$**,** como mostra na figura abaixo. A esfera gira em **MCU** com o raio $\boldsymbol{R}$. Determina a velocidade angular constate da esfera.

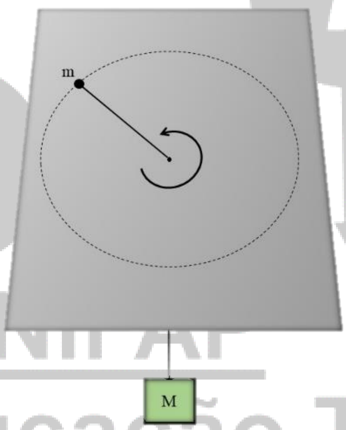
a) $\omega = \sqrt{\frac{Mg}{m \cdot R}}$

b) $\omega = \sqrt{\frac{m}{Mg \cdot R}}$

c) $\omega = \left(\frac{Mg}{m \cdot R}\right)^{\frac{2}{1}}$

d) $\omega^2 = \sqrt{\frac{Mg}{m \cdot R}}$

e) $\omega^2 = \frac{Mg}{m \cdot R}$



26. Um experimento feito no laboratório de física da Unifap por um bolsista do programa de educação tutorial, tem como objetivo estudar o movimento circular, foi posto um bloco de massa “m” dentro de um cilidro de raio “R” e colocado para girar até o bloco se estabilizar na parede do cilidro.

Determine a velocidade angular do cilindro necessária para não deixar o bloco escorregar na parede, o coeficiente de atrito estático é μ_{AE} entre a parede o bloco.

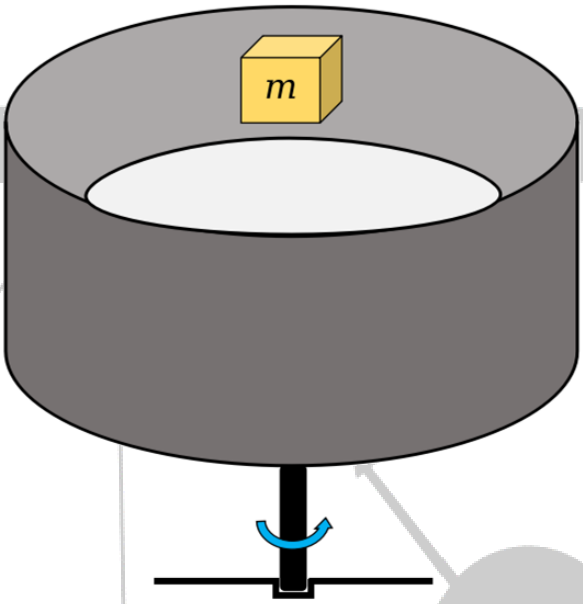
a) $\omega = \sqrt{\frac{1}{\mu_{AE}R}g}$;

b) $\omega = \frac{m}{\sqrt{gR\mu_{AE}}}$;

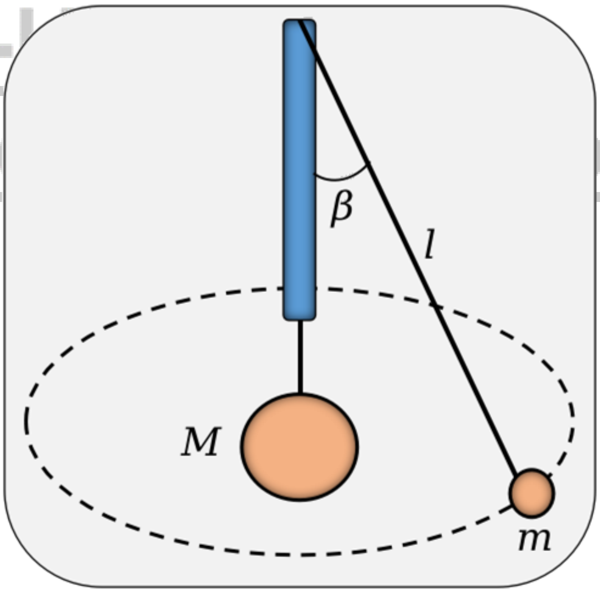
c) $\omega = \sqrt{\frac{2m}{\mu_{AE}R}g}$;

d) $\omega = \sqrt{\frac{2}{\mu_{AE}R}g}$;

e) $\omega = \sqrt{\frac{g\mu_{AE}}{R}g}$.



27. Duas esferas de massa "*m*" e "*M*" estão ligadas por um fio de massa despresível, a esfera "*M*" se encontra em equilíbrio e a esfera "*m*" está em movimento rotacional, o tamanho do fio ligado a "*m*" é "*l*" e sempre forma um ângulo "*β*" com a vertical. Determine a velocidade angular necessária para manter a esfera de massa "*M*" em equilíbrio.



a) $\omega = \sqrt{\frac{(m+M)}{ml}g}$;

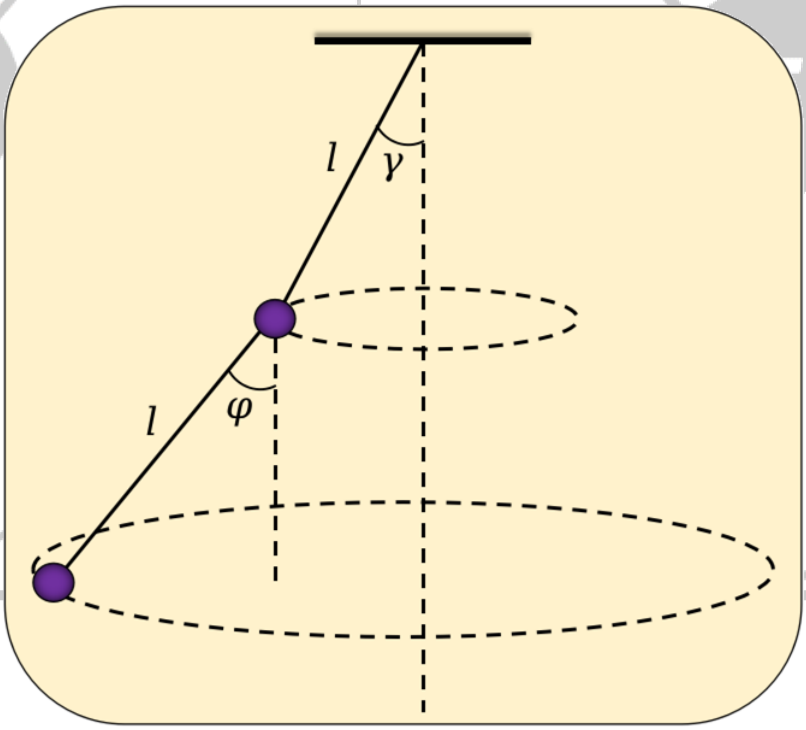
b) $\omega = \sqrt{\frac{(m+M)}{ml(\cos\beta+1)}g}$;

c) $\omega = \sqrt{\frac{ml}{M(\cos\beta+1)}g}$;

d) $\omega = \sqrt{\frac{M}{l(\cos\beta+1)}g}$;

e) $\omega = \sqrt{\frac{(m+M)}{(\cos\beta+1)}g}$.

28. Foi realizado um experimento no laboratória de física da Unifap com o objetivo de estudar o movimento de um pêndulo cônico duplo como mostra a afigura abaixo, as massas das bolinhas são iguais e os fios têm o mesmo comprimento "*l*", os ângulos γ *e* φ não variam com o tempo. Determine a velocidade angular do pêndulo duplo.



a) $\omega = \sqrt{\frac{l(\sin\gamma+1)\tan\varphi}{\sin\gamma}g}$;

b) $\omega = \sqrt{\frac{\sin\beta}{(l\sin\varphi+l\sin\gamma)}g}$;

c) $\omega = \sqrt{\frac{\tan\varphi}{(l\sin\varphi + l\sin\gamma)}g}$;

d) $\omega = \sqrt{\frac{\sin\varphi}{l\sin\gamma}g}$;

e) $\omega = \sqrt{\frac{\cos\varphi}{l(\sin\varphi + 1)}g}$.

29. A figura a seguir mostra duas esferinhas ligadas por um fio ABC de comprimento "*l*" que giram com uma velocidade angular constante "*ω*", em B há uma pequena polia fixa, as massas das esferinhas são *m* e *m'*. Determine o comprimentro AB=*k*.

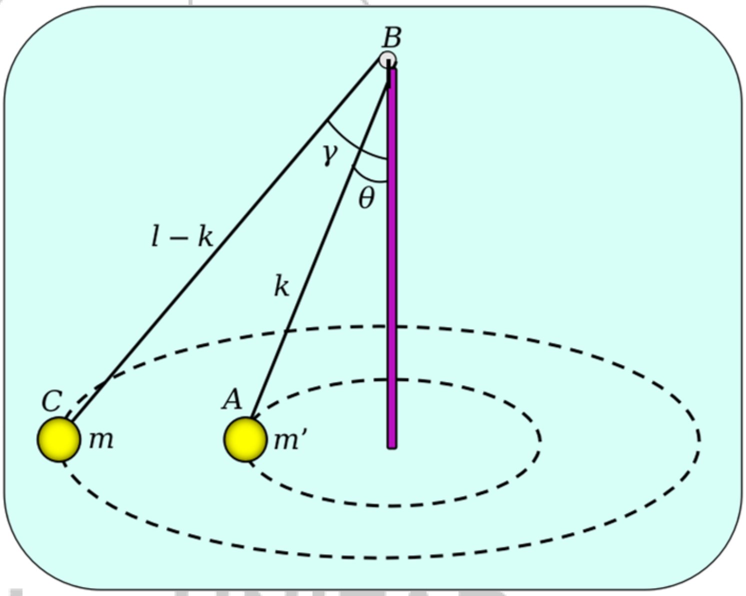
a) $k = \frac{m'}{(m'+m)}l$;

b) $k = \frac{1}{(m'+m)}l$;

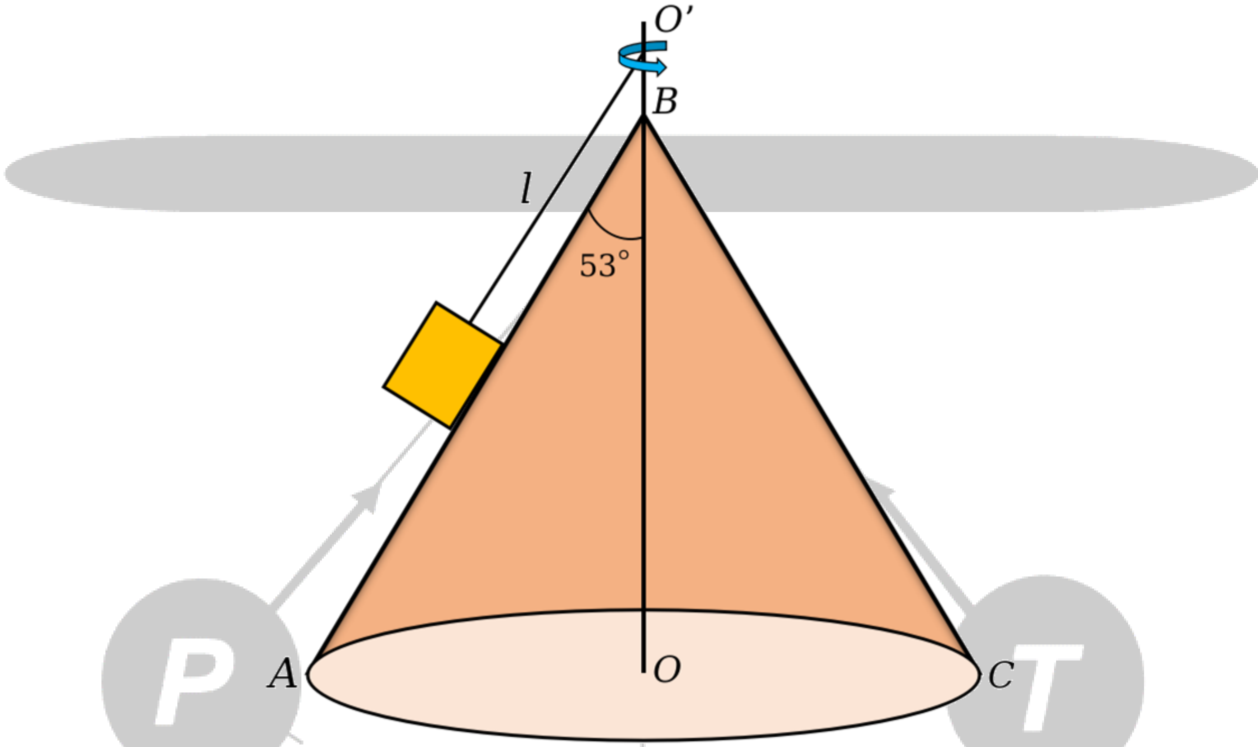
c) $k = \frac{(m'+m)}{m'(m+1)}l$;

d) $k = \frac{m}{(m'+m)}l$

e) $k = \frac{(m'-m)}{(m'+m)}l$.



30. Um integrante do grupo pet-física da Unifap teve uma brilhante ideia de construir um experimento para estudar o movimeto circular, que será usado numa oficina de experimentos de uma escola pública do ensino médio, ele é constituido por cone ABC de surpefície lisa, passa um eixo *OO'* pelo seu centro e foi amarrado um fio de comprimento *l=0,15m* neste eixo de forma que quando o sistema está em rotação o mesmo não enrola no eixo, na outra extremidade do fio há um bloco de massa *0,5kg* que gira com uma velocidade angular de *10rad/s*. Determine a força de tensão e força normal de contato entre o bloco e a surpefície cônica, considere *g=10m/s²*.



a) $T = 7N \; e \; N = 0{,}13N$;

b) $T = 8N \; e \; N = 0{,}45N$;

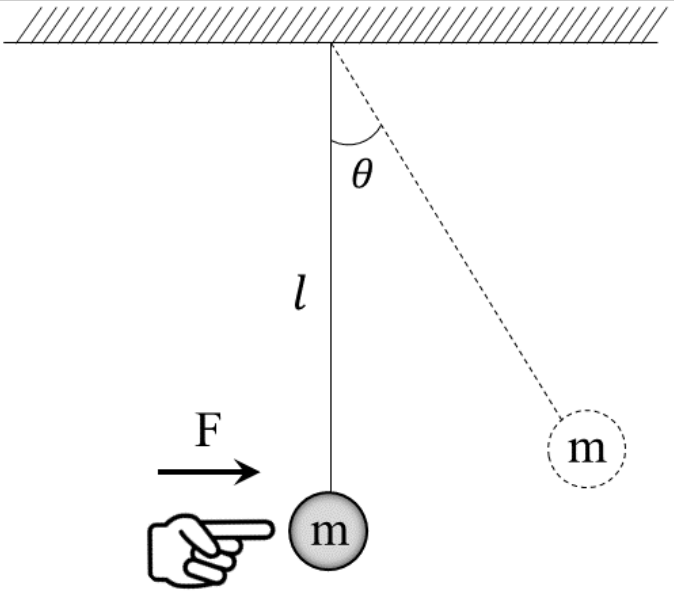
c) $T = 7{,}2N \; e \; N = 0{,}4N$;

d) $T = 8{,}5N \; e \; N = 0{,}37N$;

e) $T = 7{,}8N \; e \; N = 0{,}4N$

QUESTÕES DE FORÇA TANGENCIAL

31. Uma esfera de massa $m = 4\ kg$, amarrada a um fio, está em repouso. Uma criança começa a aplicar uma força tangencial, agindo sempre perpendicularmente ao fio desde o início do movimento, até que o fio do pêndulo forma um ângulo $\theta = 30°$ e então a criança fica apoiando a massa m parada nessa posição. Qual o módulo da força tangencial que a criança está aplicando na massa m para que ela fique parada quando $\theta = 30°$? Considere: $g = 10\ m/s^2$; $\cos 30° = 0{,}9$.



a) 5 N

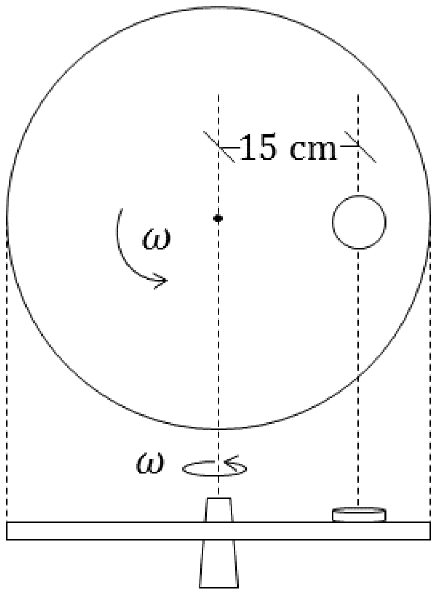
b) 10 N

c) 15 N

d) 20 N

e) 25 N

32. Uma pequena moeda está em uma plataforma giratória a 15 cm do eixo. Se a referida plataforma gira 60 vezes a cada minuto, qual deve ser o menor coeficiente de atrito estático entre a moeda e a plataforma para que a moeda não seja lançada para fora da trajetória? Considere: $g = \pi^2\ m/s^2$.



a) 0,5

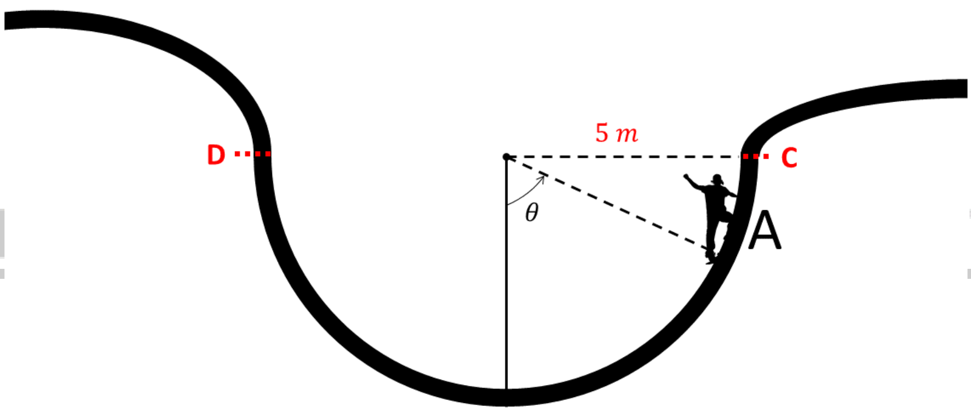
b) 0,6

c) 0,7

d) 0,8

e) 0,9

33. Um skatista A passa pelo semicírculo CD de uma rampa, com raio de 5 m. Sabendo que o skatista se movimenta numa velocidade escalar de 5 m/s, de tal modo que forma um ângulo $\theta = 60°$ com a vertical e que sua massa mais a do skate é igual 70 kg, qual aproximadamente a força tangencial nesse ponto? Dados: $\mu_{AC} = 0{,}3$ e $g = 9{,}8\ m/s^2$.



a) 207,9 N

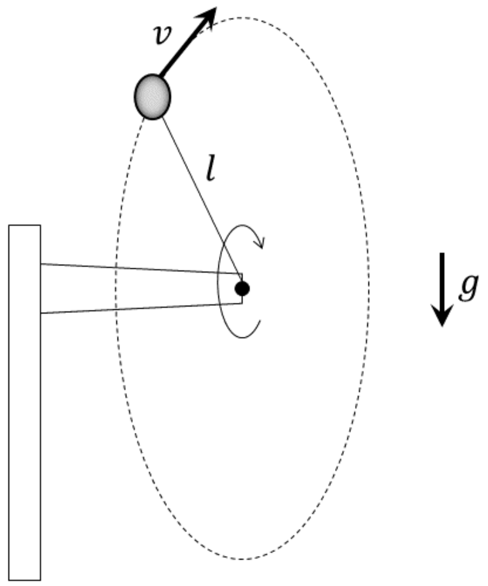
b) 386,2 N

c) 594,1 N

d) 693,0 N

e) 1188,2 N

34. Foi criado um dispositivo que é capaz de girar um fio l, de maneira que uma esfera de $m = 200\ g$ presa a esse fio descreva um movimento circular. No instante apresentado na figura, a velocidade linear da esfera é $5\ m/s$. Sabendo que o ar exerce uma força contrária ao deslocamento e de módulo $F_{ar} = 0{,}4$ N e que comprimento do fio seja $\frac{25}{9}m$, qual o módulo da aceleração tangencial para esse instante? Considere: $g = 10\ m/s^2$; $\cos 30° = 0{,}9$.



a) 6,0 m/s²

b) 7,0 m/s²

c) 8,0 m/s²

d) 9,0 m/s²

e) 10,0 m/s²

35. Uma bolina de massa $m = 0{,}2\ kg$ está caindo ao longo de um semianel de raio $R = 0{,}5\ m$. O sistema gira em torno do eixo vertical com velocidade angular $\omega = 1 rad/s$. Qual a força tangencial agindo sobre a bolinha quando ele está na metade do percurso ao longo do semianel? Considere: $\mu_{AC} = 0{,}3$; $g = 10\ m/s^2$; $\pi = 3$.

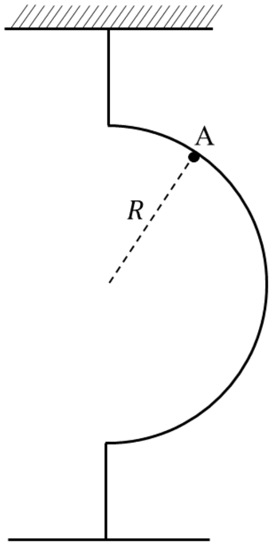
a) 1,73 N

b) 1,88 N

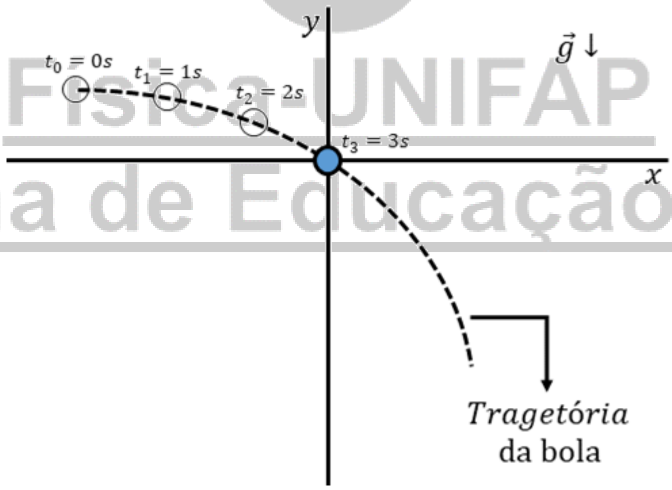
c) 1,93 N

d) 1,97 N

e) 2,00 N



36. Um garoto, brincando com sua bola de futebol no alto de uma montanha, ao tentar fazer gol, a chuta sem querer para fora da montanha, em uma direção horizontal e com uma velocidade inicial igual a $5\,m/s$, como ilustrado na figura. Um professor de física, que observa a situação de longe, fica sedento para saber o quanto a aceleração tangencial, aceleração centrípeta e aceleração resultante da bola vale após 3 segundos da queda da bola. Ele ilustra a situação, como mostrado na figura abaixo e pede ajuda dos seus alunos para resolver esse problema.



Considere a gravidade $g = 10m/s^2$ e despreze a resistência do ar.

Encontrado os valores que o professor buscava, a razão entre a aceleração tangencial e aceleração centrípeta $\frac{a_T}{a_c}$

a) 6

b) 6,16

c) 7

d) 7,12

e) 9,8

37. (Enem/2020 – Digital) No Autódromo de Interlagos, um carro de Fórmula 1 realiza a curva S do Senna numa trajetória curvilínea. Enquanto percorre esse trecho, o velocímetro do carro indica velocidade constante. Quais são a direção e o sentido da aceleração do carro?

a) Radial, apontada para fora da curva.

b) Radial, apontada para dentro da curva.

c) Aceleração nula, portanto, sem direção nem sentido.

d) Tangencial, apontada no sentido da velocidade do carro.

e) Tangencial, apontada no sentido contrário à velocidade do carro.

38. Dois amigos estavam assistindo vídeos no YouTube quando se depararam com o vídeo "Hipnose - Relógio de Bolso" do canal da "Sociedade Hipnótica". Após terminarem de assistir, resolveram testar um com o outro para ver se realmente funcionava. Foram então emprestar um relógio de bolso do pai de um dos amigos, que, por coincidência, é um professor de física. Enquanto os amigos testavam, o professor observava a situação, por estar curioso em relação a isso. Foi então que seu instinto de físico começou a aparecer e uma vontade enorme de calcular algo apareceu. Ele observou que o relógio oscilava entre dois pontos. Decidiu, então, anotar os dados e ilustrar a situação. Ele viu que era um pêndulo simples, de comprimento $l = 0{,}02\,m$ e com uma esfera de massa $m = 0{,}25\,kg$, oscilando entre os pontos, A e C. A velocidade escalar da esfera, ao passar pelo ponto B indicado, é $v = 0{,}2\,m/s$. Considerou o fio do relógio como sendo um fio ideal , a gravidade $g = 10\,m/s^2$, $sen\alpha = 0{,}60$ e $cos\alpha = 0{,}80$.

Disso, ele calculou a intensidade da tração do fio quando o relógio passa no ponto B, a aceleração centrípeta e a aceleração tangencial.

Os dados que o professor encontrou, respectivamente, foram

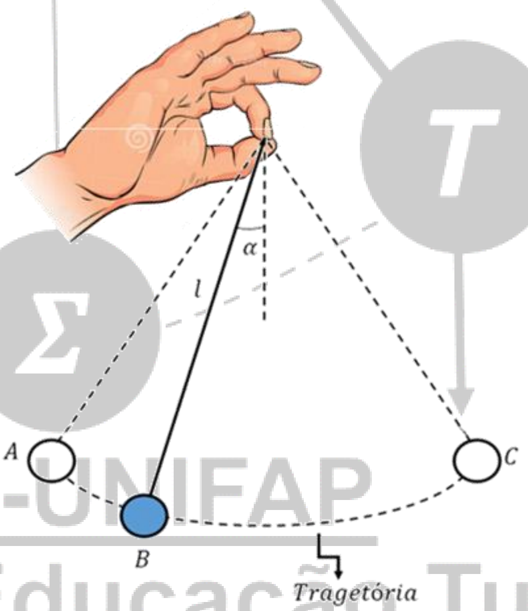
a) $2{,}2\,N, 1{,}7\,m/s^2, 3\,m/s^2$.

b) $2{,}3\,N, 1{,}8\,m/s^2, 4\,m/s^2$

c) $2{,}4\,N, 1{,}9\,m/s^2, 5\,m/s^2$

d) $2{,}5\,N, 2{,}0\,m/s^2, 6\,m/s^2$

c) $12\,N, 16\,m/s^2, 10\,m/s^2$



39. Um garoto e seu pai, que é professor de física, brincam com um carrinho de controle remoto. Em um momento, o garoto começa a fazer uma trajetória circular, com o carrinho, em um plano horizontal, como ilustrado na figura. Seu pai logo identificou que o movimento do carrinho é uniformemente variado. O pai, que sempre incentiva o filho a calcular as coisas do cotidiano para sempre estar revisando os conteúdos de física da escola, propôs para o garoto que encontrasse a força tangencial e a força centrípeta do carrinho depois de $2s$ de rotação. Para isso, ele disponibilizou alguns dados, que são: a massa do carrinho, $m = 0{,}3\ kg$; o raio da trajetória, $R = 1{,}0\ m$ e a equação horária da posição, $S = 0{,}2t + 0{,}5t^2$.

Com isso, a razão entre a força centrípeta e força tangencial $\frac{F_C}{F_T}$, vale:

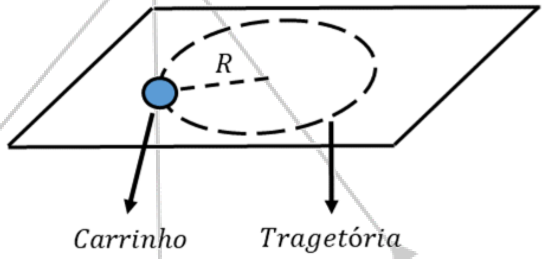
a) 4,80

b) 4,81

c) 4,82

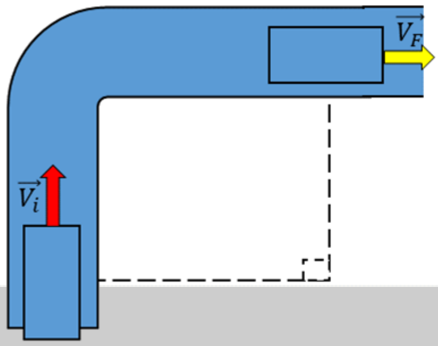
d) 4,83

e) 4,84



40. Um professor de física estava dirigindo o seu carro, de massa igual a 2 000 kg, tranquilamente por uma rodovia. Ao passar por uma curva, fica pensativo em relação ao que acabou de acontecer. Antes da curva, sua velocidade era igual a $120\ km/h$, depois da curva, sua velocidade era de $50\ km/h$, e todo o trajeto da curva foi feito em $6\ s$. Sabendo que a aceleração tangencial é a responsável por alterar o módulo da velocidade, ele decide calcular a força tangencial que provoca essa diminuição da velocidade.

O valor encontrado pelo professor foi de



a) $6460\ N$

b) $-6460\ N$

c) $7500\ N$

d) $-7500\ N$

e) $8000\ N$

QUESTÕES DE FORÇA TOTAL

41. Um corpo de massa 5kg se move em uma trajetória circular de raio igual a 2 metros e com rapidez angular dada por $\omega = 2t\ rad/s$. Qual a intensidade força total agindo sobre o corpo em $t = 1s$?

a) $20\sqrt{2}$ N

b) $20\sqrt{5}$ N

c) $10\sqrt{2}$ N

d) $\sqrt{2}$ N

e) $10\sqrt{2}$ N

42. Um corpo de massa m está a uma distância a do centro de uma plataforma giratória onde a mesma gira com aceleração $\alpha = constante$. Qual a intensidade da força de atrito estático entre o corpo e a plataforma em instante t qualquer.

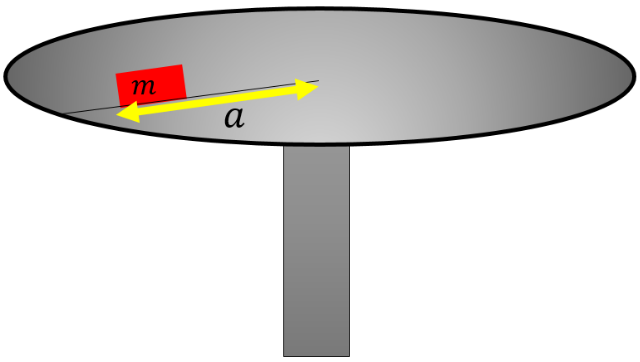
a) $m a \alpha \sqrt{\alpha^2 t^4 + 1}\ N$

b) $\alpha a \sqrt{m \alpha^2 t^4 + 1}\ N$

c) $2 m a \alpha \sqrt{\alpha^2 t^4 + 1}\ N$

d) $m a \alpha \sqrt{2\alpha^2 t^4 + 1}\ N$

e) $m a \alpha \sqrt{\alpha^2 t^4 + 2}\ N$



43. Com base na figura anterior qual o instante em que o corpo com uma distância a do centro começa a deslizar sobre a plataforma, onde a mesma gira com aceleração angular α? Considere o módulo da aceleração da gravidade como g.

a) $\sqrt[4]{\frac{\mu_{AE}^2 g^2}{2\alpha^2 a^2} - \frac{1}{\alpha^2}}\ s$

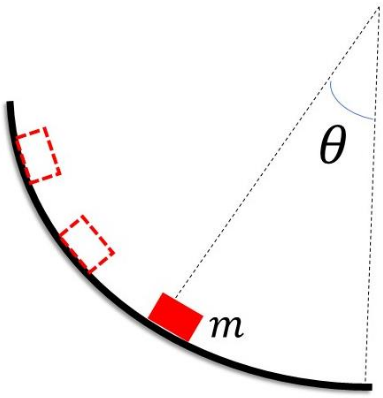
b) $\sqrt[4]{\frac{\mu_{AE}^2 g^2}{\alpha^4 a^2} - \frac{1}{\alpha^2}}\ s$

c) $\sqrt[4]{\frac{\mu_{AE}^2 g^2}{\alpha^2 a^2} - \frac{2}{\alpha^2}}\ s$

d) $\sqrt[4]{\frac{2\mu_{AE}^2 g^2}{\alpha^2 a^2} - \frac{1}{\alpha^2}}\ s$

e) $\sqrt[4]{\frac{\mu_{AE}^2 g^2}{\alpha^2 a^2} - \frac{1}{2\alpha^2}}\ s$

44. Um bloco de massa m é solto em uma cunha circular de raio R e atrito cinético μ_{AC}. Qual a intensidade da força total agindo sobre o bloco quando o mesmo se encontra com velocidade v e fazendo um ângulo θ com a vertical? Considere o módulo da aceleração da gravidade como g.



a) $m(g\sin\theta + \mu_{AC}\frac{v^2}{R} + \mu g\cos\theta)\ N$

b) $m(g\sin\theta - \mu_{AC}\frac{v^2}{R} - 2\mu g\cos\theta)\ N$

c) $m(g\sin\theta - \mu_{AC}\frac{v^2}{2R} + \mu g\cos\theta)\ N$

d) $m(g\sin\theta - \mu_{AC}\frac{v^2}{R} - \mu g\cos\theta)\ N$

e) $m(g\sin\theta - \mu_{AC}\frac{v^2}{R} + \mu g\cos\theta)\ N$

45. Considere um corpo sobre uma plataforma giratória onde esta gira com aceleração angular contante. O mesmo corpo se encontra estático em um referencial preso à plataforma devido a ação do atrito estático. sobre a força de atrito estático neste caso podemos afimar que:

a) A força de atrito na direção radial é constante e a força de atrito na direção tangencial é nula.

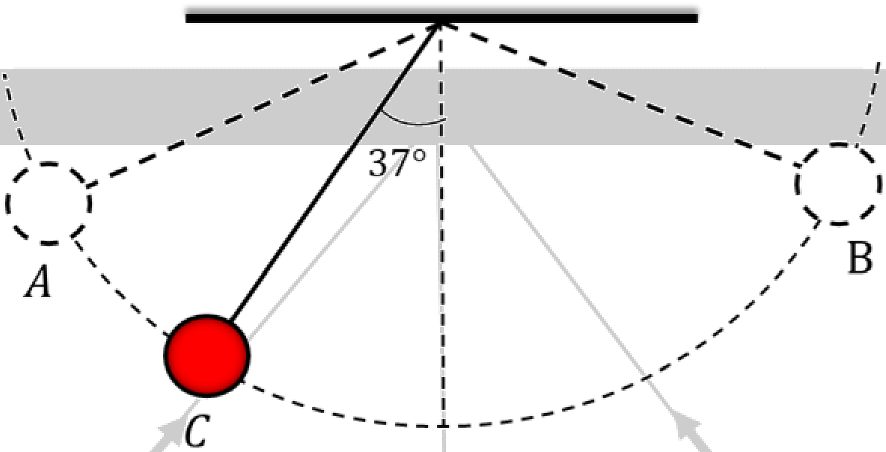
b) A força de atrito na direção radial é variável e a força de atrito na direção tangencial é constante.

c) Ambas as forças de atrito nas direções radial e tangencial são constantes

d) Ambas as forças de atrito nas direções radial e tangencial são variáveis.

e) A força de atrito na direção radial é nula e a força de atrito na direção tangencial é constante.

46. No esquema a baixo, temos um pêndulo simples de comprimento $l = 1{,}5\ m$ e com uma esfera amarrada que tem uma massa $m = 4{,}0kg$, oscilando entre os pontos A e B, a velocidade escalar da esfera ao passar pelo ponto C é $v = 5m/s$. Determine a aceleração resultante do sistema, despreze a massa do fio e toda resistência do ar, considere $g = 10m/s$.



a) $a_R = 17{,}7m/s^2$;

b)$a_R = 19{,}1m/s^2$;

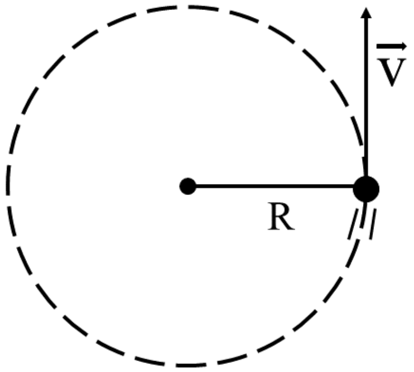
c)$a_R = 15{,}3m/s^2$;

d)$a_R = 16{,}9m/s^2$;

e)$a_R = 18{,}1m/s^2$.

47. (AFA – 2019/ADAPTADA) Uma partícula, de massa 1 kg, descreve um movimento circular uniformemente variado, de raio 2,25 m, iniciando-o a partir do repouso no instante $t_0 = 0s$.

Em $t = 2s$, o módulo de sua velocidade vetorial ($\vec{v}$) é de 6 m/s, conforme a figura abaixo.



A intensidade da força resultante sobre a partícula, no instante $t = 1s$, em N, vale

a) 1 N

b) 5 N

c) 8 N

d) 12 N

e) 15 N

GABARITO

1	A	11	B	21	E	31	D	41	A
2	B	12	B	22	D	32	B	42	A
3	D	13	B	23	C	33	B	43	B
4	D	14	B	24	B	34	B	44	E
5	E	15	E	25	A	35	D	45	B
6	D	16	E	26	A	36	B	46	A
7	B	17	A	27	B	37	B	47	B
8	E	18	D	28	C	38	D		
9	A	19	C	29	D	39	E		
10	E	20	C	30	E	40	B		

SOLUÇÃO DAS QUESTÕES DE FORÇA CENTRÍPETA E SEGUNDA LEI DE NEWTON PARA MOVIMENTO CIRCULAR

1. Nesse caso, o carro vai do ponto A até o B sem deslizar. No ponto B:

$$F_A \ tende\ a\ F_A^{MÁX}$$

Então:

$$F_A^{MÁX} = F_R = m.a$$

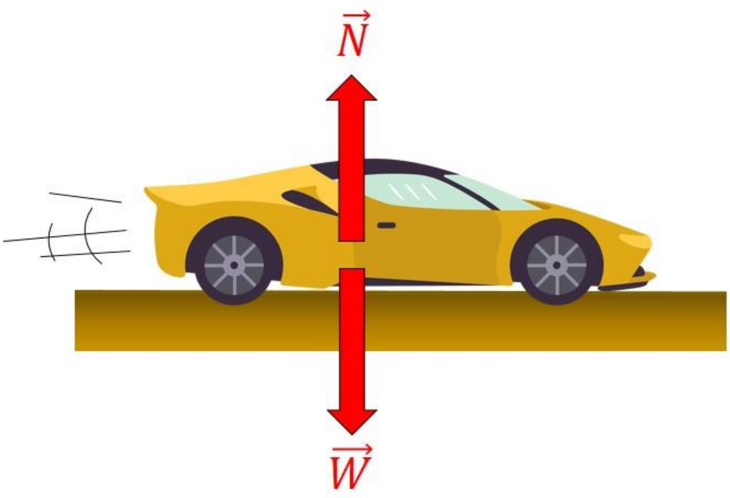
Onde $F_R = FORÇA\ RESULTANTE$

$$F_R = \sqrt{F_C^2 + F_T^2}$$

$$F_A^{MÁX} = m.a$$

$$F_A^{MÁX} = \mu.N$$

Fazendo o D.C.L. do carro em B, tem-se:



$$\sum F_Y = 0$$

$$N - m.g = 0$$

$$N = m.g$$

Substituindo esse resultado em $F_A^{MÁX} = \mu.N$, temos:

$$F_A^{MÁX} = \mu . m . g$$

Substituindo esse resultado em $F_A^{MÁX} = m . a$, temos:

$$\mu . m . g = m . a$$

$$\mu . g = a$$

$$a = \sqrt{a_C^2 + a_T^2}$$

Da análise da figura da questão, temos:

$$v_B^2 = v_A^2 + 2 . a_T . \overline{AB}$$

Onde $\overline{AB}$ é o comprimento do arco de circunferência do ponto A ao ponto B. Sabemos que o módulo da velocidade inicial do carro é 0, então:

$$v_A = 0$$

$$v_B^2 = 2 . a_T . \overline{AB}$$

Por geometria, $\overline{AB} = \theta . R$

Então:

$$a_T = \frac{v_B^2}{2 . \theta . R}$$

Agora, sabendo que:

$$a_c = \frac{v_T^2}{R} \text{ e } v_B = v_T \text{ então } a_c = \frac{v_B^2}{R}$$

Sabendo que: $a = \sqrt{a_C^2 + a_T^2}$

$$a^2 = a_C^2 + a_T^2$$

Substituindo $a_c = \frac{v_B^2}{R}$, $\mu . g = a$ e $a_T = \frac{v_B^2}{2.\theta.R}$ na equação acima, temos:

$$(\mu . g)^2 = \frac{(v_B^2)^2}{R^2} + \frac{(v_B^2)^2}{(2 . \theta . R)^2}$$

$$(\mu . g)^2 = (v_B^2)^2 . \left[\frac{1}{R^2} + \frac{1}{4 . \theta^2 . R^2}\right]$$

$$(\mu . g)^2 = (v_B^2)^2 . \left[\frac{4 . \theta^2 . R^2 + R^2}{4 . \theta^2 . R^4}\right]$$

$$(\mu.g)^2 = (v_B^2)^2.R^2\left[\frac{4.\theta^2+1}{4.\theta^2.R^4}\right]$$

$$(\mu.g)^2 = (v_B^2)^2.\left[\frac{4.\theta^2+1}{4.\theta^2.R^2}\right]$$

$$v_B^2 = \sqrt{\frac{(\mu.g)^2(4.\theta^2.R^2)}{4.\theta^2+1}}$$

$$v_B^2 = \frac{2.\mu.g.R.\theta}{\sqrt{4.\theta^2+1}}$$

Dividindo o numerador por 2.θ e o denominador por $\sqrt{(2.\theta)^2}$, temos:

$$v_B^2 = \frac{\frac{2.\mu.g.R.\theta}{2.\theta}}{\frac{\sqrt{4.\theta^2+1}}{\sqrt{(2.\theta)^2}}}$$

$$v_B^2 = \frac{\mu.g.R}{\sqrt{\frac{4.\theta^2+1}{4.\theta^2}}}$$

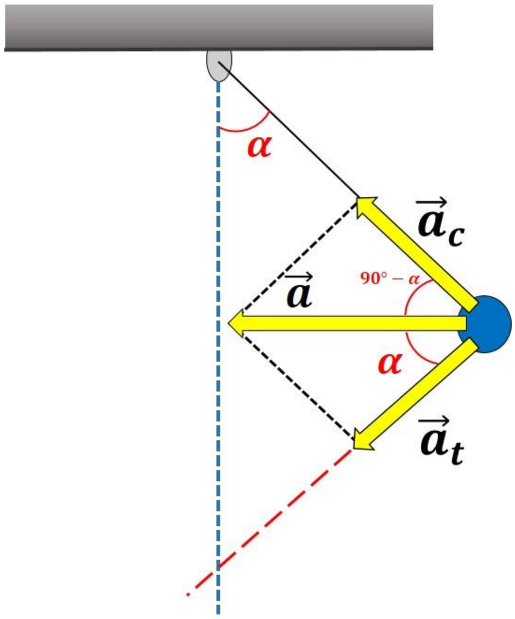
$$v_B^2 = \frac{\mu.g.R}{\sqrt{1+\frac{1}{4.\theta^2}}} = \frac{\mu.g.R}{\left[1+\left(\frac{1}{2.\theta}\right)^2\right]^{1/2}}$$

$$v_B^2 = \frac{\mu.g.R}{\left[1+\left(\frac{1}{2.\theta}\right)^2\right]^{1/2}}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{\mu.g.R}{\left[1+\left(\frac{1}{2.\theta}\right)^2\right]^{1/2}}}$$

Resposta letra a

2. Primeiramente, deve-se desenhar o D.C.L. da aceleração do pêndulo.



Utilizando a decomposição de vetores do D.C.L. e também a seguinte identidade trigonométrica, tem-se:

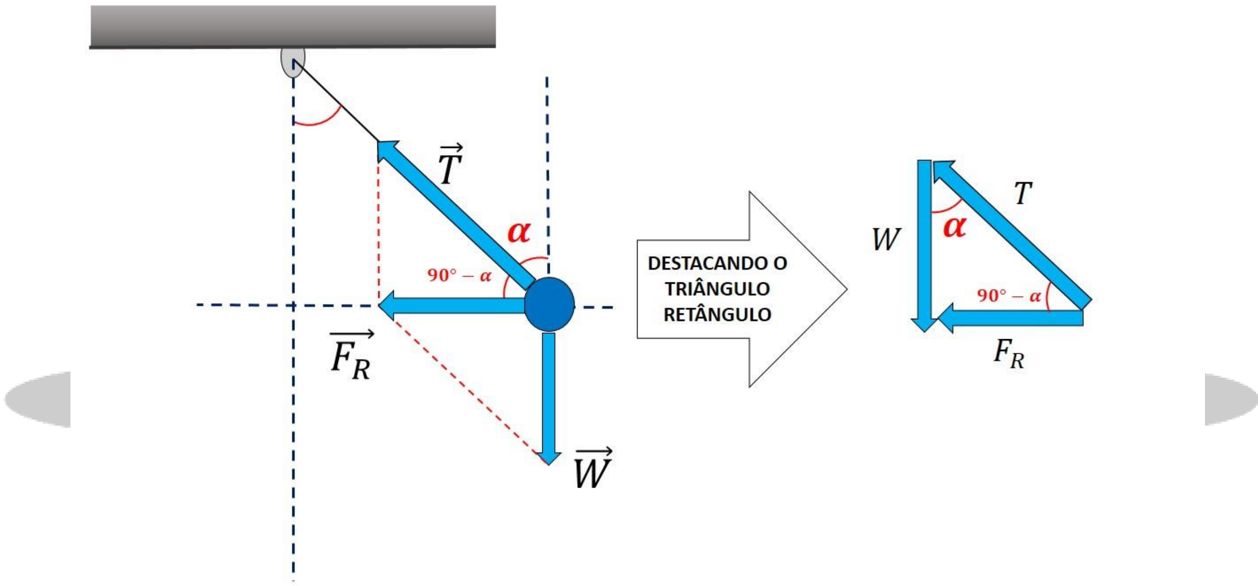
$$\cos(A - B) = cosAcosB + senAsenB$$

$$a_c = a.\cos(90 - \alpha)$$

$$a_C = a.[\cos 90 cos\alpha + sen 90 sen\alpha]$$

$$a_C = a.sen\alpha \ldots (1)$$

No entanto, não se sabe o valor de a. Para isso, deve-se desenhar o D.C.L. das forças que atuam no pêndulo.



Desse D.C.L., pela regra do paralelogramo para vetores, podemos encontrar a força resultante que atua no pêndulo. Pelas relações trigonométricas de um triangulo retângulo, temos:

$$Tg\alpha = \frac{F_R}{W} = \frac{F_R}{m.g} = \frac{m.a}{m.g} = \frac{a}{g}$$

Então:

$$a = g.Tg\alpha$$

Substituindo esse resultado na equação 1, temos:

$$a_c = g.Tg\alpha.sen\alpha$$

Resposta letra a

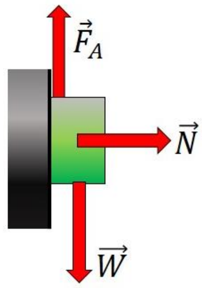
3. As alternativas a) e b) estão incorretas, pois a força centrípeta (F_c) é uma força resultante e é formada pela soma da intensidade das outras forças atuantes no fenômeno observado, desse modo não é possível desenha-la no D.C.L., apenas é possível sentir sua atuação.

O item c) está incorreto, pois, além da força tangencial ser uma resultante e não poder ser desenha em um D.C.L. pelos mesmos motivos da força centrípeta, a direção de (F_T) está incorreta para esse instante.

O item d) é a resposta certa, pois a direção da tensão no fio e do peso da massa presa ao fio está correta e ambas são as únicas forças externas atuantes no pêndulo.

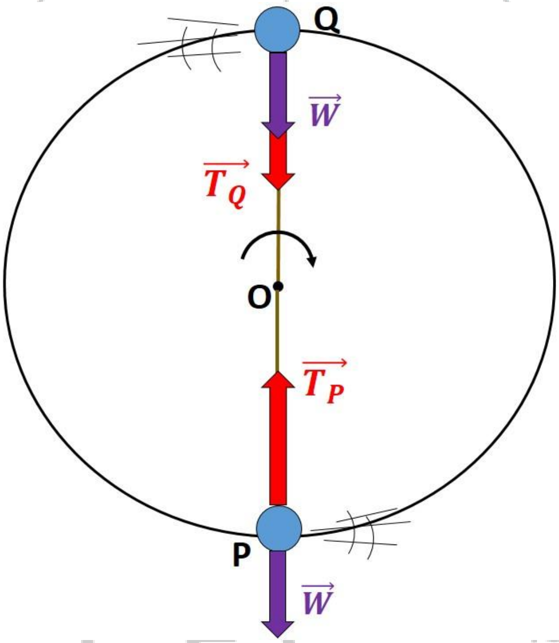
Resposta letra d

4. Fazendo o D.C.L. do bloco descendo pela parede do anel, temos: A força de atrito contrária ao deslocamento, o peso do bloco apontando para baixo e a força normal de contato que a parede do anel exerce no bloco



Resposta letra d

5. Para uma massa “M” ligada a um fio e girando em um plano verticalmente, temos o seguinte D.C.L.



Pelo D.C.L., no ponto Q: posição mais alta.

$$F_C = W + T_Q$$

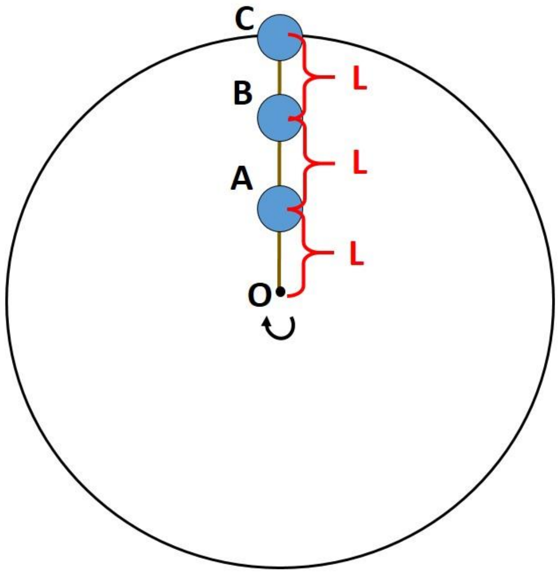
$$T_Q = F_C - W \ldots (1)$$

Pelo D.C.L., no ponto P: posição mais baixa.

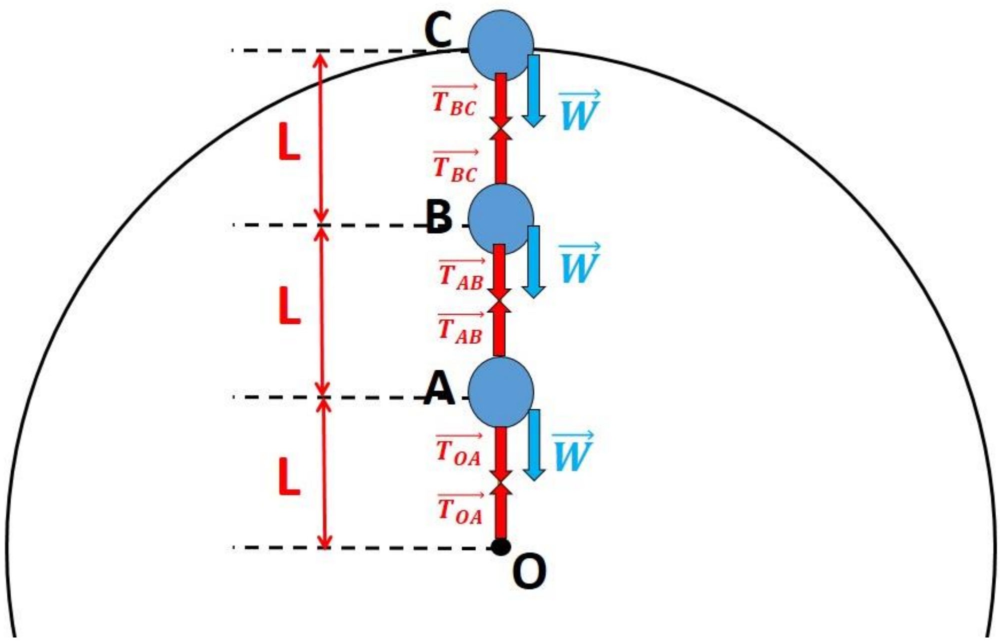
$$F_C = -W + T_P$$

$$T_P = F_C + W \ldots (2)$$

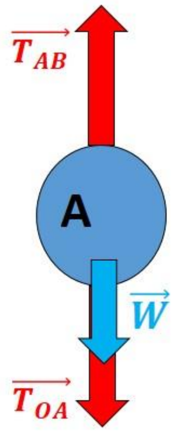
Das equações 1 e 2, podemos concluir que a tensão é mínima na posição Q, isto é, quando a mesma está na vertical, no ponto mais alto. Portanto, para o nosso problema, a tensão T_{OA} é mínima quando as massas ficam alinhadas na vertical e no ponto mais alto.



D.C.L. de todo o sistema:



Para a bola A, temos o seguinte:



$$F_C = m\omega^2 R$$

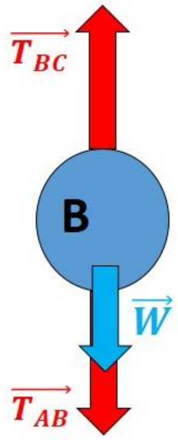
$$T_{OA} + W - T_{AB} = F_C$$

$$T_{OA} + W - T_{AB} = m\omega^2 R$$

$$R = L$$

$$T_{OA} + W - T_{AB} = m\omega^2 L \ldots (*)$$

Para a bola B, temos o seguinte:



$$F_C = m\omega^2 R$$

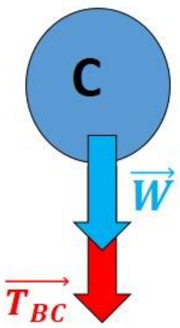
$$T_{AB} + W - T_{BC} = F_C$$

$$T_{AB} + W - T_{BC} = m\omega^2 R$$

$$R = 2L$$

$$T_{AB} + W - T_{BC} = m\omega^2 2L \ldots (**)$$

Para a bola C, temos o seguinte:



$$F_C = m\omega^2 R$$

$$W + T_{BC} = F_C$$

$$W + T_{BC} = m\omega^2 R$$

$$R = 3L$$

$$W + T_{BC} = m\omega^2 3L \ldots (***)$$

Para determinar T_{BC} devemos fazer (*) + (**)

$$T_{OA} + W - T_{AB} + T_{AB} + W - T_{BC} = m\omega^2 2L + m\omega^2 L$$

$$T_{OA} + 2W - T_{BC} = 3m\omega^2 L$$

Com esse resultado, podemos igualar o mesmo com a equação (***)

$$W + T_{BC} = T_{OA} + 2W - T_{BC}$$

$$T_{BC} + T_{BC} = T_{OA} + 2W - W$$

$$2T_{BC} = T_{OA} + W$$

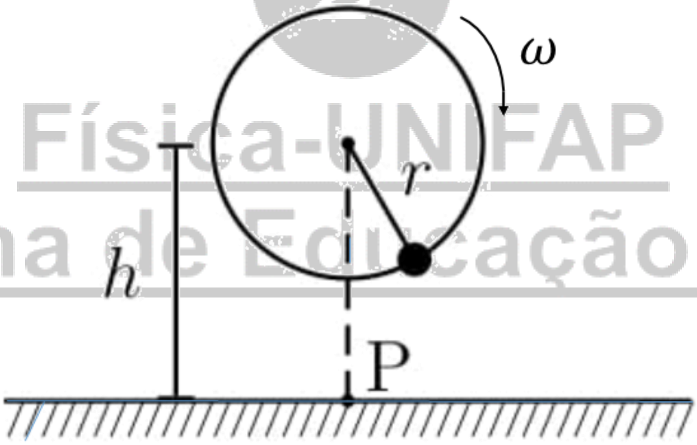
$$T_{BC} = \frac{T_{OA} + W}{2}$$

Pela condição que o problema nos fornece, a tensão T_{OA} é desprezível, então:

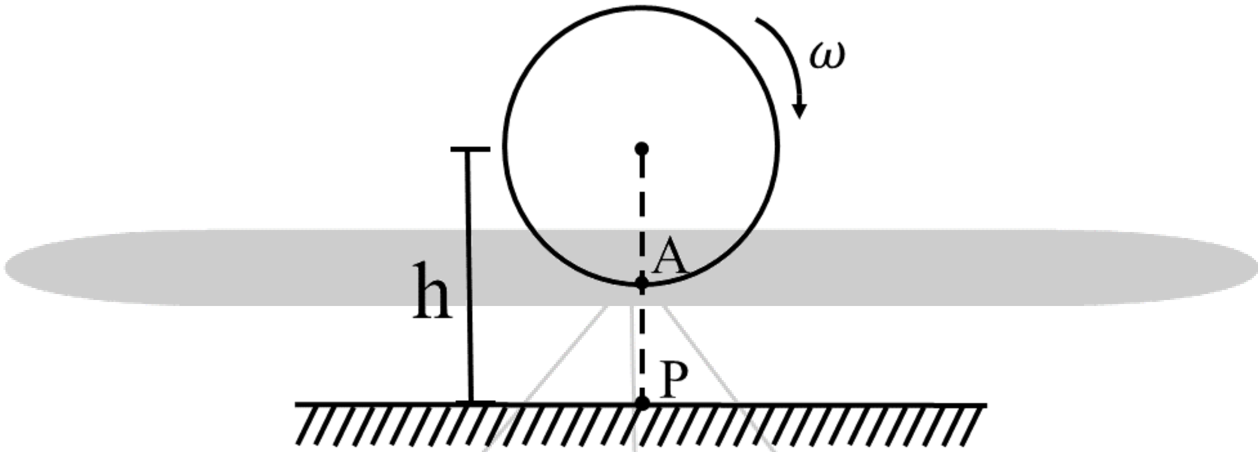
$$T_{BC} = \frac{W}{2}$$

Resposta letra e

6. Neste problema devemos encontrar a velocidade angular mínima ($\omega_{mín}$) para o momento em que acontecerá a ruptura do fio na seguinte imagem:

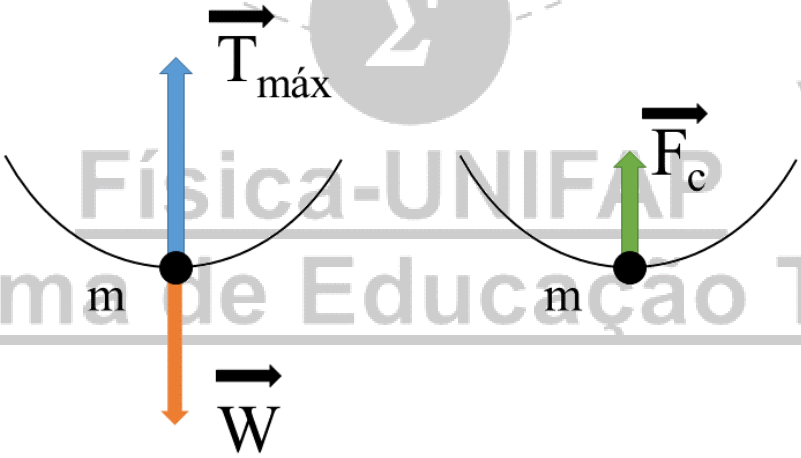


O momento em que o fio estará mais perto de se romper com a velocidade angular mínima é quando a massa estiver no ponto mais baixo da trajetória, pois neste instante a tensão no fio será máxima ($T_{máx}$). Chamaremos este ponto de Ponto A.



Como o corpo está fazendo curva, existe a força centrípeta aplicada sobre ele, sendo que está força é dada como o somatório das forças que estão apontando para o centro menos o somatório das forças que estão apontando para fora do centro. Lembrando também que a força centrípeta aponta sempre para o centro da curva.

Para o corpo no ponto A, tem-se as seguintes forças:



Para força centrípeta em módulo, temos:

$$F_c = T_{máx} - W$$

$$F_c = T_{máx} - mg$$

Substituindo os dados da questão:

$$F_c = T_{máx} - mg$$

$$F_c = 46 - 1.10$$

$$F_c = 46 - 10$$

$$F_c = 36N$$

Ao aplicarmos a segunda lei de Newton para a massa no ponto A, tem-se o seguinte:

$$F_c = m.a_c$$

Sabemos que podemos escrever a segunda lei de Newton para a força centrípeta em função da massa, raio e velocidade angular, logo a segunda lei de Newton poderá ser reescrita da seguinte maneira:

$$F_c = m.r.\omega^2$$

Substituindo os dados encontrados e os dados fornecidos pela questão podemos encontrar a velocidade angular mínima.

$$F_c = mr\omega^2$$

$$36 = 1.1.(\omega_{min})^2$$

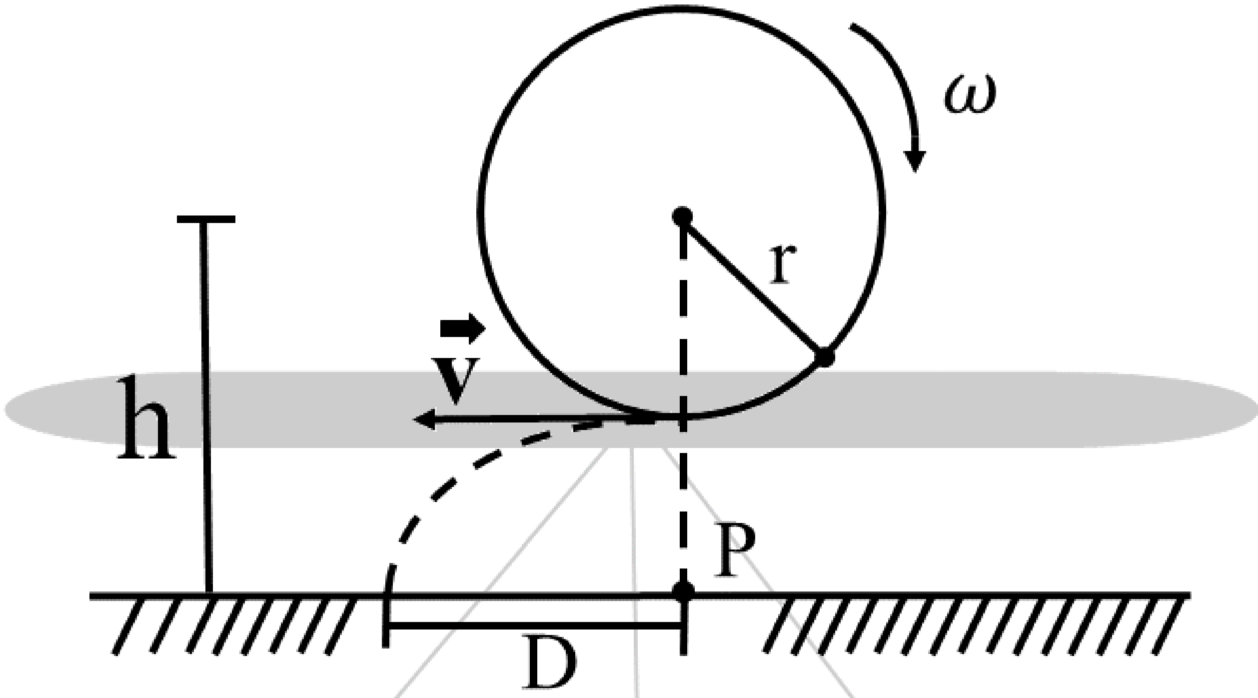
$$36 = (\omega_{min})^2$$

$$\omega_{min} = \sqrt{36}$$

$$\boldsymbol{\omega_{min} = 6\, rad/s}$$

Esta é a velocidade angular no momento em que o fio está prestes a se partir.

Agora o segundo momento é quando o fio se partiu e o corpo cai a uma distância D do ponto P, devemos encontrar essa distância, mas para facilitar a visualização do problema iremos ilustrar com a seguinte imagem:



Como pode-se perceber o corpo é lançado com a velocidade que ela tinha quando estava no Ponto A e o corpo faz um movimento oblíquo.

Primeiro iremos analisar o que acontece horizontalmente. Na horizontal o corpo realiza um Movimento Uniforme (MU), para encontrar D usaremos a função horária da posição:

$$x = x_0 + v.t$$

$$D = v.t$$

Podemos escrever a velocidade linear em função do raio e da velocidade angular (v = r.ω), ao substituir na expressão acima, teremos a seguinte expressão:

$$D = v.t$$

$$\boldsymbol{D = (r\omega).t \ldots (1)}$$

Como no lançamento obliquo o tempo de subida é igual ao tempo de descida, iremos calcular o tempo de subida até o ponto mais alto.

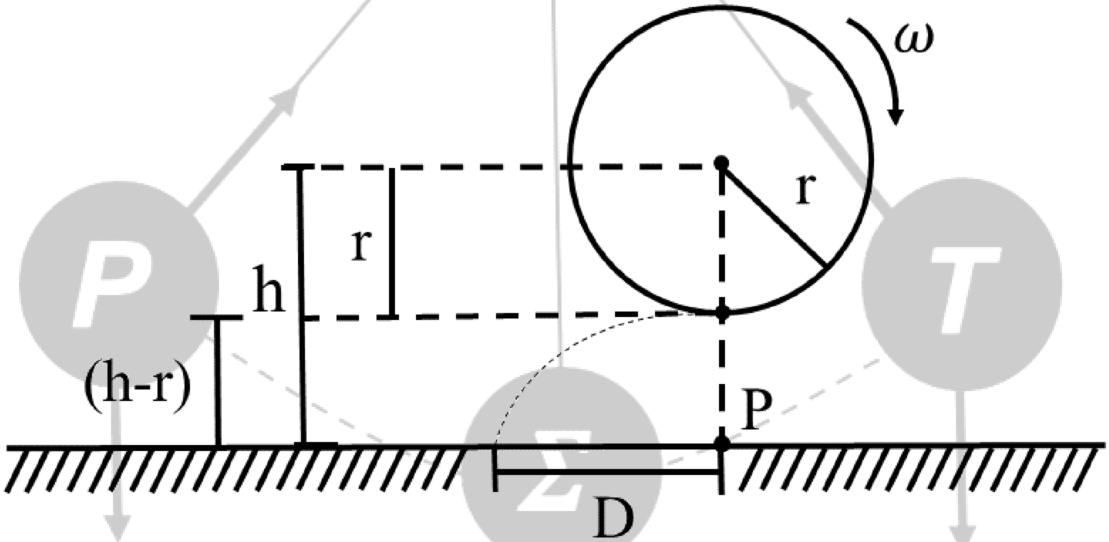
Para o movimento vertical temos um movimento uniformemente variado (muv), logo:

$$y = y_0 + v_{0y} + \frac{1}{2}at^2$$

Considerando $y_0 = 0$ e $v_{0y} = 0$, temos:

$$y = \frac{1}{2}at^2$$

No ponto mais baixo da circunferência a altura y calculada anteriormente equivale a (h-r), como podemos ver na figura:



Substituindo os dados poderemos encontrar o valor para o tempo de subida, lembrando que a aceleração em questão é a aceleração da gravidade:

$$y = \frac{1}{2}at^2$$

$$(h - r) = \frac{1}{2}gt^2$$

$$(6 - 1) = \frac{1}{2}10.\,t^2$$

$$5 = 5.\,t^2$$

$$1 = t^2$$

$$\boldsymbol{t = 1s}$$

Agora basta substituir em (1) os valores encontrados:

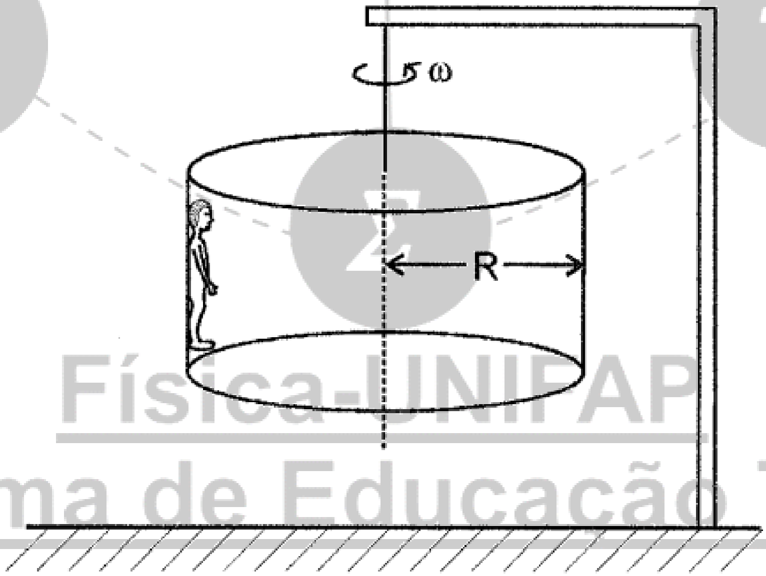
$$D = (r\omega).t$$

$$D = (1.6).1$$

$$\boldsymbol{D = 6\ m}$$

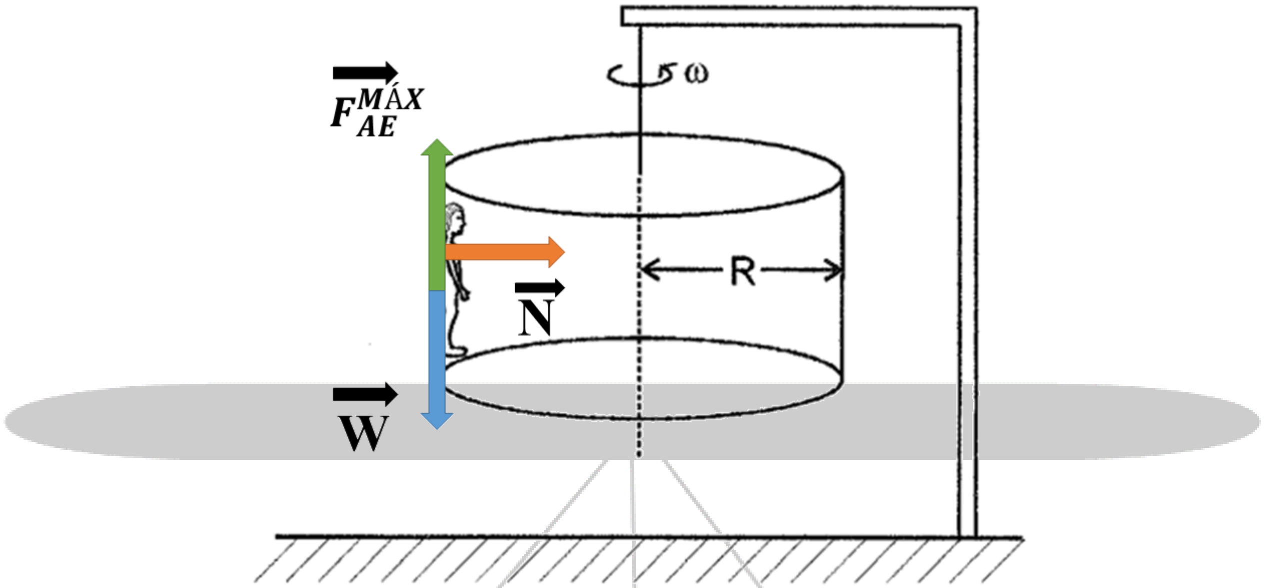
Resposta: letra d.

7. Na figura abaixo há uma pessoa em um brinquedo, esta pessoa não escorrega devido a força de atrito estático (F_{AE}) que atua na direção contrário à força peso (W). Devemos encontrar o raio mínimo para que a pessoa não escorregue.



Note que como buscamos o raio mínimo para a pessoa não deslizar então ela está na iminência de movimento, ou seja, a força de atrito estático é máxima.

Ao identificar as forças no sistema, teremos a seguinte imagem:



Neste caso, a força centrípeta é igual a força normal, devido a ser ela quem aponta para o centro da curva, como ilustrado na figura abaixo:

Então, em módulo, podemos expressar a situação da seguinte maneira:

$$F_c = N$$

Como sabemos, podemos aplicar a segunda lei de Newton para o movimento circular, neste caso escreveremos a aceleração centrípeta em termos de velocidade angular e do raio:

$$F_c = m.R.\omega^2$$

Como a força normal é igual a força centrípeta, substituiremos na expressão acima:

$$F_c = m.R.\omega^2$$

$$\boldsymbol{N = m.R_{mín}.\omega^2 \ldots (1)}$$

Adotando como direção Y a direção onde está a força de atrito estático e a força peso, poderemos aplicar a primeira condição de equilíbrio. Como vimos na segunda apostila, temos o seguinte:

$$\sum F_Y = 0$$

$$F_{AE}^{MÁX} - W = 0$$

$$F_{AE}^{MÁX} = W$$

Pode-se reescrever o peso e a força máxima de atrito estático da seguinte maneira:

$$F_{AE}^{MÁX} = W$$

$$\mu_{AE}.N = mg$$

Substituindo a equação (1) na equação acima:

$$\mu_{AE}.m.R_{mín}.\omega^2 = mg$$

$$\mu_{AE}.R_{mín}.\omega^2 = g$$

$$R_{mín} = \frac{g}{\mu_{AE}.\omega^2}$$

Substituindo os valores de cada termo:

$$R_{mín} = \frac{10}{0{,}5.2^2}$$

$$R_{mín} = \frac{10}{0{,}5.4}$$

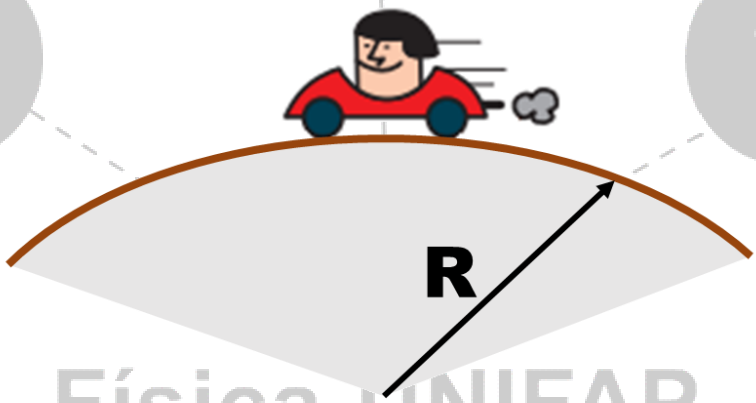
$$R_{mín} = \frac{10}{2}$$

$$\boldsymbol{R_{mín} = 5\ m}$$

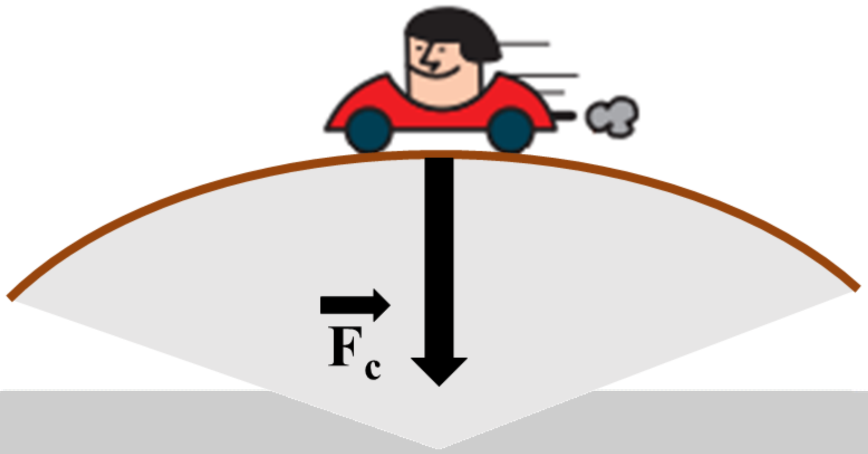
Se o brinquedo for construído com um raio maior do que 5 metros as pessoas que estiverem nele não irão deslizar.

Resposta: letra b.

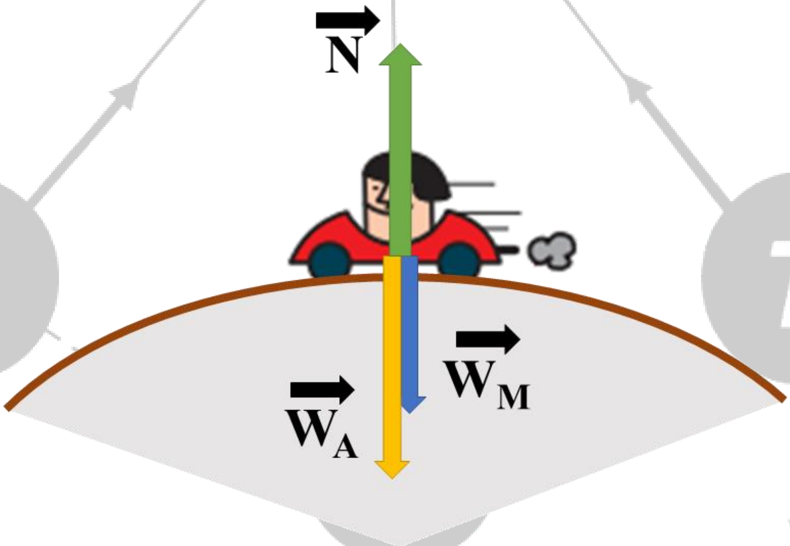
8. Na imagem abaixo o carro passa pelo ponto mais alto de uma curva, neste instante devemos encontrar a força de normal de contato (N) entre a superfície e o carro:



Como o carro está fazendo uma curva há uma força centrípeta agindo sobre ele como ilustrado na seguinte imagem:



Nesta situação, tem-se a força peso do automóvel (W_A), força peso do motorista (W_M) e a força normal (N), como ilustrado na figura abaixo:



Para força centrípeta temos a somatória das forças que atuam em direção ao centro da curva menos as forças que atuam para fora do centro, em módulo teremos o seguinte:

$$F_c = W_A + W_M - N$$

$$F_c = m_A.g + m_M.g - N$$

$$\boldsymbol{F_c = g(m_A + m_M) - N \ldots (1)}$$

Ao aplicarmos a segunda lei de Newton para o movimento circular no conjunto composto pelo automóvel e o motorista, tem-se a seguinte expressão:

$$\boldsymbol{F_c = \frac{(m_A + m_M).v^2}{R}} \dots (\mathbf{2})$$

Igualando as expressões (1) e (2):

$$g(m_A + m_M) - N = \frac{(m_A + m_M).v^2}{R}$$

Agora basta substituir os dados da questão para encontrar a força normal:

$$g(m_A + m_M) - N = \frac{(m_A + m_M).v^2}{R}$$

$$10(800 + 60) - N = \frac{(800 + 60).12^2}{20}$$

$$10.860 - N = \frac{860.144}{20}$$

$$8600 - N = 43.144$$

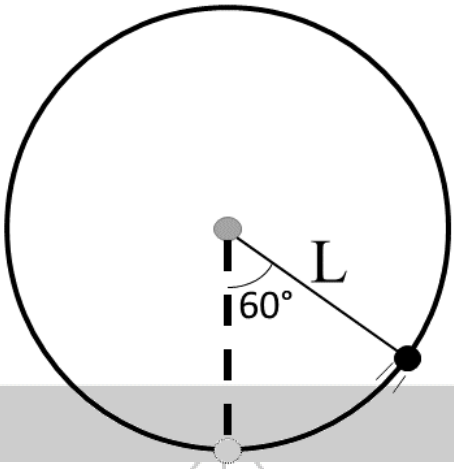
$$8600 - N = 6192$$

$$N = -6192 + 8600$$

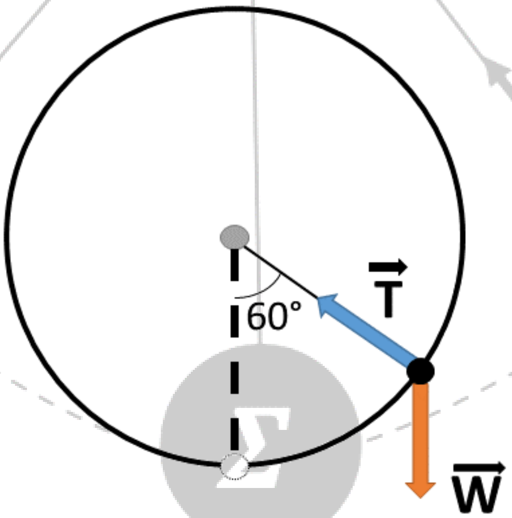
$$\boldsymbol{N = 2408\ N}$$

Resposta: letra e.

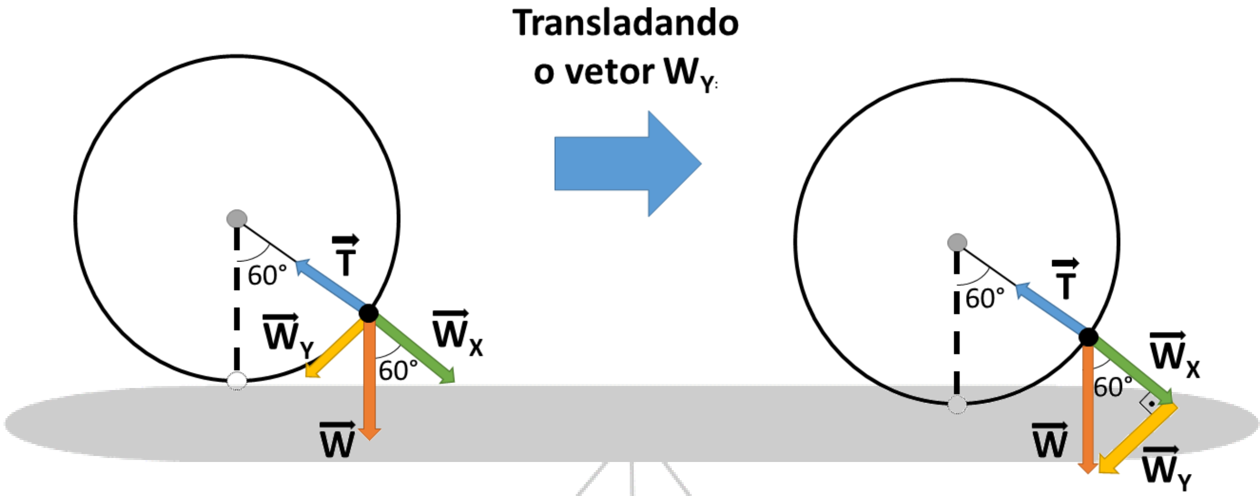
9. Na figura abaixo devemos encontrar qual o valor da tensão no fio quando a bolinha se encontra a 60° do ponto mais baixo da trajetória:



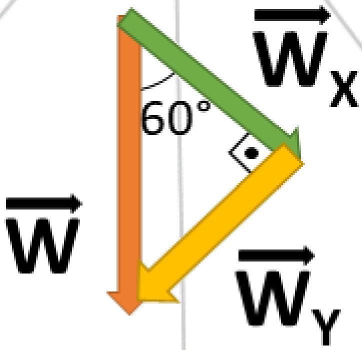
As forças atuantes sobre a bolinha são a força peso e a força de tensão, como ilustrado na figura abaixo:



Ao identificarmos as componentes da força peso na direção radial (x) e na direção tangencial (Y) teremos a seguinte imagem:



Destacando o triângulo:



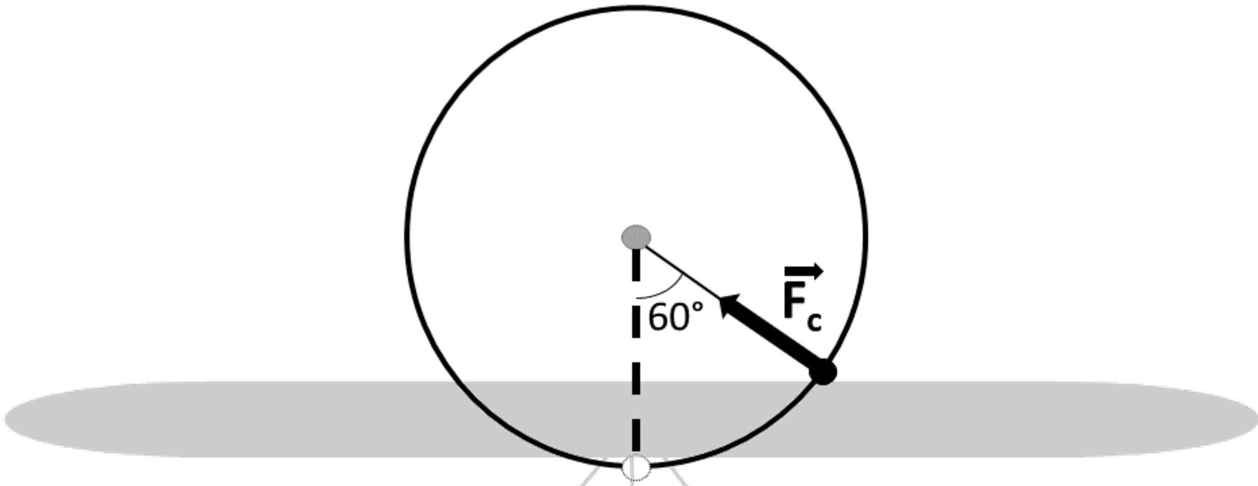
Fazendo a decomposição de W_X, em módulo, teremos:

$$\cos(60°) = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}$$

$$\cos(60°) = \frac{W_X}{W}$$

$$\mathbf{W.\cos(60°) = W_X \ldots (1)}$$

Como o corpo está fazendo curva existe a força centrípeta sobre ele apontando para o centro da curva:



As forças que estão na direção radial (direção do raio da circunferência) são a tensão e a componente W_X da força peso, logo podemos escrever a seguinte relação:

$$F_c = T - W_X$$

Substituindo (1) na expressão acima:

$$\boldsymbol{F_c = T - W.\cos(60°) \ldots (2)}$$

Também podemos aplicar a Segunda Lei de Newton para a força centrípeta:

$$F_c = \frac{m.v^2}{R}$$

$$\boldsymbol{F_c = \frac{m.v^2}{L} \ldots (3)}$$

Igualando (2) e (3):

$$T - w.\cos(60°) = \frac{m.v^2}{L}$$

Agora basta isolar a tensão e substituir os dados da questão:

$$T - w.\cos(60°) = \frac{m.v^2}{L}$$

$$T - m.g.\cos(60°) = \frac{m.v^2}{L}$$

$$T - 0{,}8.10.\frac{1}{2} = \frac{0{,}8.2^2}{0{,}4}$$

$$T - 0{,}8.5 = \frac{0{,}8.4}{0{,}4}$$

$$T - 4 = 2.4$$

$$T - 4 = 8$$

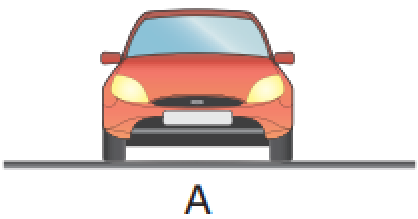
$$T = 8 + 4$$

$$\boldsymbol{T = 12\ N}$$

Resposta letra a

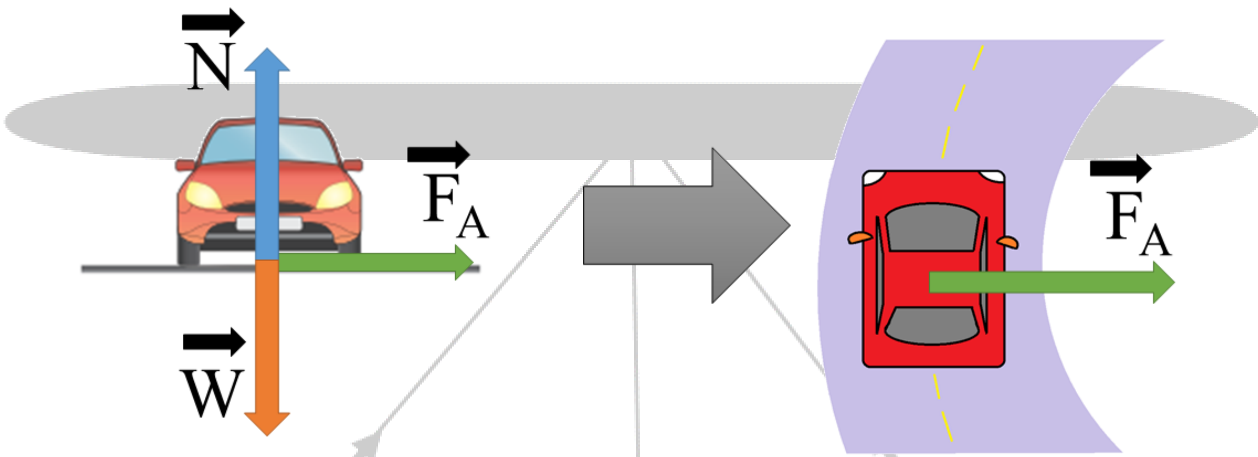
10. Na primeira situação temos o carro fazendo uma curva sobre um plano horizontal. Na segunda situação o carro está fazendo uma curva sobre um plano inclinado, como mostrado nas figuras A e B, respectivamente:

Começaremos analisando a figura A.



Como o corpo está sobre um plano horizontal, a força normal e força peso se anulam, e como o corpo está fazendo curva há uma força centrípeta agindo sobre ele, que neste caso é a força de atrito, como ilustrado na figura abaixo:

Carro visto de frente: **Carro visto de cima:**



Adotando a direção vertical como Y e a direção horizontal como X, podemos aplicar a primeira condição de equilíbrio para a direção Y, já que não há movimento nesta direção. Então teremos, em módulo a seguinte relação:

$$\sum F_Y = 0$$

$$N - W = 0$$

$$N - mg = 0$$

$$\boldsymbol{N = mg}$$

Como já sabemos a força centrípeta aponta para o centro da curva, neste caso é a força de atrito, logo podemos escrever a seguinte relação:

$$F_c = F_A$$

$$F_c = \mu . N$$

Como encontramos que N = mg, iremos substituir na expressão que acabamos de encontrar para a força centrípeta:

$$F_c = \mu . N$$

$$\boldsymbol{F_c = \mu . mg \dots (1)}$$

Aplicando a Segunda Lei de Newton para o movimento circular temos:

$$\boldsymbol{F_c = \frac{mv^2}{R} \dots (2)}$$

Igualando a equação (1) e (2):

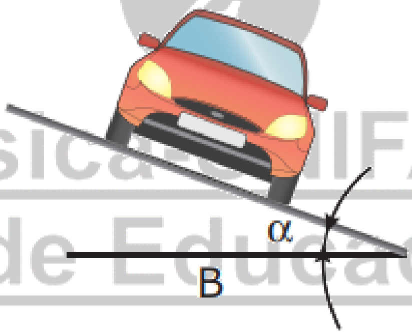
$$\mu . mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$\mu . g = \frac{v^2}{R}$$

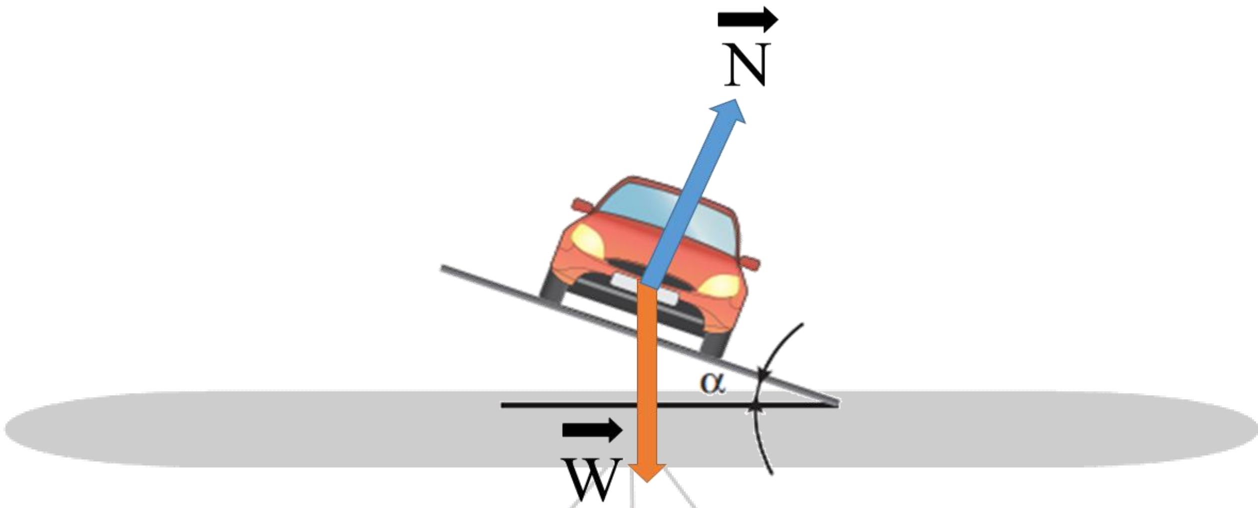
$$\boldsymbol{\mu = \frac{v^2}{gR} \dots (3)}$$

Agora analisaremos a segunda situação.

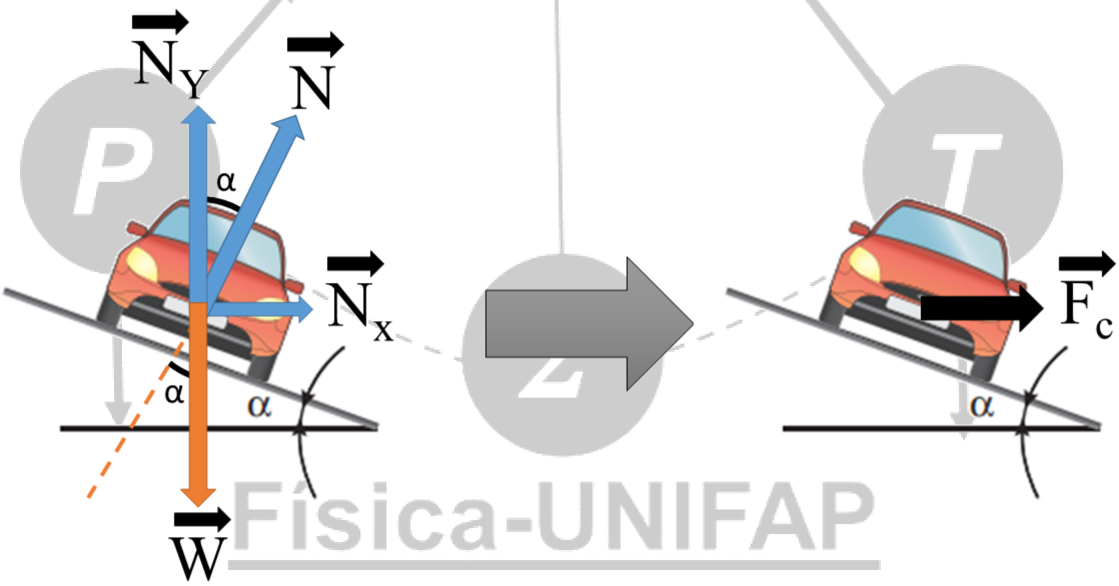
Nesta situação o carro está sobre um plano inclinado e não tem tendência a derrapar, logo não tem força de atrito.



Ao identificarmos as forças atuantes sobre o carro, teremos a força peso e a força normal, como ilustrado na figura abaixo:



Decompondo a Força Normal na direção horizontal (X) e na direção vertical (Y), com isso pode-se perceber que a força que atua em sentido ao centro da curva é a componente X da Força Normal:



Logo, podemos escrever a seguinte relação:

$$F_c = N_X \dots (4)$$

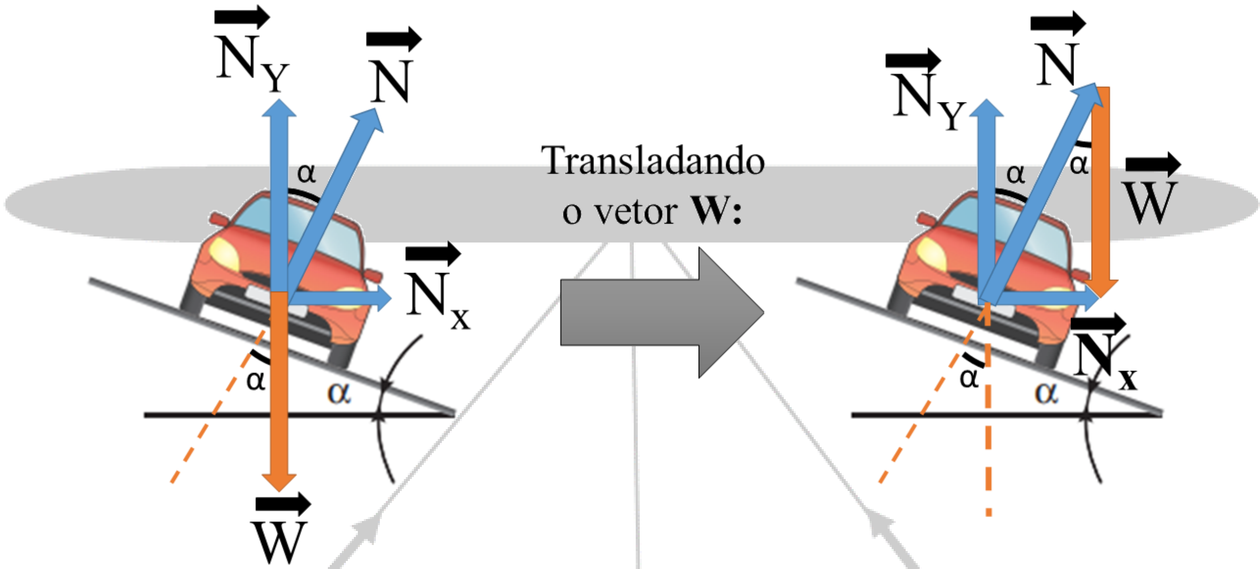
Aplicando a segunda lei de newton para o movimento circular:

$$F_c = \frac{mv^2}{R} \dots (5)$$

Igualando (4) e (5):

$$N_X = \frac{mv^2}{R} \dots (6)$$

Para a inclinação α iremos destacar o seguinte triângulo:



Destacando o triângulo:

Com este triangulo formado podemos escrever a seguinte relação:

$$\tan(\alpha) = \frac{sen(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{Cateto\ oposto}{hipotenusa}}{\frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{N_X}{N}}{\frac{W}{N}}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{N_X}{N} \cdot \frac{N}{W}$$

$$\boldsymbol{\tan(\alpha) = \frac{N_X}{W} \ldots (7)}$$

Substituindo (6) na (7):

$$\tan(\alpha) = \frac{\frac{mv^2}{R}}{mg}$$

$$\tan(\alpha) = \frac{mv^2}{R} \cdot \frac{1}{mg}$$

$$\boldsymbol{\tan(\alpha) = \frac{v^2}{gR} \ldots (8)}$$

Igualando (3) e (8), podemos escrever a seguinte relação:

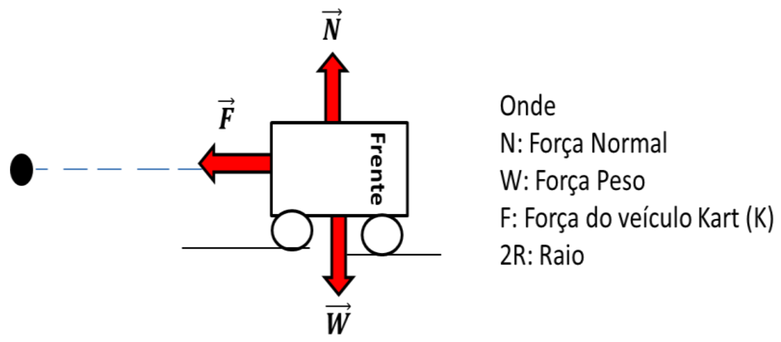
$$\boldsymbol{\tan(\alpha) = \mu}$$

Note que isto é verdade porque a velocidade e o raio são os mesmos nas duas situações.

Resposta: letra a.

11. Para analisar melhor a questão, vamos primeiro fazer o diagrama de corpo livre (D.C.L.) em cada veículo em suas curvas correspondentes. Lembrando que a força centrípeta é uma força resultante, e não uma só força.

Fazendo o D.C.L. no veículo Kart (K) na curva Tala larga



Nessa situação, a força peso W e a Normal irão se anular.

Como a força centrípeta é a resultante das forças radiais, analisa-se no D.C.L. que a força F é a que está apontada para o raio. Então temos:

$$F_c = F$$

Porém na questão é dado que o módulo da força centrípeta do veículo K é FK, substituindo temos:

$$F_c = FK$$

Sabendo que

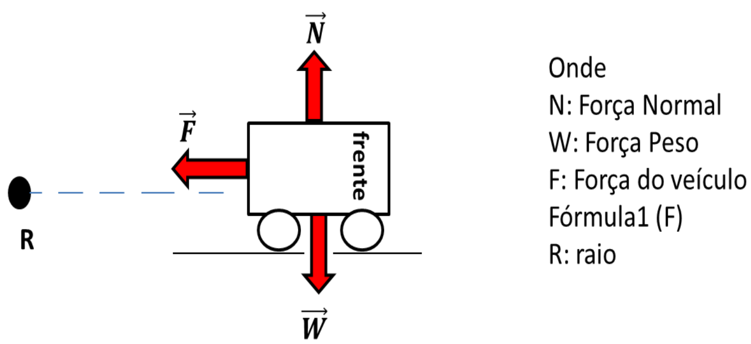
$$F_C = \frac{mv^2}{R}$$

Substituindo pelos valores dados na questão, temos

Dados: massa = M Raio = 2R

$$FK = \frac{Mv^2}{2R}$$

Agora fazendo o D.C.L no veículo Fórmula 1 (F) na curva do laço



Nessa situação, a força peso W e a Normal irão se anular.

A força centrípeta nesse veículo é:

$$F_c = F$$

Na questão é dado que o módulo da força centrípeta do veículo fórmula 1 é FF, substituindo temos:

$$F_c = FF$$

Sabendo que

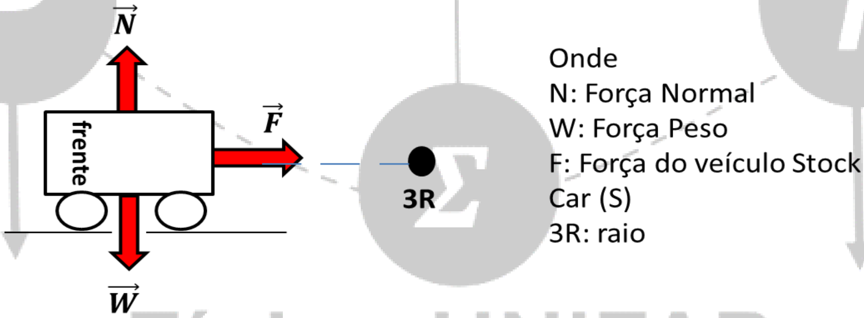
$$F_C = \frac{mv^2}{R}$$

Substituindo pelos valores dado na questão, temos

Dados: massa = 3M   Raio = R

$$FF = \frac{3Mv^2}{R}$$

Fazendo o D.C.L no veículo Stock-car (S)



Observa-se que a força peso W e a normal N são perpendiculares, então elas se anulam. A força radial aqui é F, então temos

$$F_c = F$$

Na questão é dada que a força centrípeta do veículo S é FS, então substituindo, temos

$$F_c = FS$$

Sabendo que

$$F_C = \frac{mv^2}{R}$$

Substituindo pelos valores dados na questão

Dados: massa = 6M   Raio = 3R

$$FS = \frac{6Mv^2}{3R}$$

$$FS = \frac{2Mv^2}{R}$$

Agora fazendo uma comparação entre as forças centrípetas.

$$FK = \frac{Mv^2}{2R}$$

$$FF = \frac{3Mv^2}{R}$$

$$FS = \frac{2Mv^2}{R}$$

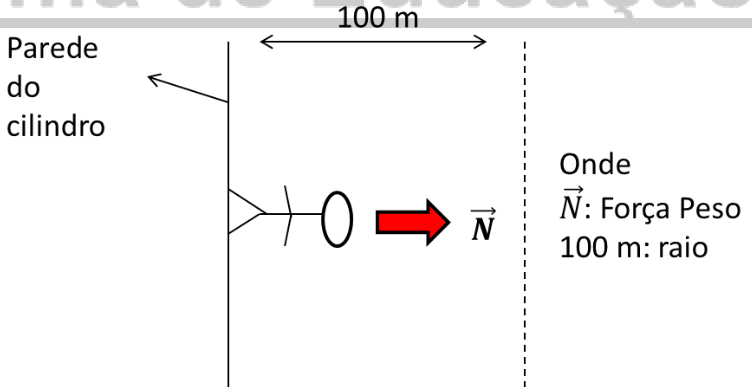
A força centrípeta menor é de FK, e a força centrípeta maior é de FF. Então temos

$$FK < FS < FF$$

Resposta letra b.

12. Para analisar melhor a questão, faremos o diagrama de corpo livre (D.C.L)

Fazendo o D.C.L.



Lembrando que a força centrípeta é uma força resultante das forças radias. Analisando no D.C.L que há apenas uma força radial, então temos que

$$F_C = N$$

No entanto, sabemos que para uma sensação de peso como se o corpo estivesse na superfície terrestre temos:

$$N = W$$

$$N = m.g$$

Então:

$$F_C = m.g$$

Sabendo que pela 2° Lei de Newton para o movimento circular, temos:

$$F_c = m.a_c$$

Lembrando que $a_c = \omega^2.R$ para velocidade angular

Então temos que

$$F_c = m.\omega^2.R$$

Onde substituindo F_c por W

$$W = m.\omega^2.R$$

$$mg = m.\omega^2.R$$

$$g = \omega^2.R$$

Substituindo pelos valores dados na questão

Dados: R = 100m ω =?   W = mg

Adotando g = 9,8 m/s²

$$9{,}8 = \omega^2.100$$

$$\omega^2 = 9{,}8/100$$

$$\omega^2 = 0{,}098$$

$$\omega = \sqrt{0{,}098}$$

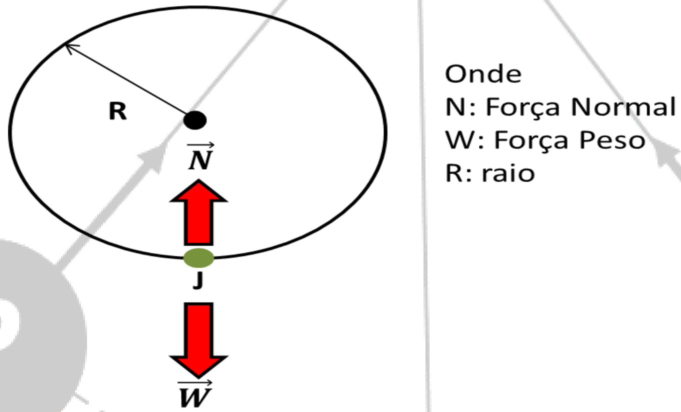
$$\omega = 0{,}3\ rad/s$$

Quando se trata de velocidade angular, vamos sempre trabalhar com radiando por segundo.

Resposta letra b.

13. Para resolver, vamos primeiro analisar a questão fazendo o diagrama de corpo livre (D.C.L.)

Fazendo o D.C.L. no ponto J



Vale lembrar que a força centrípeta é uma força resultante de todas as forças radias. No D.C.L.

Então temos que

$$F_c = N - W$$

Sabendo que pela 2º Lei de Newton do movimento circular , temos:

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$N - W = \frac{mv^2}{R}$$

$$N - mg = \frac{mv^2}{R}$$

$$N = mg + \frac{mv^2}{R}$$

Agora substituindo pelos dados da questão

Dados: g= 10 m/s^2 m = 50Kg   R = 2m v = 36 km/h

Vamos primeiro transformar a velocidade 36 km/h em m/s

$$\frac{36km/h}{3,6} = 10m/s$$

Substituindo

$$N = 50 * 10 + \frac{50 * 10^2}{2}$$

$$N = 500 + \frac{50 * 100}{2}$$

$$N = 500 + \frac{5000}{2}$$

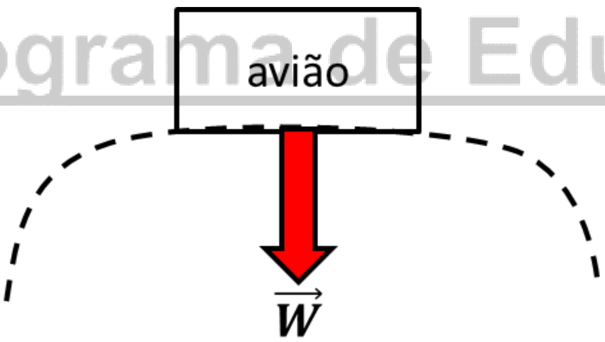
$$N = 500 + 2500$$

$$N = 3000N$$

Resposta letra b.

14. Para analisar melhor a questão faremos o diagrama de corpo livre (D.C.L.).

Fazendo o D.C.L. no avião no ponto P



Onde
W: Força peso
g: gravidade

Percebe-se que existe apenas uma força radial apontando para o centro da curva, que é o peso do avião W. Então temos:

$$F_c = W$$

Pela 2º Lei de Newton para o movimento circular temos:

$$F_c = ma_c$$

Sabendo que

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Então temos que

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

$$W = \frac{mv^2}{R}$$

Sendo que W=mg

$$mg = \frac{mv^2}{R}$$

Para achar a velocidade em que o avião deve estar para atingir a imponderabilidade, fazemos:

$$g = \frac{v^2}{R}$$

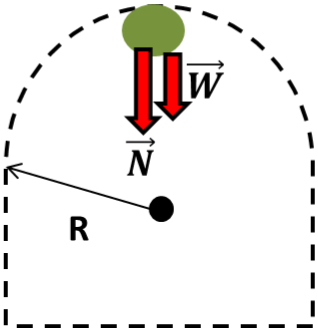
$$v^2 = gR$$

$$v = \sqrt{gR}$$

Resposta letra b.

15. Para achar os valores da força centrípeta do conjunto motocicleta mais motociclista e o valor da reação Normal do globo sobre oconjunto, primeiro vamos fazer o diagrama de corpo livre (D.C.L.) em cada um deles.

Fazendo o D.C.L. no ponto A



Onde
W: Força Peso
N: Força Normal do globo
R: raio

No ponto A a força Peso W e a normal N são forças radiais, logo a soma das mesmas será a força centrípeta. Primeiro iremos achar a força centrípeta que atua no conjunto motocicleta mais motociclista. Sabemos que:

$$F_c = \frac{mv^2}{R}$$

Substituindo pelos valores dados na questão

Dados: massa = 140Kg v = 7m/s Raio = 2,5m

$$F_c = \frac{140 * 7^2}{2,5}$$

$$F_c = \frac{140 * 49}{2,5}$$

$$F_c = \frac{6860}{2,5}$$

$$F_c = 2744$$

Para achar a reação Normal sobre o conjunto, faremos:

$$F_c = W + N$$

Substituindo pelos valores dados na questão e F_c encontrada, temos:

Dados: F_c = 2744 m = 140kg g = 10m/s^2

$$2744 = 140 * 10 + N$$

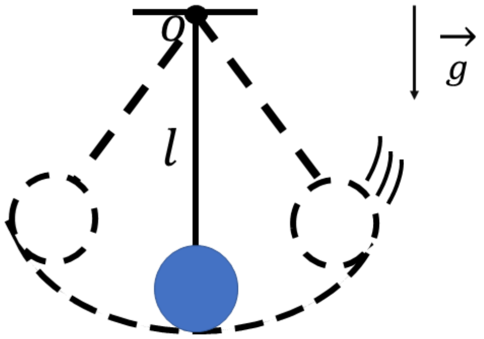
$$2744 = 1400 + N$$

$$N = 2744 - 1400$$

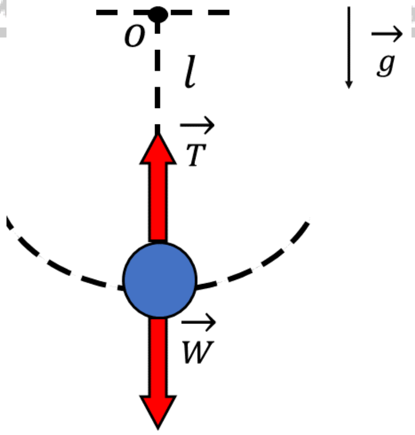
$$N = 1344$$

Resposta letra e.

16. Inicialmente iremos desenhar a situação para compreendermos melhor o problema, assim temos:



Onde l é o comprimento da corda. Para encontrarmos a tração na corda no ponto mais baixo da trajetória iremos começar fazendo um D.C.L do corpo A quando ele está nesse ponto, então temos



Dado que o corpo realiza um movimento circular e analisando as forças radiais atuantes no eixo y, vemos que F_C é:

$$F_C = T - W \text{ ...}\mathbf{(1)}$$

Agora para encontrarmos F_C devemos aplicar a 2ª Lei de Newton para o movimento circular, assim

2ª Lei de Newton para o corpo A:

$$F_C = m.a_c = m.\frac{v^2}{R} \text{ ...}\mathbf{(2)}$$

Da **(1)** e **(2)** temos

$$m.\frac{v^2}{R} = T - W \text{...}\mathbf{(3)}$$

Vemos através do D.C.L. do corpo A que $R = l$ e devemos lembrar que a intensidade da força peso é calculada por:

$$W = m.g$$

Portanto, substituindo o que foi dito acima na **(3)** e isolando T encontraremos a tração, assim

$$m.\frac{v^2}{l} = T - m.g$$

$$T = m.\frac{v^2}{l} + m.g$$

Antes de colocarmos os valores dados no enunciado devemos converter os valores v e m para as suas unidades no S.I. para que todas as unidades estejam de acordo uma com a outra, então

$$l = 10\ cm = 0{,}1\ m$$

$$m = 20g = 0{,}02kg$$

Agora sim substituindo os valores dados no enunciado da questão, temos:

$$T = 0{,}02.\frac{2^2}{0{,}1} + 0{,}02.10$$

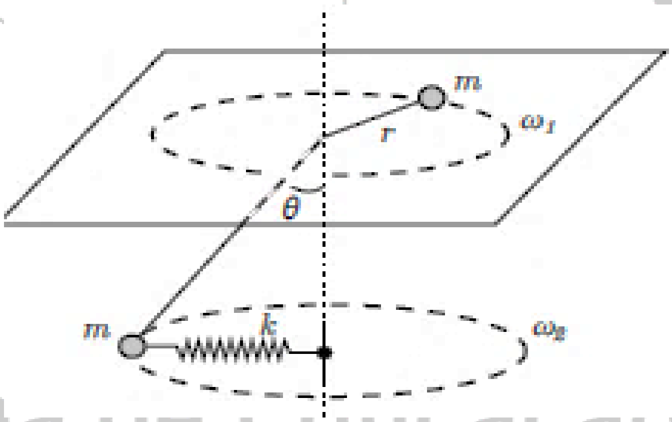
$$T = 0{,}02.40 + 0{,}2 = 0{,}8 + 0{,}2$$

$$T = 1{,}0\ N$$

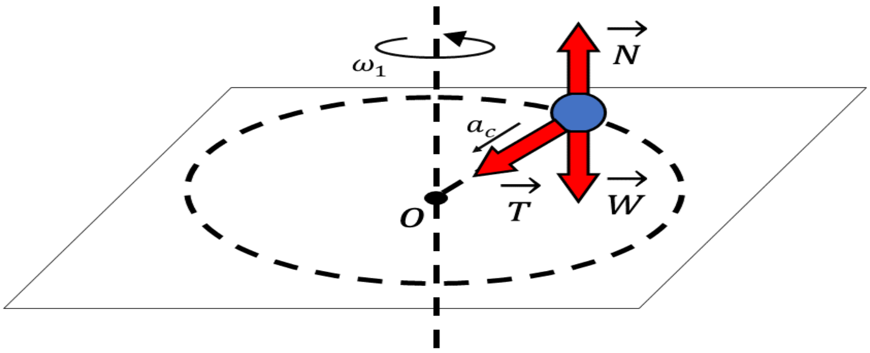
Portanto, quando o corpo está no ponto mais baixo da trajetória a intensidade da força de tração no fio corresponde a 1,0 N.

Resposta: Letra e.

17. Imagem original da questão:



Para sabermos a razão $(\omega_2/\ \omega_1)^2$ devemos encontrar a velocidade angular de cada partícula e relacioná-las, para isso devemos iniciar fazendo D.C.L. das duas partículas do problema, e posteriormente aplicarmos a 2ª lei de Newton para o movimento circular para cada uma, assim temos o D.C.L. da partícula sobre a mesa (situação 1):



Como dito no enunciado da questão, a partícula faz um movimento circular uniforme e através de seu D.C.L. vemos que há apenas uma única força radial, no caso para o centro "o", logo

$$F_C = T$$

Aplicando a 2ª lei de Newton para o movimento circular, temos:

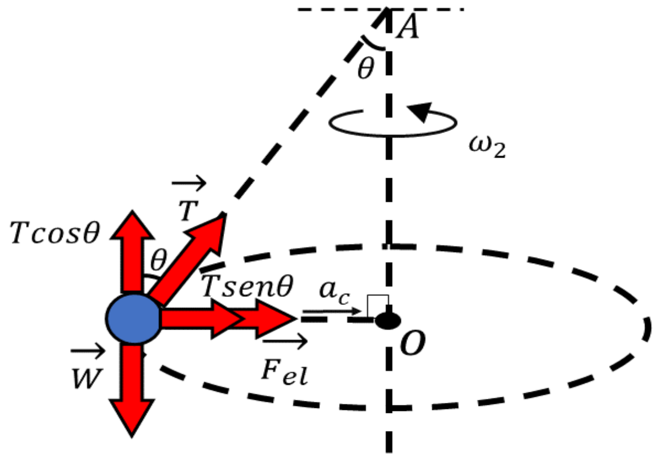
$$F_C = m.a_C$$

$$F_C = m\omega_1{}^2 r$$

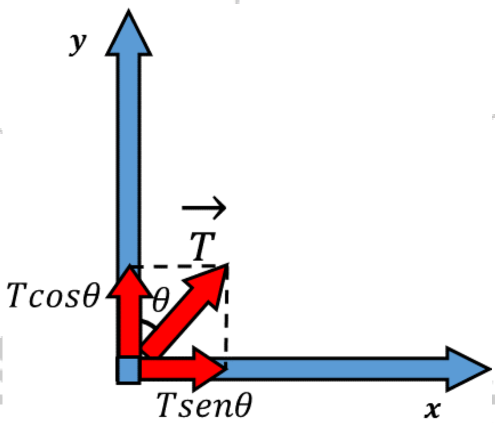
Como visto anteriormente, $F_C = T$ logo

$$T = m\omega_1{}^2 r \text{ ...}\textbf{(1)}$$

Agora iremos analisar o movimento da segunda partícula, a que está suspensa. Desse modo conseguiremos achar a intensidade da força de tensão T, dado que as duas partículas compartilham da mesma corda então possuem a mesma tensão, porém em sentidos contrários, e também $\omega_2{}^2$da partícula, assim fazendo um diagrama de corpo livre da partícula suspensa (situação 2), temos:



Lembrando que decompomos $\vec{T}$ deste modo:



Ao analisarmos o movimento da partícula em relação ao eixo y, ou seja, na vertical, notamos que a partícula está em equilíbrio estático, logo

$$\sum F_Y = 0$$

$$Tcos\theta = W$$

Sendo a intensidade da força peso calculado por $W = mg$ então

$$Tcos\theta = mg$$

$$T = \frac{mg}{cos\theta} \text{ ...}\textbf{(2)}$$

Colocando o valor de T dado em **(1)** temos:

$$\frac{mg}{cos\theta} = m{\omega_1}^2 r$$

Agora basta isolarmos ${\omega_1}^2$, assim

$$\omega_1^2 = \frac{g}{rcos\theta} \text{ ...}\textbf{(3)}$$

Agora ao analisarmos a partícula em relação ao eixo x, ou seja, na horizontal, vemos que ela realiza um movimento circular uniforme e, de acordo com o seu D.C.L., a resultante das forças radiais, ou seja, a força centrípeta, que atuam nela é

$$F_C = Tsen\theta + F_{el}$$

Dado que há somente forças para o centro "O".

Aplicando a 2ª lei de Newton para o movimento circular, temos:

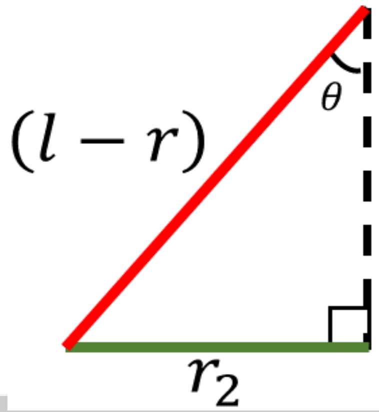
$$F_C = m.a_C$$

$$F_C = m{\omega_2}^2 r_2$$

Das duas equações acima podemos concluir que

$$Tsen\theta + F_{el} = m{\omega_2}^2 r_2 \text{ ...}\textbf{(4)}$$

A partir do triangulo retângulo abaixo, que foi retirado da imagem da questão poderemos encontrar r_2, assim



Se o comprimento total da corda que prende as duas partículas é l então a hipotenusa do triângulo será $(l - r)$, então

$$sen\theta = \frac{r_2}{(l - r)}$$

$$r_2 = sen\theta(l - r) \ldots (\mathbf{5})$$

Temos que:

$$F_{el} = kx$$

Entretanto, como o comprimento natural da mola é desprezível então a deformação na mola corresponde a r_2, logo

$$F_{el} = kr_2 = ksen\theta(l - r)$$

Usando o resultado obtido de F_{el} , a equação **(2)** e a equação **(5)** na equação **(4)** temos:

$$\frac{mg}{cos\theta} sen\theta + ksen\theta(l - r) = m{\omega_2}^2\, sen\theta(l - r)$$

$$\frac{mg}{cos\theta} + k(l - r) = m{\omega_2}^2\,(l - r)$$

$$\frac{mg + k(l-r)cos\theta}{cos\theta} = m{\omega_2}^2\,(l-r)$$

Isolando ${\omega_2}^2$ temos

$${\omega_2}^2 = \frac{mg+k(l-r)cos\theta}{m(l-r)cos\theta} \textbf{...(6)}$$

Portanto, basta fazermos a relação $(\omega_2/\,\omega_1)^2$, para isso usaremos as equações **(3)** e equação **(6)**, assim:

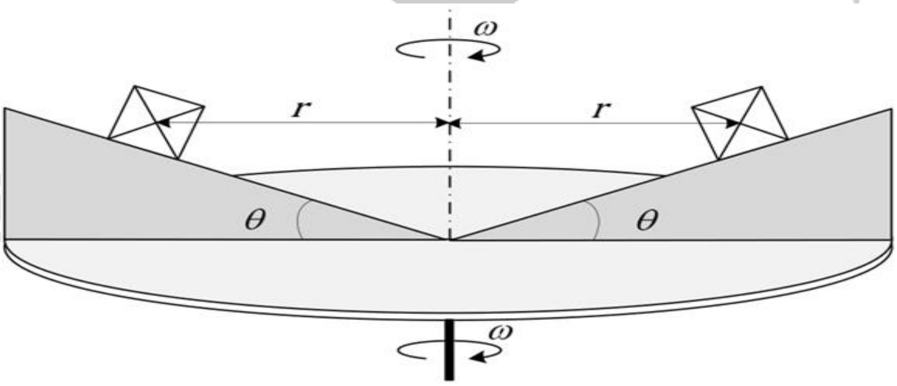
$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = \frac{{\omega_2}^2}{{\omega_1}^2} = \frac{\frac{mg+k(l-r)cos\theta}{m(l-r)cos\theta}}{\frac{g}{rcos\theta}} = \frac{mg+k(l-r)cos\theta}{m(l-r)cos\theta}\cdot\frac{rcos\theta}{g}$$

$$\frac{{\omega_2}^2}{{\omega_1}^2} = \frac{r[mg+k(l-r)cos\theta]}{mg(l-r)}$$

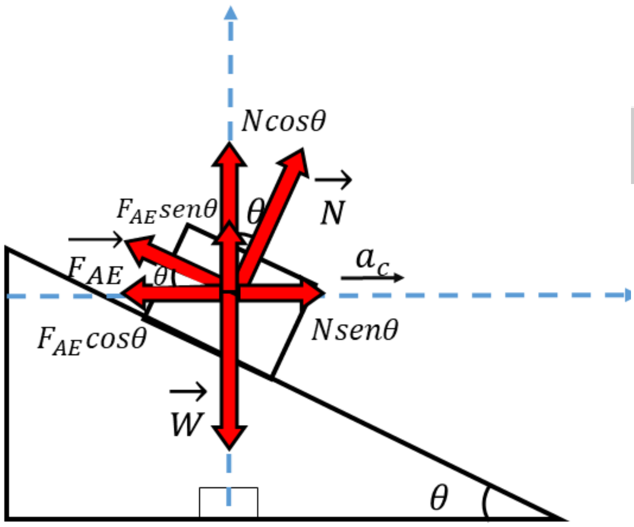
Assim, a razão$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2$ é dada pela expressão encontrada acima.

Resposta: letra a.

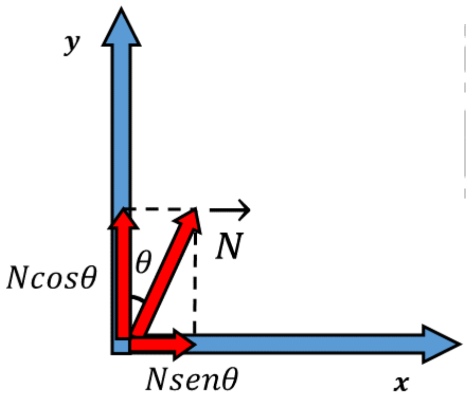
18. Imagem original da questão:

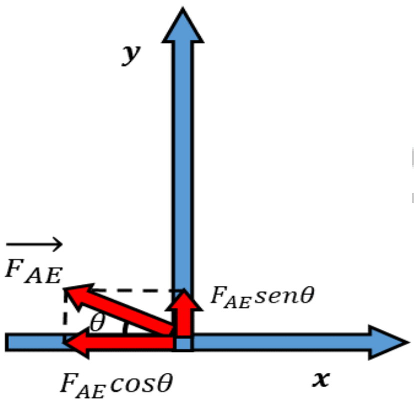


Devemos encontrar o menor valor de ω para que o sistema continue realizando seu movimento circular nas mesmas condições ditas no enunciado e mostrado na imagem acima, para isso devemos começar fazendo um D.C.L. de um dos blocos pertencentes ao sistema, pode ser qualquer um dos dois pois ambos são idênticos e estão na mesma situação, assim fazendo um D.C.L. do bloco de massa m, temos:



Onde ao decompormos $\vec{N}$ e $\vec{F}_{AE}$ nos eixos x, y temos





Fizemos deste modo pois queremos encontrar as forças radiais atuantes no bloco, portanto a força centrípeta no bloco é:

$$F_C = N_X - F_{AEx} = Nsen\theta - \mu_{AE} Ncos\theta \textbf{ ...(1)}$$

Lembrando que F_{AEx} é máxima pois o bloco está na iminência de se mover.

A equação **(1)** não é suficiente para encontrarmos ω, para isso devemos aplicar a 2ª Lei de Newton para o movimento circular no bloco, assim temos que :

$$F_C = m.a_c = m.\frac{v^2}{r} = m.\omega^2.r \textbf{ ...(2)}$$

Substituindo a **(1)** na **(2)** temos:

$$Nsen\theta - \mu_{AE} Ncos\theta = m * \omega^2 * r$$

Sendo $\mu_{AE} = \mu$ temos

$$Nsen\theta - \mu Ncos\theta = m * \omega^2 * r \textbf{ ...(3)}$$

Entretanto, não sabemos o módulo de N, para encontrá-lo vamos analisar agora o que ocorre com o bloco em relação ao eixo y, ou seja, a vertical, assim, vemos que como não há movimento do bloco em relação e este eixo então o bloco está em equilíbrio estático, temos

$$N_y + F_{AEy} = W$$

Onde $W = m.g$, assim

$$Ncos\theta + F_{AE} sen\theta = m.g$$

$$Ncos\theta + \mu Nsen\theta = m.g$$

$$N = \frac{m.g}{(cos\theta + \mu sen\theta)} \textbf{...(4)}$$

Substituindo a **(4)** na **(3)** temos

$$\frac{m*g}{(cos\theta+\mu sen\theta)}sen\theta-\mu\frac{m*g}{(cos\theta+\mu sen\theta)}cos\theta=m.\omega^2.r$$

$$\frac{m.g.sen\theta-\mu.m.g.cos\theta}{(cos\theta+\mu sen\theta)}=m.\omega^2.r$$

$$\frac{m.g(sen\theta-\mu.cos\theta)}{(cos\theta+\mu sen\theta)}=m.\omega^2.r$$

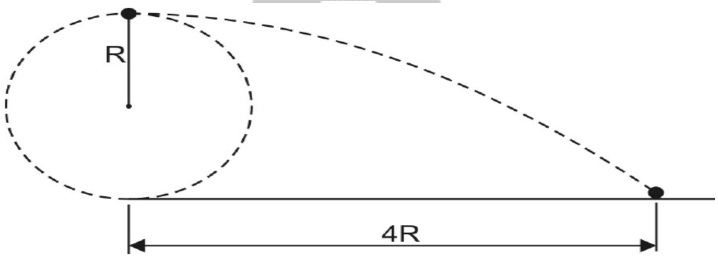
$$\omega^2=\frac{g(sen\theta-\mu.cos\theta)}{r.(cos\theta+\mu sen\theta)}$$

$$\omega=\left[\frac{g}{r}\left(\frac{sen\theta-\mu.cos\theta}{cos\theta+\mu sen\theta}\right)\right]^{\frac{1}{2}}$$

Sendo este o menor valor da frequência angular para que o sistema permaneça o mesmo.

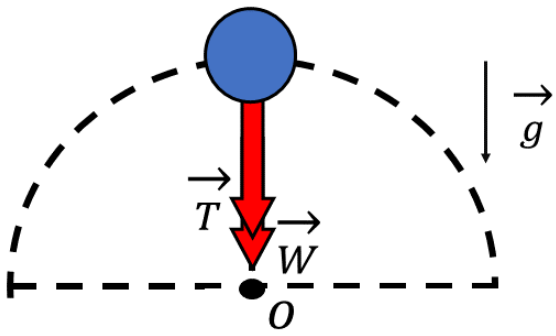
Resposta: Letra d.

19. Imagem original da questão:



Para encontrarmos o valor da tensão máxima na corda, iremos fazer primeiramente um D.C.L. da partícula para entendermos as forças atuantes nessa, assim

D.C.L. da partícula de massa m antes da corda arrebentar (situação 1):



Como a partícula está realizando um movimento circular e de acordo com o D.C.L. há apenas forças radiais para o centro "O", então a resultante é:

$$F_C = T + W = T + m.g \text{ ...}\mathbf{(1)}$$

Sendo $W = m.g$

Portanto, devemos saber o valor de F_C para encontrarmos T, para isso devemos aplicar a 2ª Lei de Newton para o movimento circular, assim

$$F_C = m.a_C = m.\frac{v^2}{R} \text{ ...}\mathbf{(2)}$$

Substituindo agora a **(1)** na **(2)** temos

$$T + m.g = m.\frac{v^2}{R}$$

$$T = m.\frac{v^2}{R} - m.g \text{ ...}\mathbf{(3)}$$

Portanto, basta somente acharmos o valor da velocidade no instante em que a tensão na corda foi máxima, para isso, iremos analisar o movimento da partícula depois que a corda arrebentou. Como vemos na imagem da questão a partícula realizou um movimento parabólico após a corda arrebentar, vale lembrar que no eixo x, ou seja, na horizontal, a partícula está em movimento uniforme ($v_x = constante$) e no eixo y, na vertical, está em movimento uniformemente variado, logo como $v_x = v$ temos

$$v = \frac{d}{t} \;\textbf{...(4)}$$

Onde $d = distância\, percorrida$ e $t = tempo$

Do movimento na vertical (mruv) temos

$$y = v_{iy}.t + \frac{1}{2}g.t^2 \text{ sendo } v_{iy} = 0 \text{ e } y = h \text{ então}$$

$$t^2 = h.\frac{2}{g}$$

$$t = \sqrt{h.\frac{2}{g}}$$

Colocando o valor encontrado de t na **(4)**:

$$v = \frac{d}{\sqrt{h.\frac{2}{g}}}$$

Sendo $d = 4R$, e $h = altura = 2R$ temos

$$v = \frac{4R}{\sqrt{2R.\frac{2}{g}}} = \frac{4R}{\sqrt{\frac{4R}{g}}} = \frac{4R}{\sqrt{\frac{4R}{g}}}.\frac{\sqrt{\frac{4R}{g}}}{\sqrt{\frac{4R}{g}}} = \frac{\sqrt{\frac{4R}{g}}.4R}{\frac{4R}{g}}$$

$$v = \sqrt{\frac{4R}{g}.4R.\frac{g}{4R}} = \sqrt{\frac{4R}{g}.g}$$

Agora que sabemos o valor de v, basta substituirmos este em **(3)** e encontraremos a tensão máxima que a atua na corda, ou seja quando essa está prestes a arrebentar, assim

$$T = m.\frac{\left(\sqrt{\frac{4R}{g}}.g\right)^2}{R} - m.g = m.\frac{\frac{4R}{g}.g^2}{R} - m.g$$

$$T = 4.m.g - m.g$$

$$T = 3.m.g$$

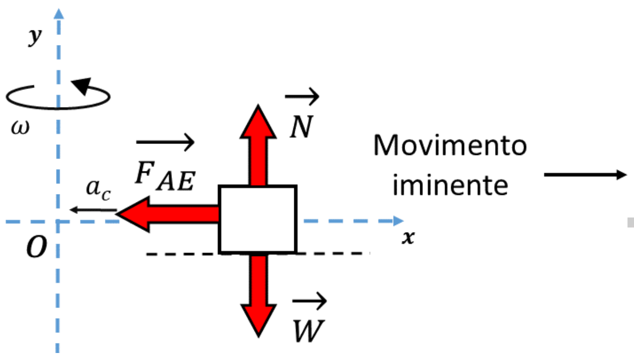
Essa é a intensidade da tensão máxima, ou seja, era essa tensão que atuava na corda quando esta estava ao ponto de arrebentar.

Resposta: letra c.

20. Vamos primeiramente entender a situação do problema apresentado, devemos encontrar a velocidade máxima que o caminhão pode obter sem que a caixa que ele está carregando escorregue quando ele estiver fazendo a curva.

Para resolvermos o problema, devemos fazer um D.C.L. da caixa que se encontra no assoalho da carroceria do caminhão, para simplificar usaremos um bloco no lugar, assim

D.C.L. da caixa: para melhor compreensão faremos o D.C.L. do bloco como se estivéssemos olhando para a traseira do caminhão, mas o movimento da caixa, assim como do caminhão ainda é circular, logo:



Como vemos que a caixa não está se movimentando na vertical e de acordo com o DCL as forças na vertical se equilibram então a caixa está em equilíbrio estático em relação a vertical (ao eixo y), logo

$$\sum F_y = N - W$$

$$N = W$$

Lembrando que $W = m.g$ então:

$$W = m.g \text{ ...(1)}$$

E em relação ao eixo x, ou seja, na horizontal, vemos por meio do D.C.L. que só temos uma força radial para o centro 'O", assim a força centrípeta é:

$$F_C = F_{AE}$$

Dado que a caixa está na iminência de escorregar, a força que atua nela é a força de atrito estático máxima, deste modo

$$F_C = \mu_{AE}.N$$

Da **(1)** temos que:

$$F_C = \mu_{AE}.m.g \text{ ...(2)}$$

Logo, aplicando a Segunda Lei de Newton para o movimento circular, temos:

$$F_C = m.a_C = m.\frac{v^2}{R} \text{ ...(3)}$$

Substituindo a **(2)** na **(3)** e isolando v encontraremos justamente a velocidade máxima que a caixa pode ter para não escorregar na carroceria do caminhão, assim

$$\mu_{AE}.m.g = m.\frac{v^2}{R}$$

$$v^2 = \mu_{AE}.g.R$$

$$v = \sqrt{\mu_{AE}.g.R}$$

Basta colocarmos os dados no enunciado na questão e responderemos o problema, assim

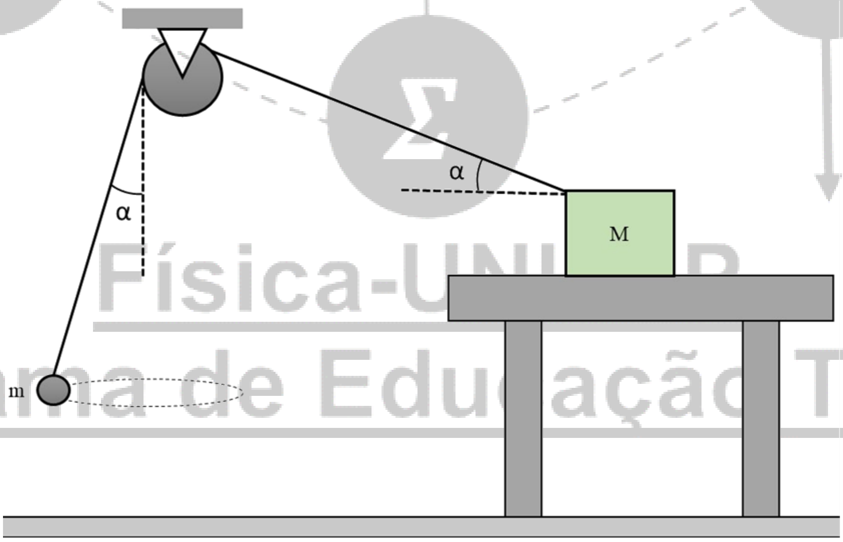
$$v = \sqrt{0,4.10.49} = \sqrt{196}$$

$$v = 14\ m/s$$

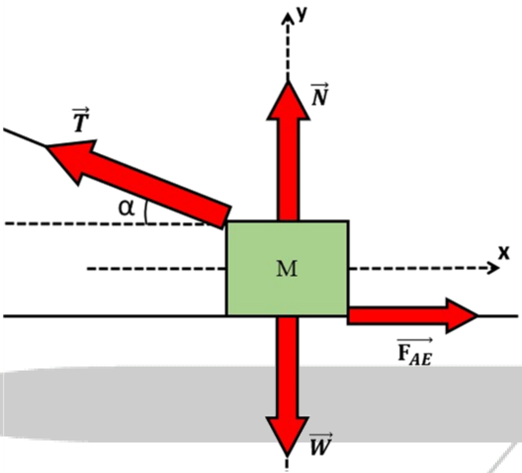
Dado que essa é a velocidade máxima que a caixa pode ter para não escorregar, se o caminhão em que ela se encontra passar desse valor a caixa irá escorregar, logo essa também é a máxima velocidade que o caminhão pode obter sem que a caixa que está em cima dele escorregue.

Resposta: letra e.

21. Primeiramente iremos fazer o D.C.L nos corpos presente na imagem

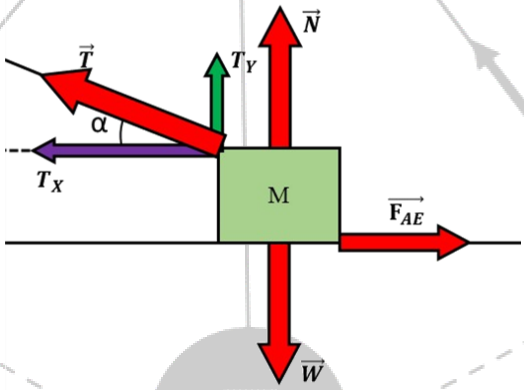


D.C.L do bloco M:



Note que a tensão está na diagonal, deste modo temos que decompor essa tensão nas suas componentes X e Y

Fazendo a decomposição temos



$$T_X = T\cos\alpha$$

$$T_Y = T\sin\alpha$$

Como o sistema está em equilíbrio temos em Y

$$T_Y + N = W$$

$$T_Y + N = mg$$

$$\boldsymbol{T\,\mathbf{sen}\,\alpha + N = Mg}$$

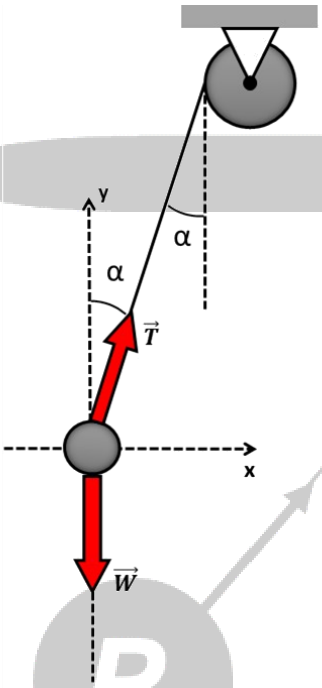
Como o sistema está em equilíbrio temos em X

$$T_X = F_{AE}$$

$$T_X = \mu_{AE} N$$

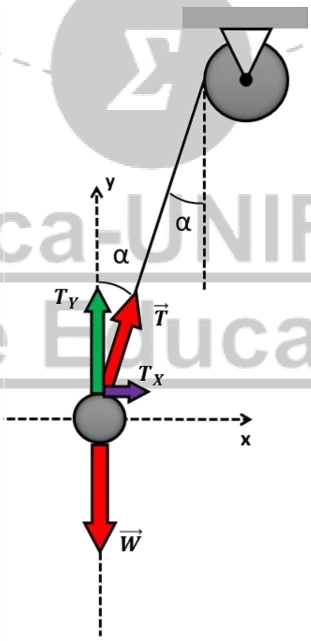
$$\boldsymbol{T\cos\alpha = \mu_{AE} N}$$

Fazendo o D.C.L da esfera



Note que a tensão está na diagonal, deste modo temos que decompor essa tensão nas suas componentes X e Y

Fazendo a decomposição temos



$$T_X = T\sin\alpha$$

$$T_Y = T \cos \alpha$$

Aplicando a 2º lei de newton nas forças presentes movimento circular na coordenada X

$$\overrightarrow{F_c} = m\overrightarrow{a_c}$$

$$T_X = ma_c$$

$$\boldsymbol{T \sin \alpha = m\omega^2 R}$$

Como o sistema está em equilíbrio temos em Y

$$T_Y = W$$

$$T_Y = mg$$

$$\boldsymbol{T \cos \alpha = mg}$$

Agora teremos que encontrar a força normal para isso substituiremos $\boldsymbol{T \sin \alpha = m\omega^2 R}$ em $\boldsymbol{T \sin \alpha + N = Mg,}$ reescrevendo a equação fica

$$\boldsymbol{m\omega^2 R + N = Mg}$$

Isolando a normal temos

$$m\omega^2 R + N = Mg$$

$$\boldsymbol{N = Mg - m\omega^2 R}$$

Agora iremos substituir $\boldsymbol{T \cos \alpha = mg}$ em $\boldsymbol{T \cos \alpha = \mu_{AE} N}$ e reescrevendo fica

$$\boldsymbol{mg = \mu_{AE} N}$$

Subsumiremos agora $\boldsymbol{N = Mg + m\omega^2 R}$ em $\boldsymbol{mg = \mu_{AE} N}$ e reescrevendo e isolando o coeficiente de atrito temos

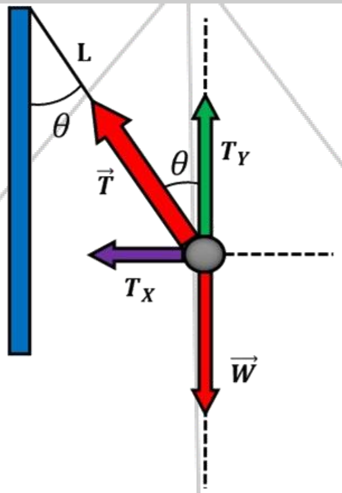
$$mg = \mu\, Mg - m\omega^2 R$$

$$\frac{\boldsymbol{mg}}{\boldsymbol{Mg - m\omega^2 R}} = \boldsymbol{\mu_{AE}}$$

Assim temos o coeficiente de atrito $\boldsymbol{\mu_{AE}}$

Resposta letra e)

22. Primeiramente vamos fazer um D.C.L da esfera e decompondo a tensão



As componentes da tensão são

$$\sin\theta = \frac{T_X}{T}$$

$$T_X = T\sin\theta$$

$$\cos\theta = \frac{T_Y}{T}$$

$$T_Y = T\cos\theta$$

Aplicando a 2° lei de newton nas componentes da coordenada **Y**

$$\overrightarrow{F_R} = m\vec{a}$$

$$T_Y - W = ma$$

$$T_Y - W = 0$$

$$T_Y = W$$

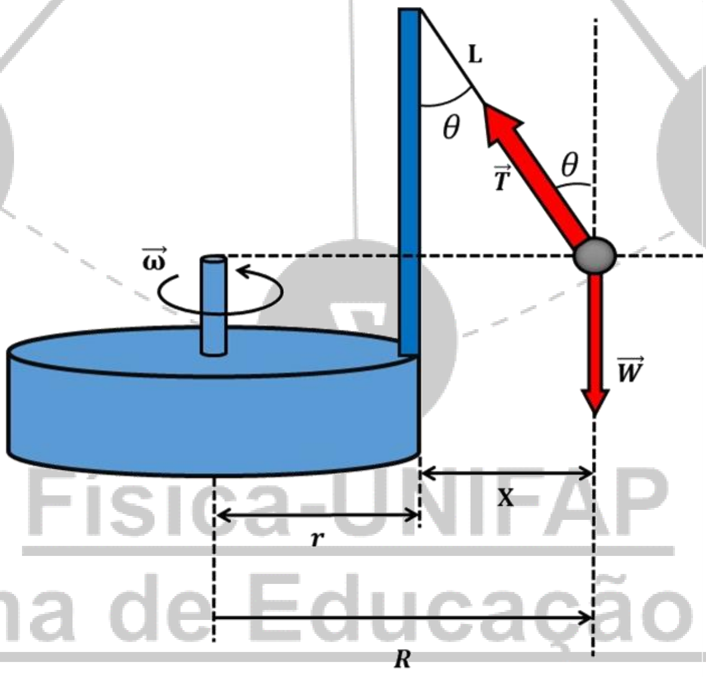
$$T_Y = mg$$

Aplicando a 2° lei de newton para movimento circular na coordenada **X**

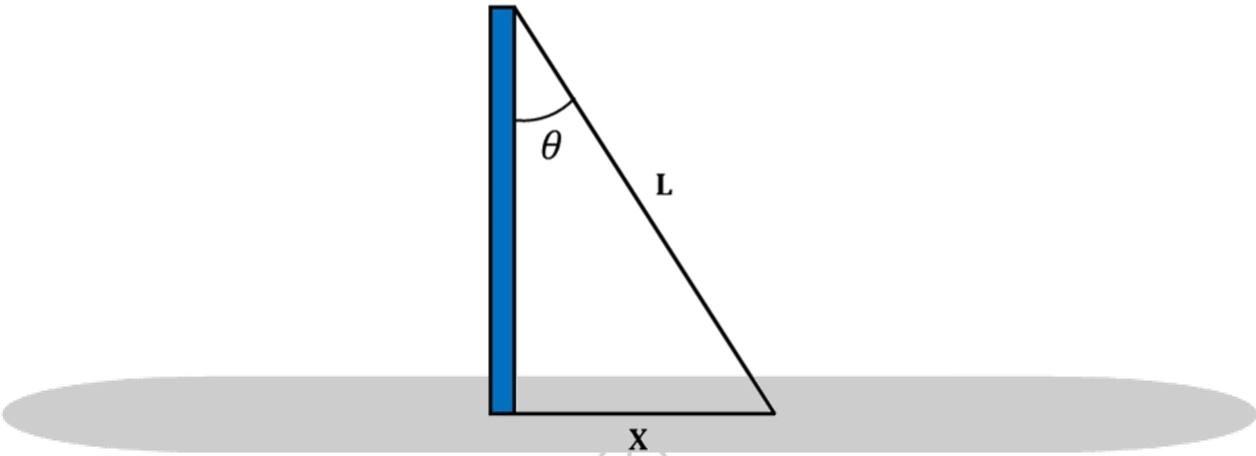
$$\overrightarrow{F_c} = m\overrightarrow{a_c}$$

$$T_X = m\omega^2 R$$

Agora teremos que encontrar o R, mas para podermos encontrar devemos achar X



Para isso vamos fazer



Então

$$\sin\theta = \frac{\mathrm{X}}{\mathrm{L}}$$

$$\mathrm{X} = \mathrm{L}\sin\theta$$

Agora que temos X podemos encontra o R

$$R = r + x$$

$$R = r + \mathrm{L}\sin\theta$$

Dividindo a equação $T_X = m\omega^2 R$ por $T_Y = mg$

$$\frac{T_X}{T_Y} = \frac{m\omega^2 R}{mg}$$

Como já encontramos T_X, T_Y e R vamos fazer a substituição

$$\frac{T\sin\theta}{T\cos\theta} = \frac{m\omega^2\mathrm{L}\sin\theta}{mg}$$

$$\tan\theta = \frac{\omega^2\mathrm{L}\sin\theta}{g}$$

$$\tan\theta\, g = \omega^2\mathrm{L}\sin\theta + r$$

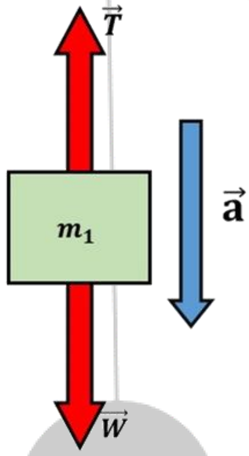
$$\frac{\tan\theta\, g}{\mathrm{L}\sin\theta + r} = \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\tan\theta\, g}{\mathrm{L}\sin\theta + r}}$$

Resposta letra d)

23. Vamos fazer o D.C.L para os dois blocos e da polia

D.C.L. do bloco m_1 e aplicando a 2° lei de newton

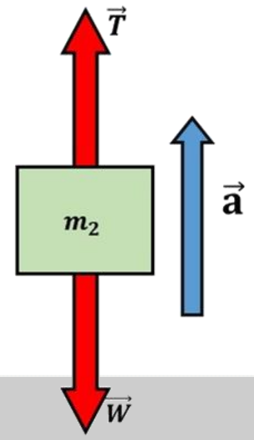


$$\overrightarrow{F_R} = m_1 \cdot \vec{a}$$

$$\mathrm{T} - \mathrm{W} = -\mathrm{m}_1 \cdot \mathrm{a}$$

$$\mathrm{T} - m_1 \mathrm{g} = -\mathrm{m}_2 \cdot \mathrm{a}$$

D.LC do bloco m_2 e aplicando a 2° lei de newton



$$\overrightarrow{F_R} = m_2 \cdot \vec{a}$$

$$T - W = m_2 \cdot a$$

$$T - m_2 g = m_2 \cdot a$$

Para encontrarmos a aceleração do sistema, faremos um sistema de equações pelo método de adição

$$+\begin{cases} T - m_1 g = -m_1 \cdot a \\ T - m_2 g = m_2 \cdot a \end{cases}$$

Isolando a tensão nas duas equações e multiplicando a equação de cima por menos um

$$+\begin{cases} (T = -m_1 \cdot a + m_1 g) * -1 \\ T = m_2 \cdot a + m_2 g \end{cases}$$

Ficara da seguinte forma

$$+\begin{cases} -T = m_1 \cdot a - m_1 g \\ T = m_2 \cdot a + m_2 g \end{cases}$$

Eliminando as tensões e somando o resto da equação

$$+\begin{cases} 0 = m_1 \cdot a - m_1 g \\ 0 = m_2 \cdot a + m_2 g \end{cases}$$

$$0 = m_1 \cdot a - m_1 . g + m_2 \cdot a + m_2 g$$

Como queremos somente a aceleração, isolaremos ela

$$m_1 g - m_2 g = m_1 \cdot a + m_2 \cdot a$$

Veja que aceleração é a mesma, então vamos colocá-la em evidência, assim com a gravidade

$$(m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

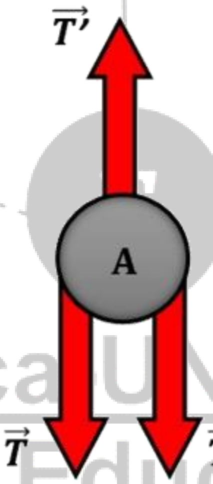
Passando $(m_1 + m_2)$ para o outro lado teremos a aceleração

$$\frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2} = a \qquad \text{ou} \qquad a = \frac{(m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}$$

E a tensão já temos, podemos escolher qualquer uma das duas tensões, então escolhendo a segunda:

$$T = m_2 \cdot a + m_2 g$$

Fazendo D.C.L da polia A



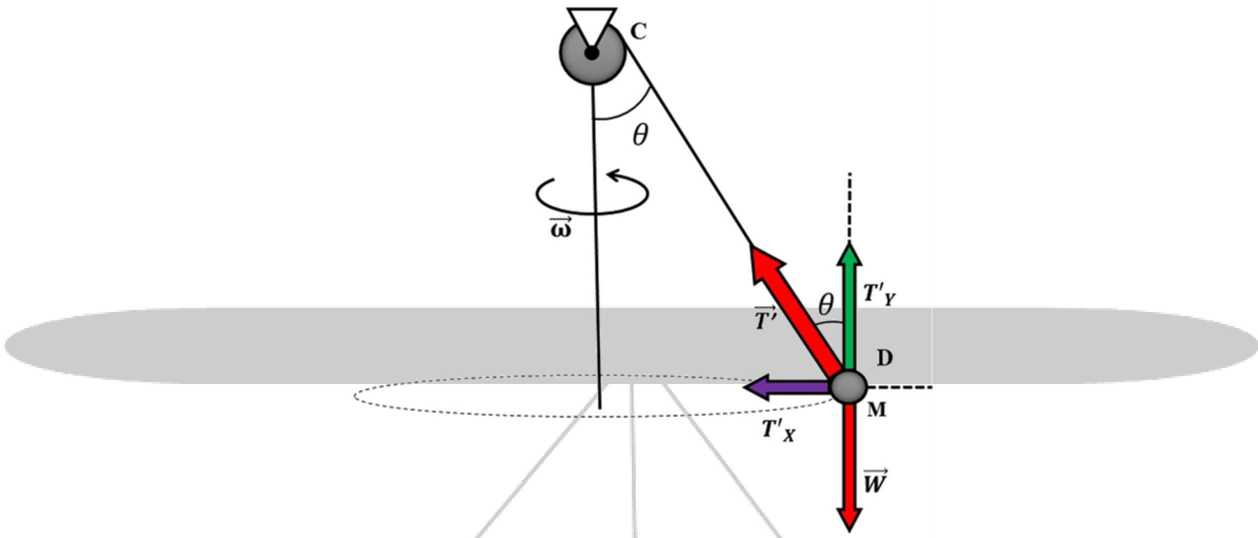
$$\overrightarrow{F_R} = m_p \cdot \vec{a}$$

$$T' - 2T = m_p \cdot 0$$

$$T' - 2T = 0$$

$$T' = 2T$$

D.C.L da esfera e aplicando a 2° lei de newton



$$T'_X = T' \sin\theta$$

$$T'_Y = T' \cos\theta$$

Aplicando a 2° lei de newton para forças presentes na vertical

$$\overrightarrow{F_R} = m \cdot \vec{a}$$

$$T'_y - W = M \cdot 0$$

$$T'_y - W = 0$$

$$T'_y = W$$

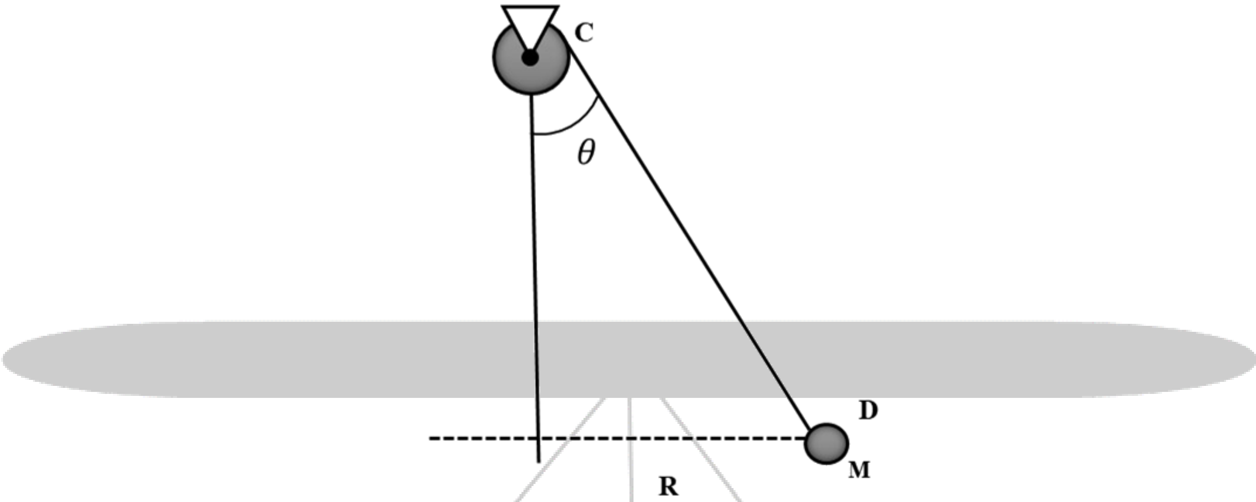
Aplicando a 2° lei de newton para o movimento curvilíneo na horizontal:

$$\overrightarrow{F_c} = m \cdot \overrightarrow{a_c}$$

$$T'_X = M \cdot \omega^2 R$$

$$T' \sin\theta = M \cdot \omega^2 R$$

Agora temos que encontra o valor de R



Fazendo cateto oposto pela hipotenusa encontramos o valor de R

$$\sin\theta = \frac{R}{CD}$$

$$R = CD\sin\theta$$

Retornado com a equação $\boldsymbol{T'\,sin\,\theta = M\cdot\omega^2 R}$ e substituindo o **R** temos

$$T'\sin\theta = \mathrm{M}\cdot\omega^2 CD\sin\theta$$

$$T' = \mathrm{M}\cdot\omega^2 CD$$

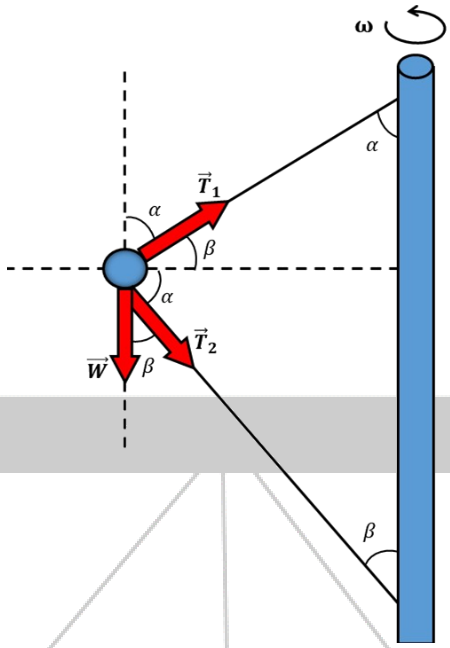
$$\frac{T'}{\omega^2 CD} = \mathrm{M}$$

Por fim, como descobrimos que $\boldsymbol{T' = 2T,}$ vamos fazer a substituição

$$\boldsymbol{\frac{2T}{\omega^2 CD} = \mathrm{M}}$$

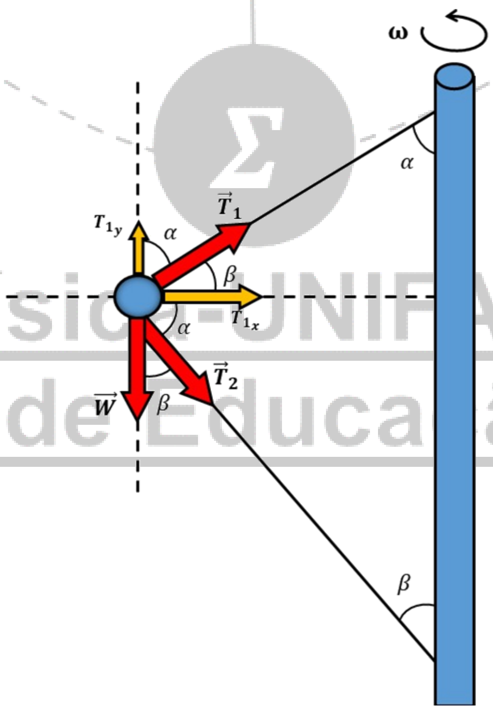
Resposta letra c)

24. Vamos fazer o D.C.L na esfera



Agora iremos fazer a decomposição, mas vamos decompor somente para o ângulo $\boldsymbol{\alpha}$

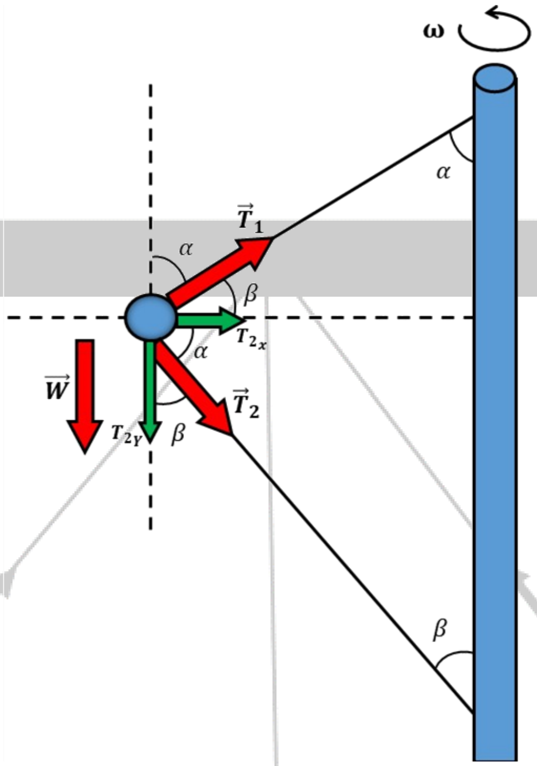
Fazendo a decomposição da tensão $\vec{T}_1$



$$T_{1_x} = T_1 \sin \alpha$$

$$T_{1_y} = T_1 \cos \alpha$$

Fazendo a decomposição da tensão $\vec{T}_2$



$$T_{2_x} = T_2 \cos \alpha$$

$$T_{2_y} = T_2 \sin \alpha$$

Aplicando a 2° lei de newton na vertical

$$\vec{F}_R = m\vec{a}$$

$$T_{1_y} - T_{2_y} - W = m\,.0$$

$$T_{1_y} - T_{2_y} - W = 0$$

$$T_{1_y} = T_{2_y} + W$$

$$T_1 \cos \alpha = T_2 \sin \alpha + mg$$

Aplicando a 2° lei de newton para o movimento circular

$$\vec{F}_c = m\vec{a}_c$$

$$T_{1_x} + T_{2_x} = ma_c$$

$$T_1 \sin\alpha + T_2 \cos\alpha = m\omega^2 R$$

Para encontrarmos a tensão T_1, faremos um sistema de equações e resolveremos pelo método de adição

$$+\begin{cases} \mathrm{T_1 \sin\alpha + T_2 \cos\alpha = m\omega^2 R} \\ \mathrm{T_1 \cos\alpha = T_2 \sin\alpha + mg} \end{cases}$$

Multiplicando em cima por $\sin\alpha$ e em baixo por $\cos\alpha$ temos

$$+\begin{cases} \mathrm{T_1 \sin\alpha + T_2 \cos\alpha = m\omega^2 R}\ (*\sin\alpha) \\ \mathrm{T_1 \cos\alpha = T_2 \sin\alpha + mg}\ (*\cos\alpha) \end{cases}$$

$$+\begin{cases} \mathrm{T_1 \sin^2\alpha + T_2} \sin\alpha * \cos\mathrm{\alpha} = \mathrm{m\omega^2 R} * \sin\alpha \\ \mathrm{T_1 \cos^2\alpha = T_2 \sin\alpha} * \cos\alpha + \mathrm{mg} * \cos\alpha \end{cases}$$

Isolando as tensões só para um lado da equação

$$+\begin{cases} \mathrm{T_1 \sin^2\alpha + T_2} \sin\alpha * \cos\mathrm{\alpha} = \mathrm{m\omega^2 R} * \sin\alpha \\ \mathrm{T_1 \cos^2\alpha - T_2 \sin\alpha} * \cos\alpha = \mathrm{mg} * \cos\alpha \end{cases}$$

Eliminado os temos de iguais de sinais diferentes

$$+\begin{cases} \mathrm{T_1 \sin^2\alpha} \cancel{+ \mathrm{T_2} \sin\alpha * \cos\alpha} = \mathrm{m\omega^2 R} * \sin\alpha \\ \mathrm{T_1 \cos^2\alpha} \cancel{- \mathrm{T_2} \sin\alpha * \cos\alpha} = \mathrm{mg} * \cos\alpha \end{cases}$$

$$+\begin{cases} \mathrm{T_1 \sin^2\alpha = m\omega^2 R} * \sin\alpha \\ \mathrm{T_1 \cos^2\alpha = mg} * \cos\alpha \end{cases}$$

Somando

$$\mathrm{T_1 \sin^2\alpha + T_1 \cos^2\alpha = m\omega^2 R} * \sin\alpha + \mathrm{mg} * \cos\alpha$$

Colocando $\mathrm{T_1}$ em evidência

$$\mathrm{T_1(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = m\omega^2 R} * \sin\alpha + \mathrm{mg} * \cos\alpha$$

Passando $\boldsymbol{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}$ dividindo

$$T_1 = \frac{m\omega^2 R\ * \sin\alpha + mg\ * \cos\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}$$

Por propriedades trigonométrica $\boldsymbol{sin^2\,\alpha + cos^2\,\alpha = 1,}$ reescrevendo a equação fica

$$T_1 = m\omega^2 R\ * \sin\alpha + mg\ * \cos\alpha$$

Para encontrarmos a tensão T_2, faremos um sistema de equações e resolveremos pelo método de adição

$$+\begin{cases} T_1 \sin\alpha + T_2 \cos\alpha = m\omega^2 R \\ T_1 \cos\alpha = T_2 \sin\alpha + mg \end{cases}$$

Isolando a tensão somente para um lado da equação e multiplicando em cima por $\boldsymbol{\cos\alpha}$ e em baixo por $\boldsymbol{-\sin\alpha}$

$$+\begin{cases} T_1 \sin\alpha + T_2 \cos\alpha = m\omega^2 R\ (*\cos\alpha) \\ T_1 \cos\alpha - T_2 \sin\alpha = mg\ (* -\sin\alpha\ ) \end{cases}$$

$$+\begin{cases} T_1 \sin\alpha * \cos\alpha + T_2 \cos^2\alpha = m\omega^2 R\ * \cos\alpha \\ -T_1 \sin\alpha * \cos\alpha + T_2 \sin\alpha^2 = -mg\ * \sin\alpha \end{cases}$$

Eliminado os temos de iguais de sinais diferentes

$$+\begin{cases} \cancel{T_1 \sin\alpha * \cos\alpha} + T_2 \cos^2\alpha = m\omega^2 R\ * \cos\alpha \\ \cancel{-T_1 \sin\alpha * \cos\alpha} + T_2 \sin^2\alpha = -mg\ * \sin\alpha \end{cases}$$

$$+\begin{cases} T_2 \cos^2\alpha = m\omega^2 R\ * \cos\alpha \\ T_2 \sin^2\alpha = -mg\ * \sin\alpha \end{cases}$$

Somando

$$T_2 \sin^2\alpha + T_2 \cos^2\alpha = m\omega^2 R\ * \cos\alpha - mg\ * \sin\alpha$$

Colocando T_2 em evidência

$$T_2(\sin^2\alpha + \cos^2\alpha) = m\omega^2 R\ * \cos\alpha - mg\ * \sin\alpha$$

Passando $\mathbf{sin^2\,\alpha + cos^2\,\alpha}$ dividindo

$$T_2 = \frac{m\omega^2 R * \cos\alpha - mg * \sin\alpha}{\sin^2\alpha + \cos^2\alpha}$$

Por propriedades trigonométrica $\boldsymbol{sin^2\,\alpha + cos^2\,\alpha = 1,}$ reescrevendo a equação fica

$$T_2 = m\omega^2 R * \cos\alpha - mg * \sin\alpha$$

Após termos determinados os valores das tensões T_1 e T_2, podemos determinar o valor de $\boldsymbol{\omega}$ que tornaria o fio inferior frouxo, isto é, que anularia o valor da tração T_2. Para ela ser eliminada vamos igualar a T_2 a zero

$$T_2 = m\omega^2 R * \cos\alpha - mg * \sin\alpha = 0$$

Agora isolaremos $\boldsymbol{\omega}$ então

$$m\omega^2 R * \cos\alpha = mg * \sin\alpha$$

$$\omega^2 = \frac{mg * \sin\alpha}{mR * \cos\alpha}$$

Eliminando as massas

$$\omega^2 = \frac{\cancel{m}g * \sin\alpha}{\cancel{m}R * \cos\alpha}$$

$$\omega^2 = \frac{g * \sin\alpha}{R * \cos\alpha}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{g * \sin\alpha}{R * \cos\alpha}}$$

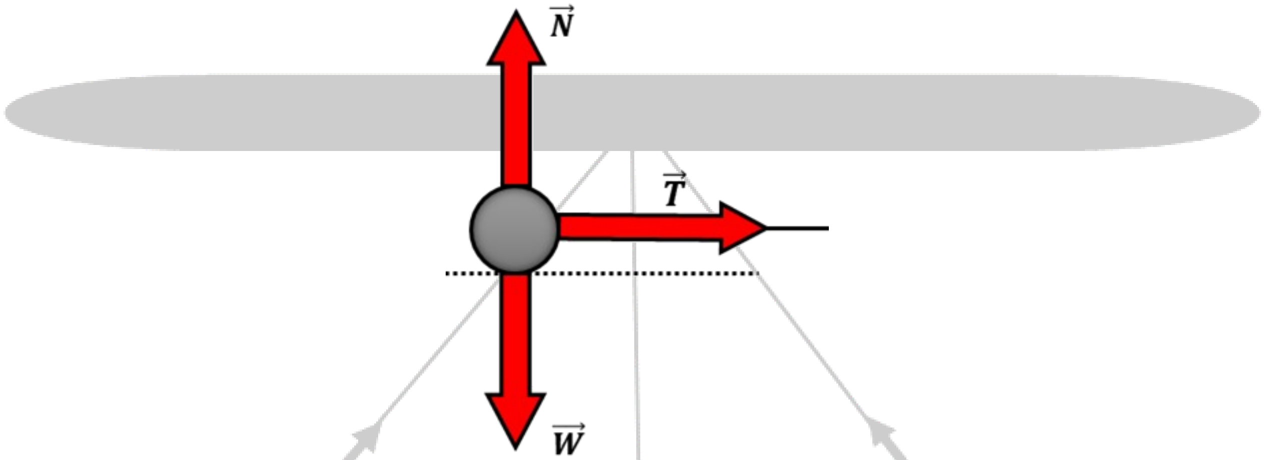
Lembrando que **seno** sobre **cosseno** é igual a **tangente,** reescrevendo a equação

$$\omega = \sqrt{\frac{g\ \tan\alpha}{R}}$$

Resposta letra b)

25. Vamos iniciar fazendo o diagrama de corpo livre da esfera e do bloco

D.L.C da esfera:



Aplicando a 2° lei de newton nas forças presentes na vertical

$$\overrightarrow{F_R} = m \cdot \vec{a}$$

$$N - W = m \cdot 0$$

$$N - W = 0$$

$$N = W$$

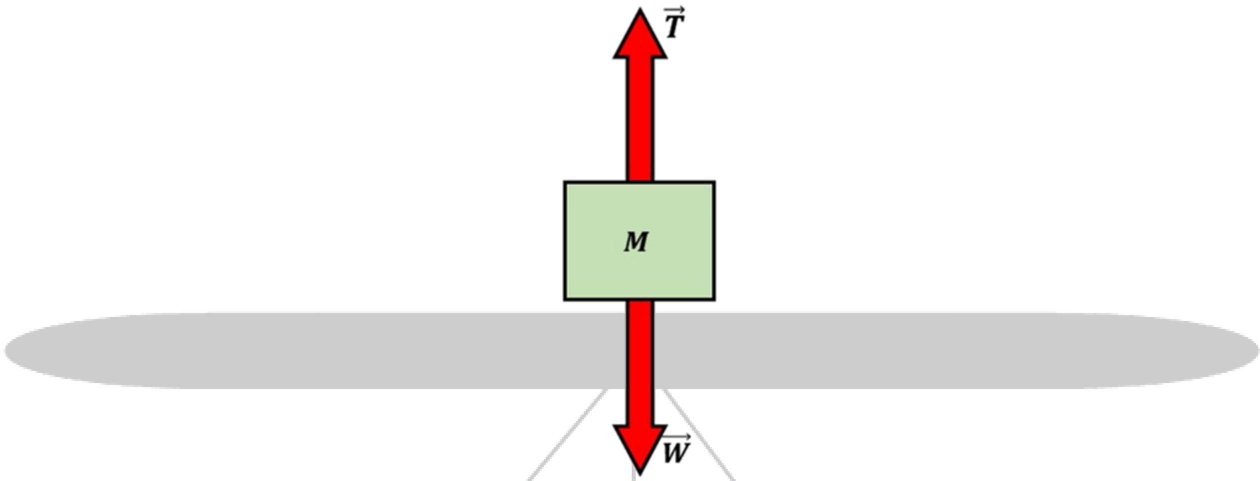
$$N = mg$$

Aplicando a 2° lei de newton para o movimento circular nas forças presentes na horizontal

$$\overrightarrow{F_c} = m \cdot \overrightarrow{a_c}$$

$$T = m \cdot \omega^2 R$$

Agora D.L.C do bloco:



Aplicando a 2° lei de newton no bloco

$$\overrightarrow{F_R} = m \cdot \vec{a}$$

$$T - W = M \cdot 0$$

$$T - W = 0$$

$$T = W$$

$$T = Mg$$

Repare que o bloco e a esfera estão ligados pela mesma corda. Logo as tensões são iguais, então vamos igualar $\boldsymbol{T = Mg}$ com $\boldsymbol{T = m \cdot \omega^2 R}$

$$T = Mg$$

$$T = m \cdot \omega^2 R$$

$$Mg = m \cdot \omega^2 R$$

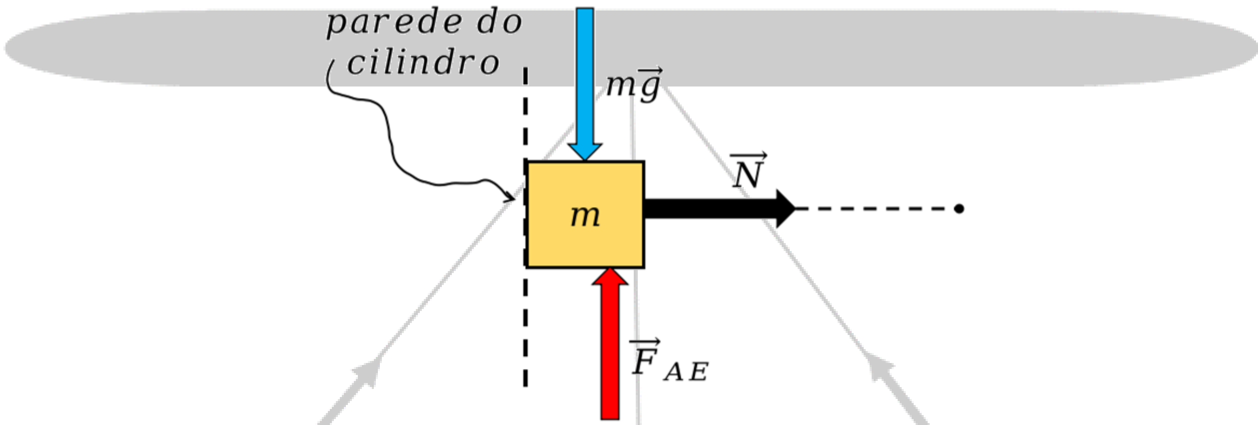
Agora vamos isolar a velocidade angular

$$\frac{Mg}{m \cdot R} = \omega^2$$

$$\omega = \sqrt{\frac{Mg}{m \cdot R}}$$

Resposta letra a)

26. Fazendo o D.C.L. do bloco de massa “*m*”, temos:



Aplicando a segunda lei de Newton para o movimento circular, em módulo obtemos:

$$F_c = ma_c = m\omega^2 R$$

$$N = m\omega^2 R \ldots (\mathbf{1})$$

Se o bloco está em equilíbrio na direção de coordenada y, então:

$$\sum F_y = 0$$

$$F_{AE} - mg = 0 \ \rightarrow \ F_{AE} = mg \ \rightarrow \ \mu_{AE} N = mg \ldots (\mathbf{2})$$

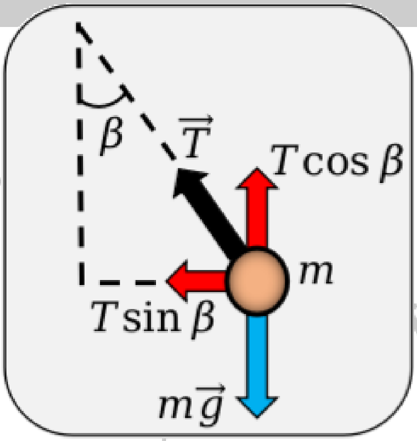
Utilizando o resultado da equação **(1)** e aplicando na equação dois **(2)**, depois resolvendo para ω, temos:

$$\mu_{AE}(m\omega^2 R) = mg$$

$$\omega^2 = \frac{g}{\mu_{AE} R} \quad \therefore \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{\mu_{AE} R}}$$

Resposta: letra a)

27. Fazendo o D.C.L da esfera da massa “*m*” e depois aplicando a 2ª lei de newton para o movimento circular, temos:



$$F_c = ma_c = m\omega^2 R$$

Das relações do triângulo retângulo formado pelo fio e o raio entre as esferas e do D.C.L. da esfera “*m*”, temos:

$$R = l.sin\beta \; , F_c = T.sin\beta$$

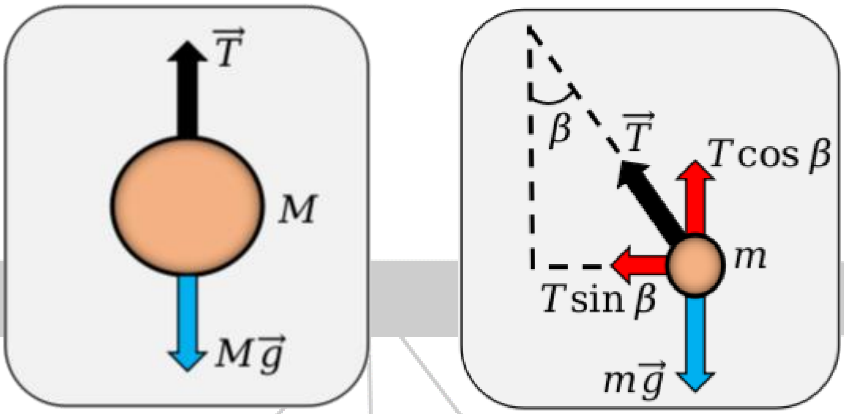
$$T \sin\beta = m\omega^2 l \sin\beta$$

$$T = m\omega^2 l \ldots (\mathbf{1})$$

Fazendo o D.C.L da esfera de massa “*M*” e aplicando a primeira condição de equilíbrio, obtemos:

Obs: todas as forças na direção de coordenada “y” são consideradas, portanto aparecerá as forças da esfera de massa “*m*”.

$$\sum F_y = 0$$



$$Mg - T + mg - Tcos\beta = 0$$

$$mg + Mg = Tcos\beta + T \ldots (\mathbf{2})$$

Substituindo o resultado da equação **(1)** na equação **(2)**, temos:

$$mg + Mg = m\omega^2 lcos\beta + m\omega^2 l$$

Agora resolvendo para ω.

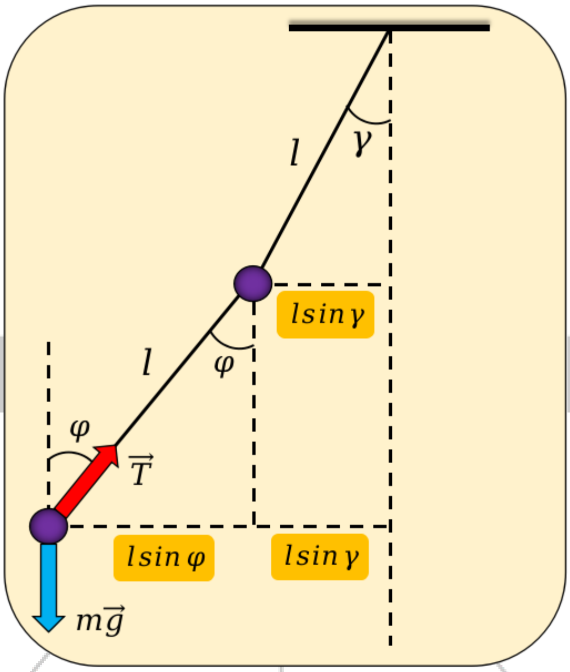
$$(m + M)g = m\omega^2 l(cos\beta + 1)$$

$$\omega^2 = \frac{(m + M)}{ml(cos\beta + 1)} g$$

$$\therefore \ \omega = \sqrt{\frac{(m + M)}{ml(cos\beta + 1)} g}$$

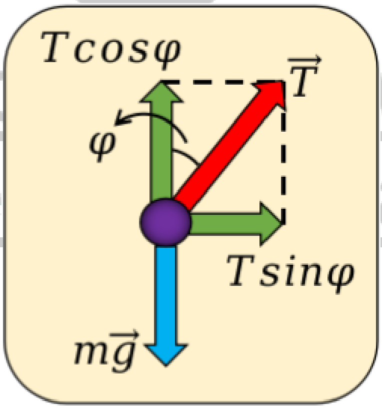
Resposta: letra b).

28. Primeiramente iremos fazer uma análise do sistema e encontrar o raio R, depois iremos fazer o D.C.L da bolinha:



$$R = lsin\varphi + lsin\gamma$$

Agora, fazendo o D.C.L. da bolinha, temos



Aplicando a 2ª lei de Newton para o movimento circular, temos:

$$F_c = m\omega^2 R$$

$$Tsin\varphi = m\omega^2(lsin\varphi + lsin\gamma) \ldots (\mathbf{1})$$

Agora aplicando a primeira condição de equilíbrio:

$$\sum F_y = 0$$

$$Tcos\varphi = mg \ldots (\mathbf{2})$$

$$\begin{cases} Tsin\varphi = m\omega^2(lsin\varphi + lsin\gamma) \ldots (\mathbf{1}) \\ Tcos\varphi = mg \ldots (\mathbf{2}) \end{cases}$$

Dividindo as equações **(1)** e **(2)**, temos:

$$tan\,\varphi = \frac{\omega^2(lsin\varphi + lsin\gamma)}{g}$$

Resolvendo para ω.

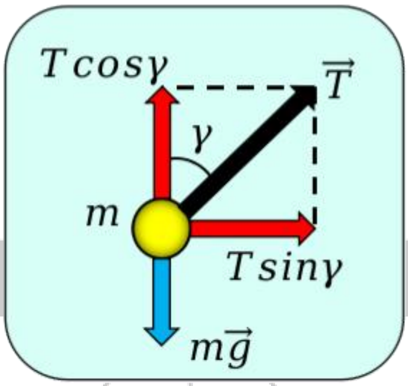
$$\omega^2 = \frac{tan\varphi}{(lsin\varphi + lsin\gamma)}g$$

$$\therefore\ \omega = \sqrt{\frac{tan\varphi}{(lsin\varphi + lsin\gamma)}g}$$

Obs: foi feito o D.C.L apenas de uma bolinhas, pois como vemos o resultado independe das massas.

Resposta: letra c)

29. Fazendo o D.C.L da esfera de massa "*m*".



$$R = (l - k)sin\gamma$$

Aplicando a 2ª lei de Newton para o movimento circular, temos:

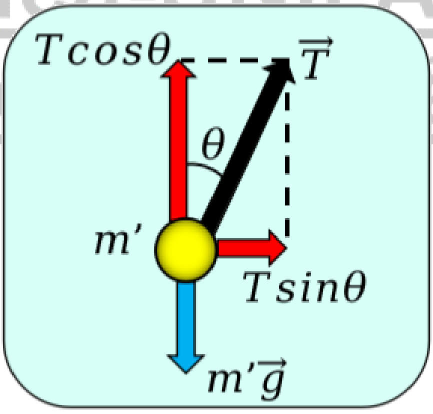
$$F_c = m\omega^2 R$$

E também $F_c = Tsin\gamma$

$$Tsin\gamma = m\omega^2(l - k)sin\gamma$$

$$T = m\omega^2(l - k)\ldots(\mathbf{1})$$

Fazendo o D.C.L da massa " *m'* ".



$$R = (k)sin\theta$$

Aplicando a 2ª lei de Newton para o movimento circular, temos:

$$F_c = m'\omega^2 R$$

$$Tsin\theta = m'\omega^2 ksin\theta$$

$$T = m'\omega^2 k \ldots(\mathbf{2})$$

Agora igualando as equações **(1)** e **(2)**, obtemos:

$$m\omega^2(l-k) = m'\omega^2 k$$

Resolvendo para "k".

$$m(l-k) = m'k \rightarrow ml - mk = m'k$$

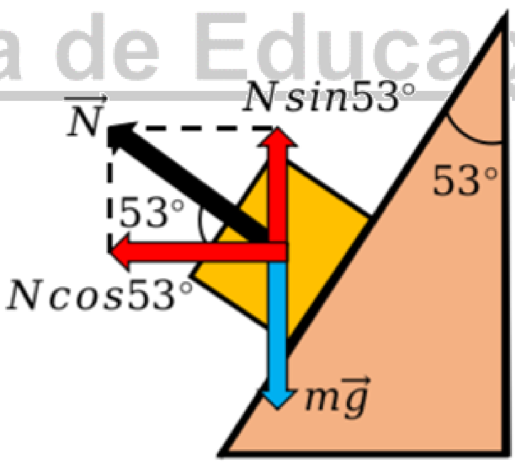
$$ml = mk + m'k \rightarrow ml = k(m'+m) \rightarrow \frac{m}{(m'+m)}l = k$$

$$\therefore \; k = \frac{m}{(m'+m)}l$$

Resposta: letra d)

30. Vamos fazer o D.C.L do bloco em duas partes, para analisar as forças atuantes no bloco:

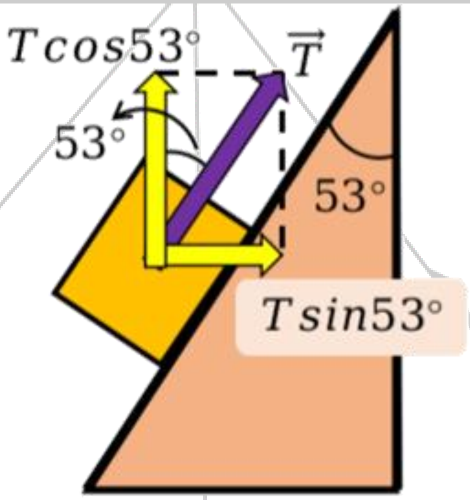
I. Analisando a força normal e fazendo a decomposição retangular nas direções de coordenadas x e y, não é necessário fazer para a força peso:



Devemos observar que a distância do cubo ao exio OO’ é o raio da circunferência descrita pelo mesmo, então:

$$R = l sin 53°$$

II. Analisando a força de Tensão e fazendo a decomposição retangular nas direções de coordenadas x e y:



Agora aplicaremos a 2ª lei de Newton para o movimento circular:

$$\sum F_{pcentro} - \sum F_{pfora} = F_c = m\omega^2 R$$

Seguindo os resultados do D.C.L nas figuras, temos:

$$T sin 53° - N cos 53° = m\omega^2 l sin 53° \dots (\mathbf{1})$$

Aplicando a primeira condição de equilíbrio no bloco, temos:

$$\sum F_y = 0$$

$$T cos 53° + N sin 53° = mg \dots (\mathbf{2})$$

Temos um sistema de equações:

$$\begin{cases} Tsin53° - Ncos53° = m\omega^2 lsin53° \ldots (\mathbf{1}) \\ Tcos53° + Nsin53° = mg \ldots (\mathbf{2}) \end{cases}$$

Adicionando os resultados no sistema de equações a cima:

$$m = 0{,}5kg;\ l = 0{,}15m;\ \omega = 10rad/s;\ g = 10m/s^2;\ sin53° = \frac{4}{5}\ e\ cos\frac{3}{5}$$

Portanto:

$$\begin{cases} T\frac{4}{5} - N\frac{3}{5} = 0{,}5 \times 10^2 \times 0{,}15 \times \frac{4}{5} \\ T\frac{3}{5} + N\frac{4}{5} = 05{,}\times 10 \end{cases}$$

Multiplicaremos por 20 na equação **(1)** e por 15 na equação **(2)**, com o objetivo de eliminar o quociente 5 das expressões e depois somar-las para eliminar *N*.

$$\begin{cases} (20) \times\ T\frac{4}{5} - N\frac{3}{5} = 6\ \ \times (20) \\ (15) \times\ T\frac{3}{5} + N\frac{4}{5} = 5\ \ \times (15) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 16T - 12N = 120 \\ 9T + 12N = 75 \end{cases}$$

Somando **(1)+(2):**

$$16T + 9T = 120 + 75\ \rightarrow\ 25T = 195\ \rightarrow\ T = \frac{195}{25}$$

$$\therefore\ T = 7{,}8N$$

Substituindo o valor de *T=7,8* na equação **(2)** para obtermos o valor de *N*:

$$(7{,}8) \times \frac{3}{5} + N\frac{4}{5} = 5\ \ \rightarrow\ \ N\frac{4}{5} = 5 - 4{,}68\ \ \rightarrow\ \ N\frac{4}{5} = 0{,}32$$

$$N = \frac{5}{4} \times 0{,}32\ \ \therefore\ N = 0{,}4N$$

Logo os resultados são:

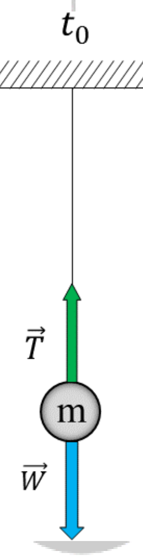
$$T = 7{,}8N \ \ e \ \ N = 0{,}4$$

Resposta: letra e)

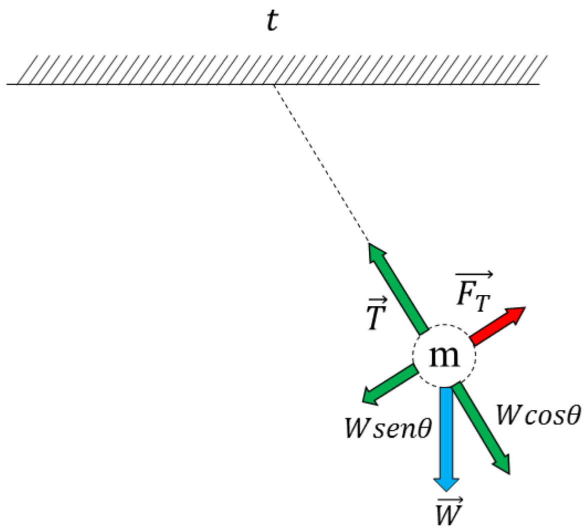
SOLUÇÃO DAS QUESTÕES DE FORÇA TANGENCIAL

31. Primeiramente, façamos o Diagrama de Corpo Livre:

No instante t_0 (está em repouso) temos as forças de tensão e a força peso agindo sobre a bola.



O instante t indica o momento em que a criança está aplicando a força F na direção tangencial, apoiando a massa m.



A partir do D.C.L., vemos que:

$$F_T - W \cdot \text{sen}\,\theta = 0$$

$$F_T = W \cdot \text{sen}\,\theta$$

$$F_T = m \cdot g \cdot \text{sen}\,30°$$

$$F_T = 4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2}$$

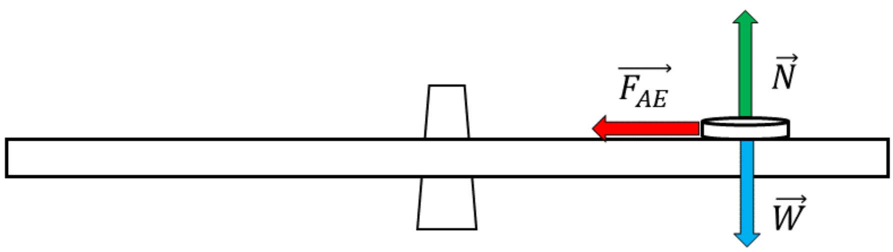
$$F_T = \frac{40}{2}$$

$$F_T = 20\ N$$

Ou seja, a força tangencial que a criança está aplicando para a esfera ficar parada quando $\theta = 30°$ tem módulo igual a 20 N.

Resposta: letra d)

32. Primeiramente, façamos o Diagrama de Corpo Livre:



Sabemos que:

$$f = \frac{n}{\Delta t}$$

Onde n se refere ao número de voltas e Δt, o intervalo de tempo. Portanto:

$$f = \frac{60}{60}$$

$$f = 1\ Hz$$

Agora podemos calcular a velocidade angular (ω):

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot 1$$

$$\omega = 2\pi\ rad/s$$

A moeda descreve um movimento circular. A tendência de movimento da moeda é ser deslocada para fora da trajetória, no entanto existe uma força de atrito estático que deve ser contrária a essa tendência de movimento. Desse modo, F_{AE} aponta para o centro da circunferência, então podemos afirmar que

$$F_C \equiv F_{AE}$$

Pela segunda lei de Newton para o movimento circular, temos:

$$F_C = m \cdot a_C$$

$$F_C = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$F_{AE} = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

Sabemos que:

$$F_{AE} = \mu_{AE} \cdot N$$

$$F_{AE} = \mu_{AE} \cdot (m \cdot g)$$

Agora, resta-nos substituir:

$$\mu_{AE} \cdot (m \cdot g) = m \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$\mu_{AE} = \frac{m \cdot \omega^2 \cdot R}{m \cdot g}$$

$$\mu_{AE} = \frac{\omega^2 \cdot R}{g}$$

O raio da plataforma em metros:

$$15\ cm \equiv \frac{15}{100}\ m$$

Por fim, temos:

$$\mu_{AE} = \frac{(2 \cdot \pi)^2 \cdot 15}{\pi^2 \cdot 100}$$

$$\mu_{AE} = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 15}{\pi^2 \cdot 100}$$

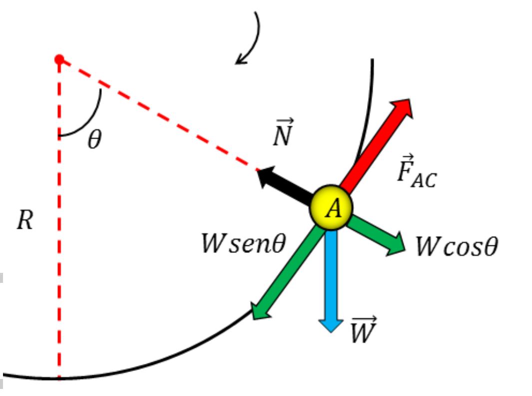
$$\mu_{AE} = \frac{60}{100}$$

$$\mu_{AE} = 0{,}6$$

Ou seja, se o coeficiente de atrito estático da moeda menor que 0,6 ela será lançada da plataforma.

Resposta: letra b)

33. Primeiramente, façamos o Diagrama de Corpo Livre:



Vemos que:

$$F_T = W \operatorname{sen} \theta - F_{AT}$$

$$F_T = W \cdot \operatorname{sen} \theta - \mu_{AC} \cdot N \qquad (1)$$

Mas precisamos encontrar a normal (N), então:

$$F_C = N - W\cos\theta$$

$$m\frac{v^2}{R} = N - W\cos\theta$$

$$N = m\frac{v^2}{R} + W\cos\theta$$

Temos os valores, então substituímos:

$$N = m \cdot \frac{v^2}{R} + m \cdot g \cdot \cos 60°$$

$$N = 70 \cdot \frac{(5)^2}{5} + 70 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{1}{2}$$

$$N = 70 \cdot 5 + \frac{686}{2}$$

$$N = 350 + 343$$

$$N = 693\ \mathrm{N} \qquad (2)$$

Substituindo Eq. (2) em (1):

$$F_T = W \cdot \mathrm{sen}\,\theta - \mu_{AC} \cdot N \qquad (1)$$

$$F_T = \mathrm{m} \cdot \mathrm{g} \cdot \mathrm{sen}\,60° - \mu_{AC} \cdot N$$

$$F_T = 70 \cdot 9{,}8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 0{,}3 \cdot 693$$

$$F_T = 686 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - 207{,}9$$

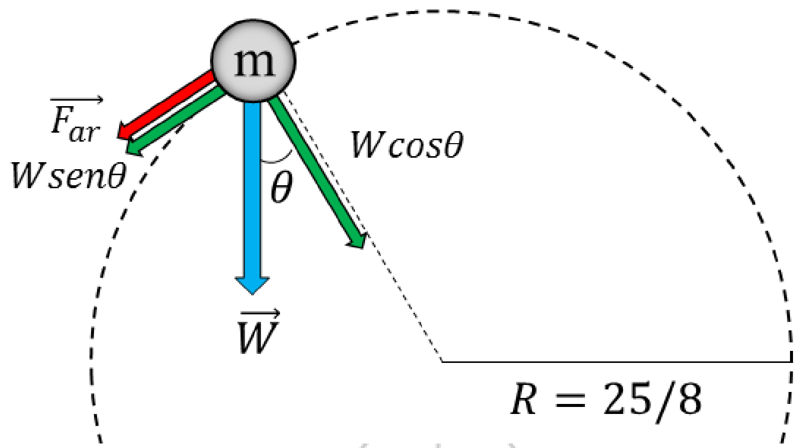
$$F_T = \frac{1188{,}18}{2} - 207{,}9$$

$$F_T = 594{,}1 - 207{,}9$$

$$F_T = 386{,}2\ N$$

Resposta: letra b)

34. Primeiramente, façamos o Diagrama de Corpo Livre:



Pela segunda lei de Newton para as forças tangenciais:

$$F_T = m \cdot a_T$$

$$F_{ar} + W \operatorname{sen} \theta = m \cdot a_T$$

$$a_T = \frac{F_{ar} + W \operatorname{sen} \theta}{m}$$

$$a_T = \frac{F_{ar} + W \operatorname{sen} \theta}{m} \qquad (1)$$

Pela segunda lei de Newton para as forças centrais:

$$F_C = m \cdot a_C$$

$$W \cos \theta = \frac{m \cdot v^2}{R}$$

$$\cos \theta = \frac{m \cdot v^2}{W \cdot R}$$

$$\cos \theta = \frac{m \cdot v^2}{m \cdot g \cdot R}$$

$$\cos \theta = \frac{(5)^2}{10 \cdot \left(\frac{25}{9}\right)}$$

$$\cos \theta = \frac{25 \cdot 9}{10 \cdot 25}$$

$$\cos \theta = \frac{9}{10}$$

$$\cos\theta = 0{,}9$$

O comando da questão nos mostra que:

$$\cos 30° = 0{,}9$$

Então:

$$\theta = 30°$$

Voltando para a Eq. (1):

$$a_T = \frac{F_{ar} + W\,\mathrm{sen}\,\theta}{m} \qquad (1)$$

$$a_T = \frac{F_{ar} + m \cdot g \cdot \mathrm{sen}\,30°}{m}$$

$$a_T = \frac{0{,}4 + (0{,}2 \cdot 10 \cdot 0{,}5)}{0{,}2}$$

Por fim, basta calcular:

$$a_T = \frac{\frac{4}{10} + \left(\frac{2}{10} \cdot 10 \cdot \frac{5}{10}\right)}{\frac{2}{10}}$$

$$a_T = \frac{\frac{4}{10} + 1}{\frac{2}{10}}$$

$$a_T = \frac{\frac{4}{10} + 1}{2} \cdot 10$$

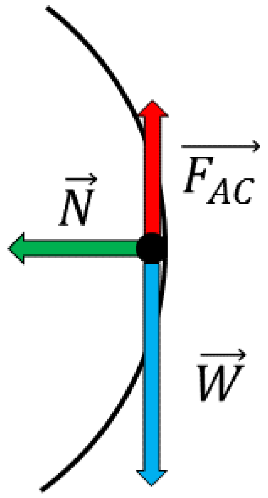
$$a_T = \frac{\frac{40}{10} + 10}{2}$$

$$a_T = \frac{4 + 10}{2}$$

$$a_T = 7\ m/s^2$$

Resposta: letra b)

35. Primeiramente, façamos o Diagrama de Corpo Livre para quando a partícula chega na metade do percurso, que no caso, é a demarcação no meio do semianel:



Vemos que:

$$F_T = W - F_{AC}$$

$$F_T = W - \mu_{AC} \cdot N \qquad (1)$$

Precisamos encontrar a normal (N), então:

$$F_C = N$$

$$N = m\frac{v^2}{R}$$

$$N = m\frac{(\omega \cdot R)^2}{R}$$

$$N = m \cdot \omega^2 \cdot R \qquad (2)$$

Substituindo a Eq. (2) em (1):

$$F_T = W - \mu_{AC} \cdot N$$

$$F_T = m \cdot g - \mu_{AC} \cdot m \cdot \omega^2 \cdot R$$

$$F_T = 0{,}2 \cdot 10 - 0{,}3 \cdot 0{,}2 \cdot (1)^2 \cdot 0{,}5$$

$$F_T = \frac{2}{10} \cdot 10 - \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{10} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2}$$

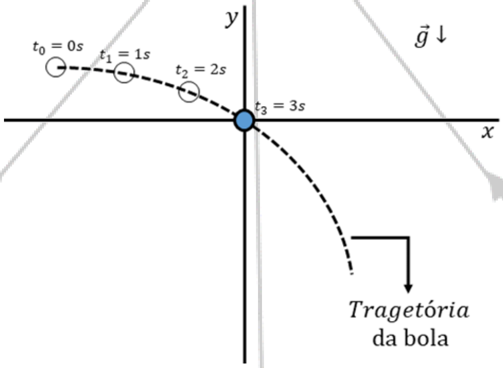
$$F_T = 2 - \frac{3}{100}$$

$$F_T = 2 - 0{,}03$$

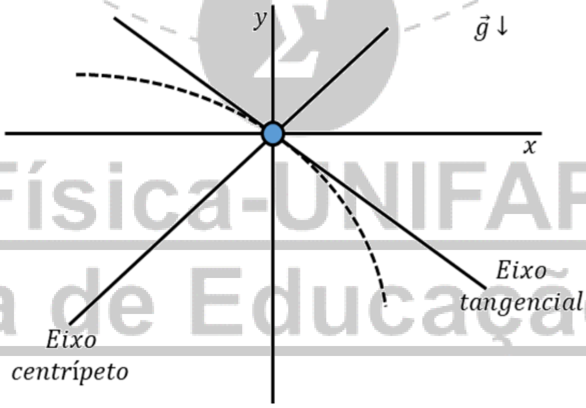
$$F_T = 1{,}97\ N$$

Resposta: letra d)

36. Analisando a figura do problema

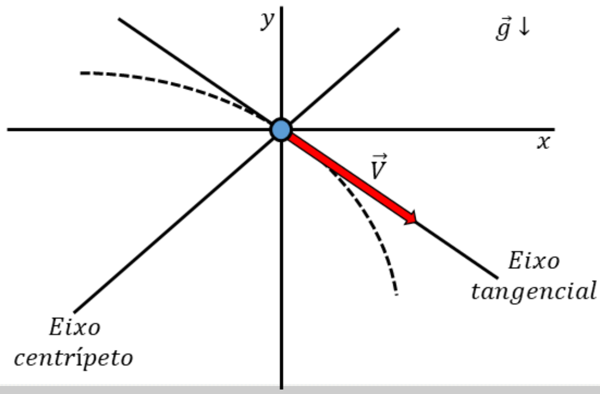


Agora traçaremos um par de eixos tangencial e radial (centrípeto)

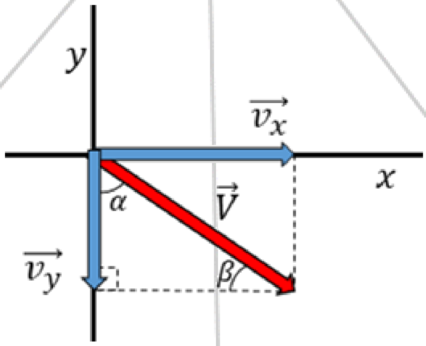


I. Para a velocidade

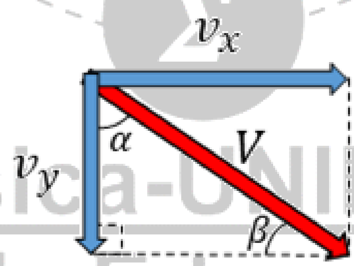
Ilustrando a velocidade da bola, temos



Decompondo a velocidade nos eixos x,y e denominando α e $\beta = 90° - \alpha$, temos



Trabalharemos só com o módulo desses vetores, assim

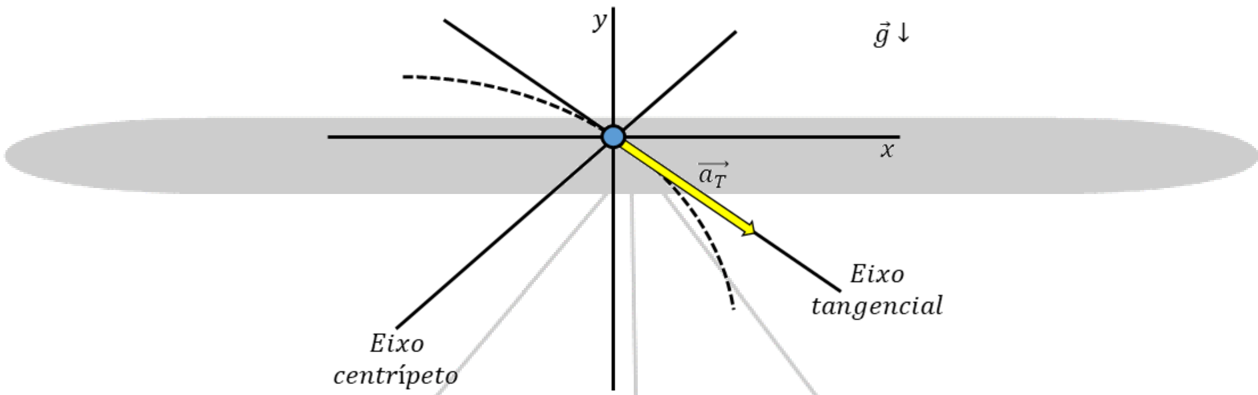


O enunciado nos diz que a bola tem velocidade $v_x = 5\,m/s$ constante. Sabemos que a velocidade v_y aumenta de 10 m/s a cada 1 segundo, devido a aceleração ser igual a aceleração da gravidade. Portanto, 0, $10\,m/s$, $20\,m/s$, $30\,m/s$, no instante $t = 3s$. Assim, teremos $v_y = 30\,m/s$ e a velocidade resultante, que é dada por $V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$, é igual a

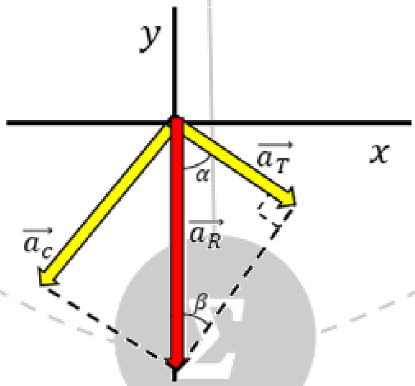
$$V = \sqrt{5^2 + 30^2} \approx 30{,}41\ m/s$$

II. Para a aceleração

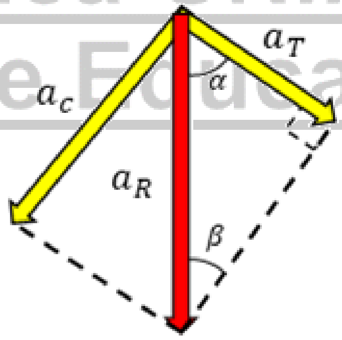
Temos



Decompondo a aceleração nos eixos x,y, temos



Trabalhando apenas com seus módulos, assim



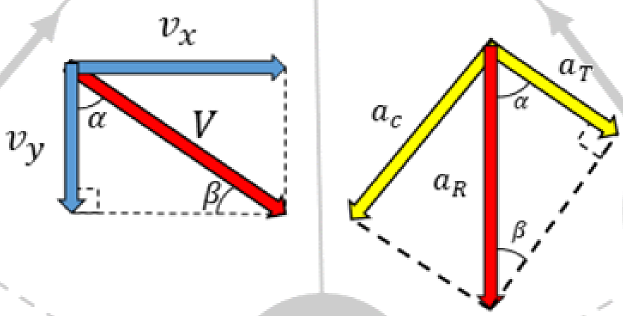
Durante o movimento parabólico da bola sob ação exclusiva da força peso, a aceleração resultante, em cada ponto da trajetória, é vertical e para baixo com módulo constante, dada a partir da 2º lei de Newton $F_R = m.a_R$, assim

$$a_R = \frac{F_R}{m} = \frac{P}{m} = \frac{m.g}{m} = g$$

Temos então que

$$a_R = g$$

Os ângulos $\alpha, \beta\ e\ 90°$ aparecem nos dois triângulos retângulos nas figuras. Podemos fazer a semelhança de triângulos, que nos permite determinar as componentes tangencial e centrípeta da aceleração resultante $a_R = g$, assim



Pela semelhança de triângulos, temos

$$\frac{\overbrace{v_x}^{\text{Oposto a } \alpha}}{a_c} = \frac{v_y}{\underbrace{a_T}_{\text{Oposto a } \beta}} = \frac{\overbrace{V}^{\text{Oposto a } 90°}}{a_R}$$

Substituindo os valores

$$\frac{5\ m/s}{a_c} = \frac{30\ m/s}{a_T} = \frac{30{,}41\ m/s}{10\ m/s^2}$$

Calculando a aceleração centrípeta

$$\frac{5\ m/s}{a_c} = \frac{30{,}41\ m/s}{10\ m/s^2}$$

$$a_c = \frac{5.10}{30{,}41} \approx 1{,}6\ m/s^2$$

Calculando a aceleração tangencial

$$\frac{30\ m/s}{a_T} = \frac{30{,}41\ m/s}{10\ m/s^2}$$

$$a_T = \frac{30.10}{30{,}41} \approx 9{,}86\ m/s^2$$

Assim, no instante $t = 3s$, temos $a_c = 1{,}6\ m/s^2, a_T = 9{,}86\ m/s^2$ e $a_R = 10\ m/s^2$. Fazendo a razão entre a aceleração tangencial e centrípeta, temos

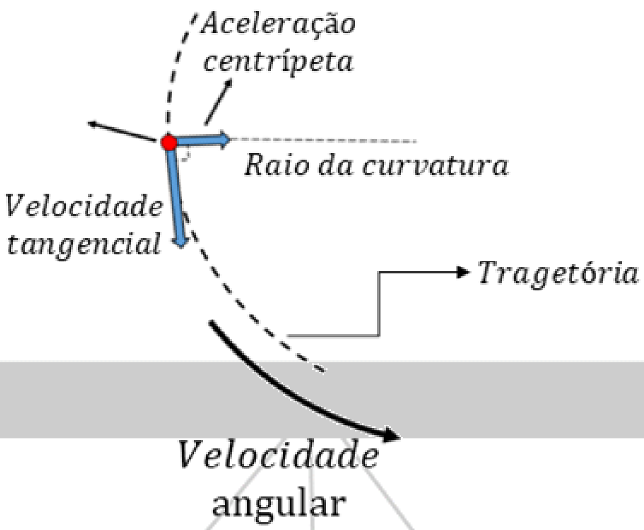
$$\frac{a_T}{a_c} = \frac{9{,}86}{1{,}6} = 6{,}16$$

Resposta: Letra b.

37. Sabemos que o velocímetro é um instrumento não registra direção e nem sentido. Apenas a intensidade da velocidade.

O enunciado nos diz que o módulo da velocidade não varia. Assim deve-se entender que também não existe uma aceleração tangencial. Afinal, ela é responsável por alterar o módulo da velocidade.

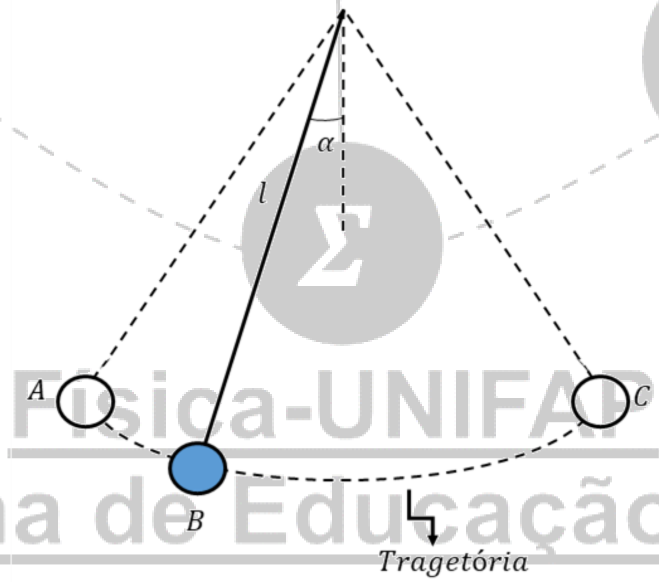
O problema é sobre a aceleração do veículo. Lembre-se que aceleração é um vetor e, portanto, devemos somar as componentes tangencial e centrípeta. Mas se não existe a aceleração tangencial, resta apenas a centrípeta, que aponta para o centro da curva, como ilustrado na figura abaixo



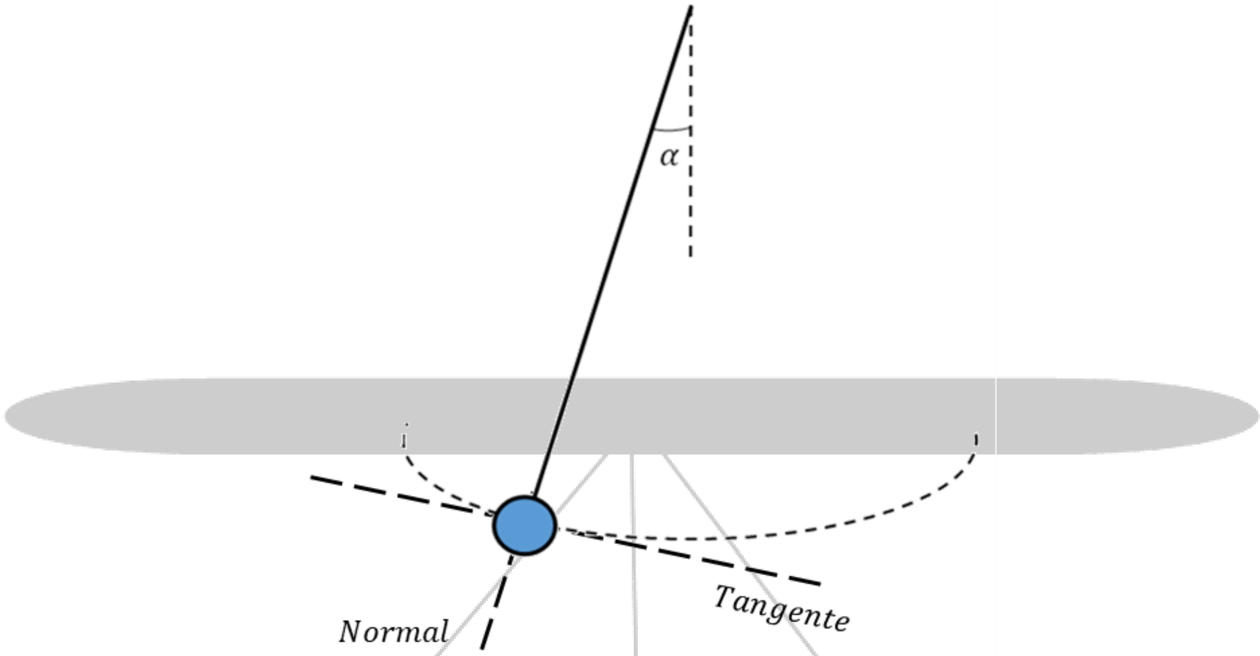
Portanto, tem direção radial e aponta para o centro da curva.

Reposta: Letra b.

38. Analisando a figura, temos a seguinte situação

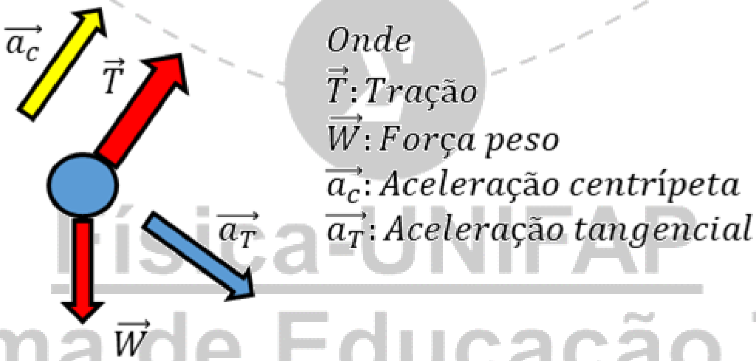


Traçando eixos na direção tangencial e normal na esfera, para os cálculos, temos

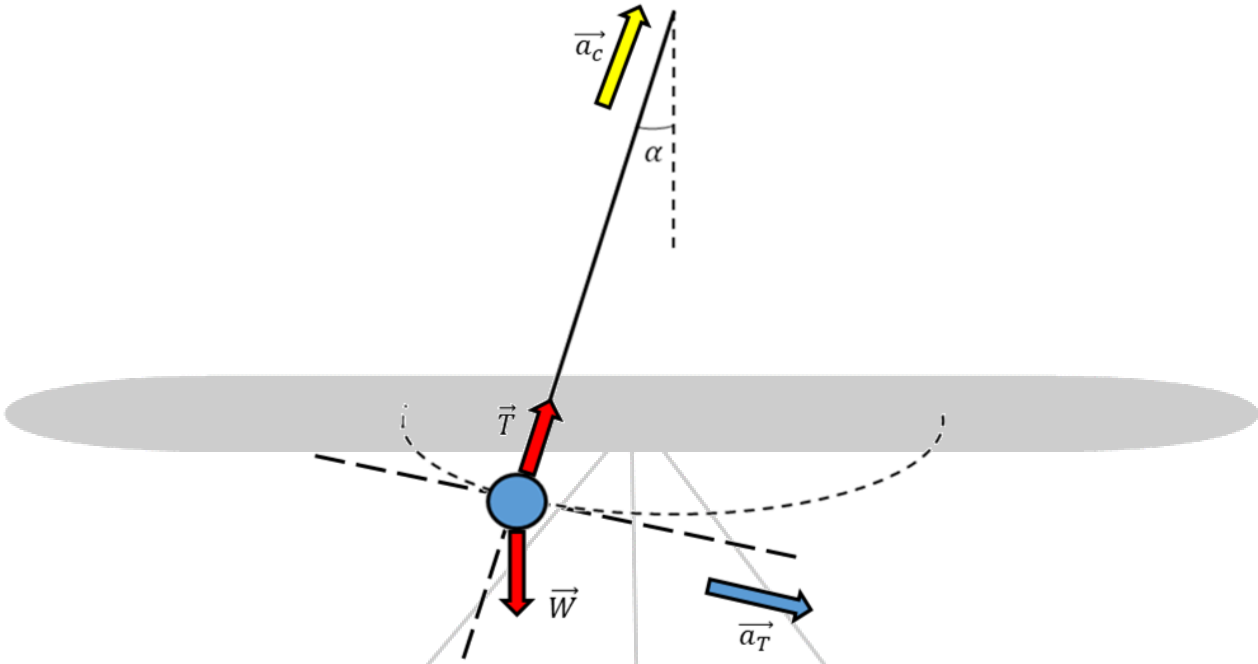


Agora iremos fazer o diagrama de corpo livre na esfera para aplicarmos a 2ª lei de Newton para o movimento circular (A resultante centrípeta: $\overrightarrow{F_c} = m\overrightarrow{a_c}$) para encontrarmos a aceleração centrípeta. Temos então

D.C.L. na esfera

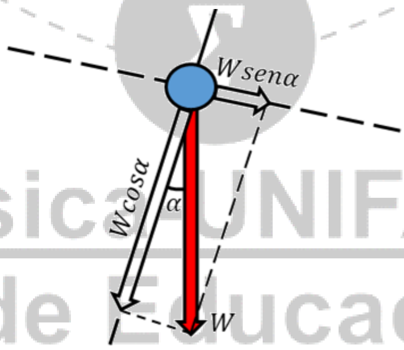


Juntando tudo em uma imagem para ficar bem visível o que estamos fazendo, temos



Trabalhando com suas formas escalares, iremos decompor a força peso na direção normal e tangencial. Para mais detalhes sobre como decompor vetores, recomendamos conferir a nossa segunda apostila intitulada “MECÂNICA SEGUNDA PARTE: ESTÁTICA”.

Assim



Agora iremos calcular a resultante centrípeta

$$\vec{F_c} = m\vec{a_c}$$

Mas como estamos trabalhando em sua forma escalar, temos

$$F_c = ma_c$$

Como $a_c = \frac{V^2}{R}$, onde R é o raio da esfera até o centro e o centro é a mão do garoto e o problema nos diz que essa distância é igual a l, temos

$$a_c = \frac{V^2}{l} = \frac{(0{,}2)^2}{0{,}02} = 2\ m/s^2$$

Assim

$$T - W\cos\alpha = m\frac{V^2}{l}$$

Isolando T

$$T = m\frac{V^2}{l} + W\cos\alpha$$

Substituindo os valores

$$T = 0{,}25\frac{(0{,}2)^2}{0{,}02} + 0{,}25.10.0{,}8 = 0{,}5 + 2 = 2{,}5N$$

Para encontrar a aceleração tangencial iremos aplicar a fórmula

$$\overrightarrow{F_T} = m\overrightarrow{a_T}$$

Como estamos trabalhando na forma escalar

$$F_T = ma_T$$

Assim

$$W sen\alpha = ma_T$$

Isolando a aceleração tangencial

$$a_T = \frac{W sen\alpha}{m}$$

Substituindo os valores

$$a_T = \frac{0,25.10.0,6}{0,25} = 6\ m/s^2$$

$$\therefore T = 2,5\ N, a_c = 2\ m/s^2 e\ a_T = 6\ m/s^2$$

Resposta: Letra d.

39. Primeiro encontrar a força tangencial do carrinho. Para isso, usaremos a fórmula

$$F_T = m.a_T$$

Sabemos que o módulo da aceleração tangencial é o mesmo da aceleração escalar, assim

$$a_T = a$$

Assim

$$F_T = m.a \qquad (i)$$

Como temos a aceleração escalar agora, podemos encontra-la pela equação horária da posição que nos foi dado.

Pela definição, a equação horária da posição para o movimento uniformemente variado é

$$S = S_i + V_i t + \frac{1}{2}.at^2$$

Para mais detalhes, confira a nossa apostila intitulada "MECÂNICA PRIMEIRA PARTE: CINEMÁTICA".

Analisando a equação $S = 0,2t + 0,5t^2$, notamos que $S_i = 0, V_i = 0,2\ m/s$, $a = 1\ m/s^2$.

Daí encontramos o valor da aceleração.

Substituindo em (i), temos

$$F_T = m.a = 0{,}3.1 = 0{,}3\ N$$

Para a força centrípeta, temos a equação

$$F_c = m.a_c$$

Onde

$$a_c = \frac{V^2}{R}$$

Logo

$$F_c = m.\frac{V^2}{R} \quad (ii)$$

Para encontrar V, usaremos a fórmula

$$V = V_i \pm at \ \ (iii)$$

Para mais detalhes, confira a nossa apostila intitulada “MECÂNICA PRIMEIRA PARTE: CINEMÁTICA”.

Como já encontramos a velocidade inicial e a aceleração escalar, iremos apenas substituir esses valores na fórmula (iii). Iremos encontrar a velocidade final no instante de tempo de 2s. Assim

$$V = V_i \pm at = 0{,}2 + 1.2 = 2{,}2\ m/s^2$$

Assim, substituindo esse valor em (ii), temos

$$F_c = m.\frac{V^2}{R} = 0{,}3.\frac{(2{,}2)^2}{1} = 1{,}452\ N$$

Fazendo a razão entre as forças, temos

$$\frac{F_c}{F_T} = \frac{1{,}452}{0{,}3} = 4{,}84$$

Resposta: Letra e.

40. Para encontrar a força tangencial, iremos usar a formula

$$F_T = ma_T \ (i)$$

Trabalharemos apenas com os módulos dos vetores.

Onde

$$a_T = a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{V - V_i}{t - t_i}$$

Antes de prosseguir com os cálculos, temos que transformar a unidade de medida da velocidade, de km/h para m/s.

$V = 50\ km/h \ \rightarrow 13{,}9\ m/s^2$

$V_i = 120\ km/h \rightarrow 33{,}3\ m/s^2$

Assim

$$a_T = \frac{V - V_i}{t - t_i} = \frac{13{,}9 - 33{,}3}{6 - 0} = -3{,}23\ m/s^2$$

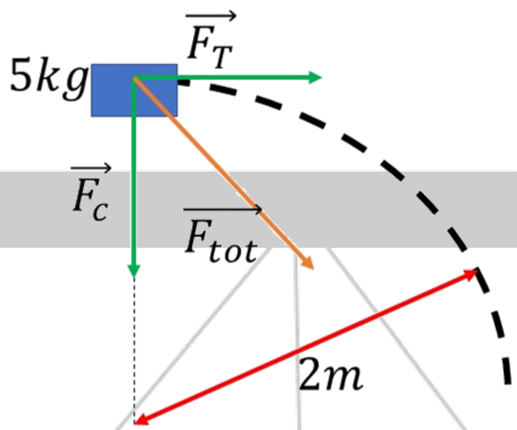
Substituindo os valores em (i), temos

$$F_T = ma_T = 2000.(-3{,}23) = -6460N$$

Resposta: Letra b.

SOLUÇÃO DAS QUESTÕES DE FORÇA TOTAL

41. Aplicando a segunda lei de Newton nas direções radiais e tangenciais temos:



Na direção radial:

$$F_c = ma_c = m\omega^2 R$$

Como a lei de movimento já foi fornecida no problema substituímos:

$$F_c = ma_c = m4t^2 R$$

A rapidez angular pode ser expressada como

$$\omega = \omega_0 \pm \alpha t$$

Neste problema concluímos que o módulo da aceleração angular é $\alpha = 2\, rad/s$.

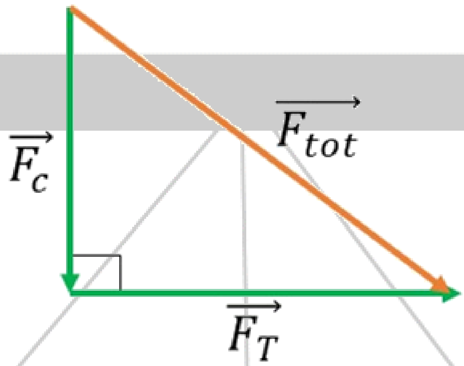
Em $t = 1$ o módulo da força resultante centrípeta será:

$$F_c = ma_c = m4t^2 R = 5.4.1.2 = 40\ N$$

Aplicando a segunda lei na direção tangencial:

$$F_T = ma_t = m\alpha R = 5.2.2 = 20\ N$$

As forças tangencial e centrípeta são perpendiculares, aplicando o teorema de Pitágoras encontramos a magnitude da força total.



$$F_{tot} = \sqrt{40^2 + 20^2}$$

$$F_{tot} = \sqrt{1600 + 400}$$

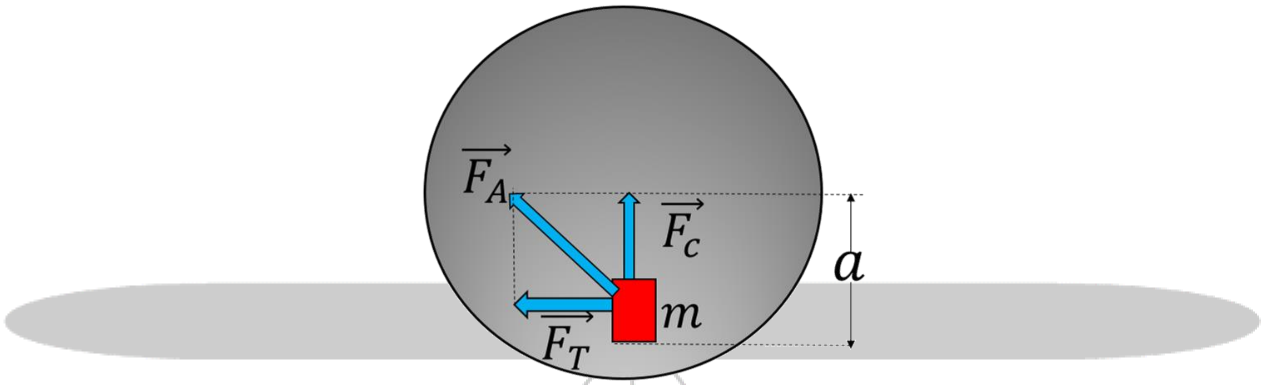
$$F_{tot} = \sqrt{2000}$$

$$F_{tot} = \sqrt{400.5}$$

$$F_{tot} = 20\sqrt{5}\ N$$

Resposta letra a)

42. Aplicando a segunda lei de newton para o movimento circular:



Na direção radial:

$$F_c = ma_c = m\omega^2 a$$

A rapidez angular pode ser expressada como

$$\omega = \alpha t$$

Substituindo:

$$F_c = ma_c = m\alpha^2 t^2 a$$

Na direção tangencial:

$$F_T = ma_t = m\alpha . a$$

A magnitude da força total será obtida usando o teorema de Pitágoras.

$$F_{tot} = \sqrt{{F_c}^2 + {F_T}^2}$$

$$F_{tot} = \sqrt{(m\alpha^2 t^2 a)^2 + (m\alpha . a)^2}$$

$$F_{tot} = m\alpha a\sqrt{\alpha^2 t^4 + 1}\ N$$

Resposta letra a

43. Na iminência do deslizamento temos atuando no corpo a força de atrito estático máxima.

$$F_{AE}^{MÁX} = \mu_{AE} N$$

A força total será igual a força de atrito estático máxima.

Logo temos:

$${F_{AE}^{MÁX}}^2 = {F_c}^2 + {F_T}^2$$

Substituindo os valores das intensidades das forças:

$$(\mu_{AE} N)^2 = (m\alpha^2 t^2 a)^2 + (m\alpha . a)^2$$

Isolando o tempo, temos:

$$(\mu_{AE})^2 N^2 = m^2\alpha^4 t^4 a^2 + m^2\alpha^2 a^2$$

$$m^2\alpha^4 t^4 a^2 = (\mu_{AE})^2 N^2 - m^2\alpha^2 a^2$$

$$t^4 = \frac{(\mu_{AE})^2 N^2}{m^2\alpha^4 a^2} - \frac{m^2\alpha^2 a^2}{m^2\alpha^4 a^2}$$

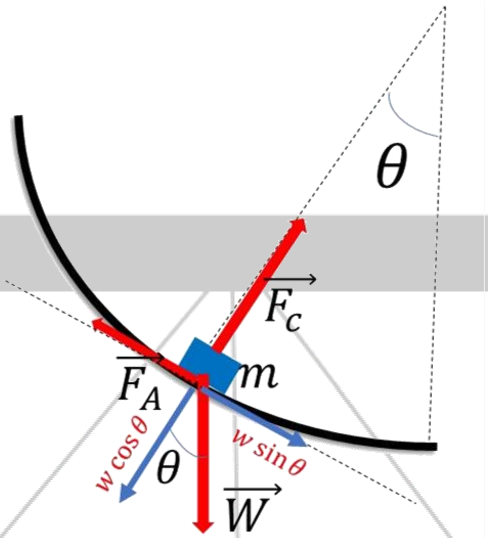
$$t^4 = \frac{(\mu_{AE})^2 m^2 g^2}{m^2\alpha^4 a^2} - \frac{1}{\alpha^2}$$

$$t^4 = \frac{(\mu_{AE})^2 g^2}{\alpha^4 a^2} - \frac{1}{\alpha^2}$$

$$t = \sqrt[4]{\frac{{\mu_{AE}}^2 g^2}{\alpha^4 a^2} - \frac{1}{\alpha^2}}\ s$$

Resposta letra b

44. Aplicando a segunda lei de newton para o movimento circular:



Na direção tangencial:

$$F_T = ma_t = W \sin\theta - F_A$$

$$F_T = ma_t = W \sin\theta - \mu_{AC} N$$

Na direção radial:

$$F_c = ma_c = m\frac{v^2}{R} = N - W\cos\theta$$

Isolando a normal:

$$m\frac{v^2}{R} = N - W\cos\theta$$

$$N = m\frac{v^2}{R} - W\cos\theta$$

Substituindo na segunda a equação:

$$F_T = ma_t = W \sin\theta - \mu_{AC}(m\frac{v^2}{R} - W\cos\theta)$$

$$F_T = m(g\sin\theta - \mu_{AC}\frac{v^2}{R} + \mu_{AC}g\cos\theta)\ N$$

Resposta letra e

45. Analisando as componentes da força de atrito temos:

A componente na direção radial:

$$F_c = ma_c = m(\alpha t)^2 R$$

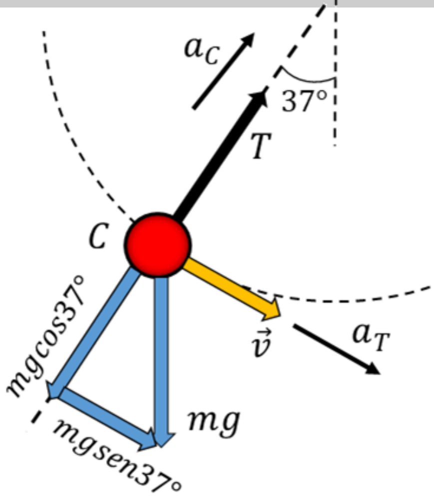
A componente na direção tangencial:

$$F_T = ma_t = m\alpha R$$

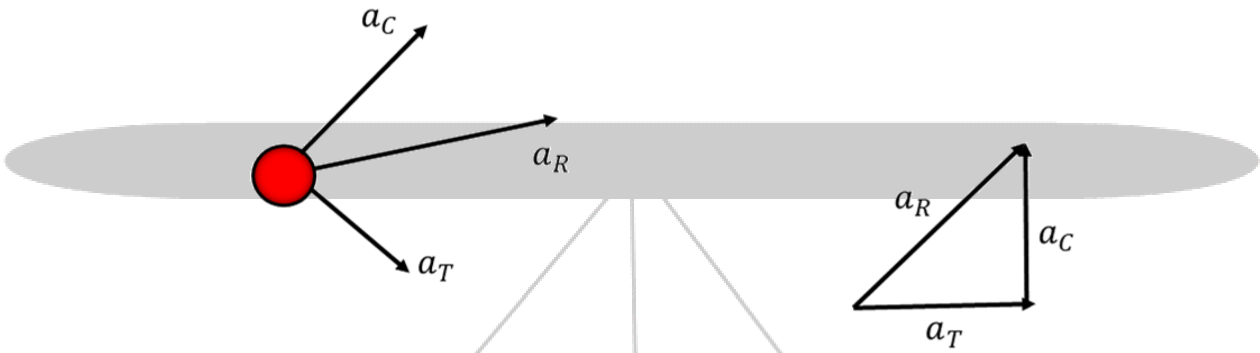
Temos que a força de atrito estático na direção radial é variável, pois tem dependência temporal. Já a componente da força de atrito estático na direção tangencial é constante, não tem dependência temporal.

Resposta letra b

46. Faremos um D.C.L do sistema para entender melhor o que está acontecendo:



Decompomos as forças nas componentes radiais e tangenciais, agora analisando as acelerações:



Temos as acelerações tangencial e radial, a aceleração resultante é a soma das duas, temos por Pitágoras:

$$a_R^2 = a_T^2 + a_C^2 \ldots (1)$$

Obs: as componentes das forças radiais não serão utilizadas nos cálculos.

I)

Agora, determinaremos a_c

Temos que $a_C = \frac{v^2}{R} \ldots (2)$

II)

Determinaremos a_T

Pela segunda lei de Newton, temos

$$F_R = ma_T$$

$$mgsen37° = ma_T$$

$$a_T = gsen37° \ldots (3)$$

Aplicando as equações (2) e (3) na equação (1), obtemos:

$$a_R^2 = (\frac{v^2}{R})^2 + (gsen37°)^2$$

Substituindo os valores

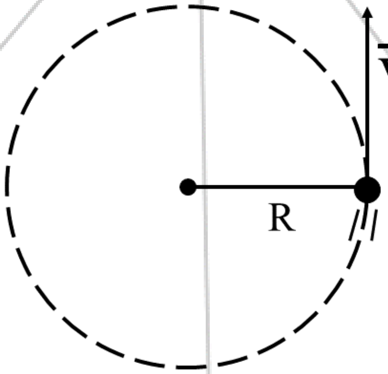
$$a_R^2 = (\frac{5^2}{1,5})^2 + \left(10 \times \frac{3}{5}\right)^2 = 313,7$$

Tirando a raiz desse resultado

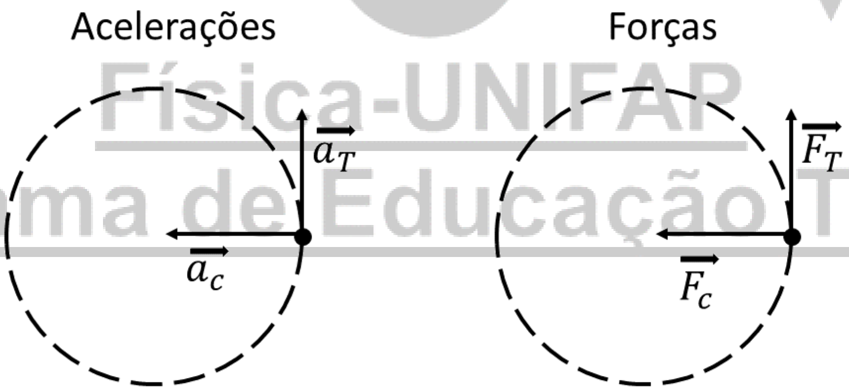
$$a_R = 17,7 m/s^2$$

Resposta: letra a)

47. Para começar este problema é preciso lembrar de cinemática circular, como neste caso temos um Movimento Circular Uniformemente Variado (MCUV) a velocidade muda com o tempo, e queremos a força resultante quando t =1s na figura abaixo.



Como nesta situação temos um MCUV, a partícula tem aceleração centrípeta (a_c) e aceleração tangencial (a_T), assim como também tem força centrípeta (F_c) e força tangencial (F_T), como ilustrado na figura abaixo:



No caso de um MCUV a aceleração tangencial é constante e tem mesmo modulo da aceleração linear, então podemos encontra-la através das relações da cinemática utilizando a seguinte expressão:

$$v = v_0 + a_T . t$$

Sabemos que a partícula parte do repouso, ou seja, $v_0 = 0\ m/s$, também sabemos que quando $t = 2s$ temos que $v = 6\ m/s$, substituindo os dados na equação acima:

$$v = v_0 + a_T.t$$

$$v = a_T.t$$

$$a_T = \frac{v}{t}$$

$$a_T = \frac{6}{2}$$

$$a_T = 3\ m/s$$

Tendo a aceleração tangencial em mãos, podemos encontrar a força tangencial, da seguinte maneira:

$$F_T = ma_T$$

Substituindo os dados:

$$F_T = ma_T$$

$$F_T = 1.3$$

$$\boldsymbol{F_T = 3\ N}$$

Agora precisamos analisar a aceleração centrípeta, sabemos da cinemática circular que a aceleração centrípeta pode ser calculada da seguinte maneira:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Queremos saber quanto vale a força resultante no instante t = 1s, então para saber quanto vale a aceleração centrípeta nesse instante primeiro precisamos encontrar quanto vale a velocidade quando t = 1s:

$$v = v_0 + a_T.t$$

$$v = a_T.t$$

$$v = 3.1$$

$$v = 3\ m/s$$

Substituindo na expressão para a aceleração centrípeta, temos:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

$$a_c = \frac{3^2}{2,25}$$

$$a_c = 4\ m/s$$

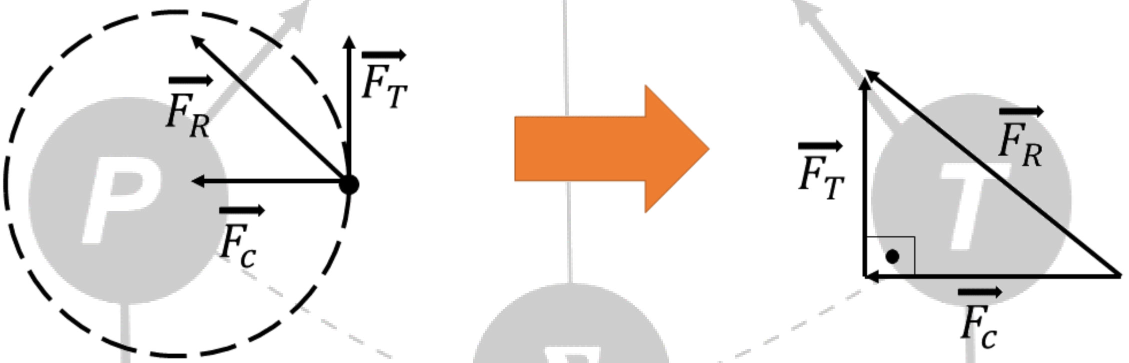
Com o valor da aceleração centrípeta quando t =1s, podemos encontrar a força centrípeta:

$$F_c = ma_c$$

$$F_c = 1.4$$

$$\boldsymbol{F_c = 4\ N}$$

Podemos finalmente calcular a força resultante através das suas componentes, como ilustrado na figura abaixo:



Para a força resultante:

$$\overrightarrow{F_R} = \overrightarrow{F_C} + \overrightarrow{F_T}$$

Em módulo:

$$F_R = \sqrt{F_C^2 + F_T^2}$$

$$F_R = \sqrt{4^2 + 3^2}$$

$$F_R = \sqrt{16 + 9}$$

$$F_R = \sqrt{25}$$

$$\boldsymbol{F_R = 5\ N}$$

Resposta: letra b