MEC
Ministério da Educação

INEP
Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb)

Reynaldo Fernandes*

* Presidente do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) e professor titular da Universidade de São Paulo.

Brasília-DF
2007

© Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira(Inep)
É permitida a reprodução total ou parcial desta publicação, desde que citada a fonte.

COORDENADORA-GERAL DE LINHA EDITORIAL E PUBLICAÇÕES
Lia Scholze

COORDENADORA DE PRODUÇÃO EDITORIAL
Rosa dos Anjos Oliveira

COORDENADORA DE PROGRAMAÇÃO VISUAL
Márcia Terezinha dos Reis

EDITOR EXECUTIVO
Jair Santana Moraes

REVISÃO
Antonio Bezerra Filho
Marluce Moreira Salgado

NORMALIZAÇÃO BIBLIOGRÁFICA
Regina Helena Azevedo de Mello

DIAGRAMAÇÃO E ARTE-FINAL
Celi Rosalia Soares de Melo

TIRAGEM
1.000 exemplares

EDITORIA
Inep/MEC – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, Anexo I, 4º Andar, Sala 418
CEP 70047-900 – Brasília-DF – Brasil
Fones: (61) 2104-8438, (61) 2104-8042
Fax: (61) 2104-9812
editoria@inep.gov.br

DISTRIBUIÇÃO
Inep/MEC – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, Anexo II, 4º Andar, Sala 414
CEP 70047-900 – Brasília-DF – Brasil
Fone: (61) 2104-9509
publicacoes@inep.gov.br
http://www.inep.gov.br/pesquisa/publicacoes

ESTA PUBLICAÇÃO NÃO PODE SER VENDIDA. DISTRIBUIÇÃO GRATUITA
A exatidão das informações e os conceitos e opiniões emitidos são de exclusiva responsabilidade do autor.

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

Fernandes, Reynaldo.
Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) / Reynaldo Fernandes. – Brasília : Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2007.

26 p. (Série Documental. Textos para Discussão, ISSN 1414-0640 ; 26)

1. Indicador de desenvolvimento educacional 2. Educação Básica. I. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. II. Série. III. Título

CDU 37:311

Sumário

Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb)

APRESENTAÇÃO 5

INTRODUÇÃO 7

ASPECTOS CONCEITUAIS 8

O INDICADOR PROPOSTO 13

UMA APLICAÇÃO PARA OS ESTADOS BRASILEIROS 16

CONSIDERAÇÕES FINAIS 16

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 21

APRESENTAÇÃO

Um número cada vez maior de educadores, formuladores de políticas, gestores e especialistas converge para a necessidade de se estabelecer padrão e critérios para monitorar o sistema de ensino no Brasil. Experiências bem-sucedidas de melhoria no desempenho de redes e escolas começam a ser registradas, apontando a importância do uso de indicadores para monitoramento permanente e medição do progresso dos programas em relação às metas e resultados fixados.

Tratando-se de iniciativas isoladas, cada experiência reflete a orientação dos responsáveis pela gestão do sistema ou mesmo de uma unidade escolar e atende às necessidades locais específicas. A existência de um índice que sirva para ser aplicado nacionalmente, levando em consideração as peculiaridades de regiões distintas, é, assim, um desafio que precisa ser enfrentado quando se fala na necessidade de se estabelecer um padrão de qualidade na educação do País.

Neste Texto para Discussão, seu autor, Reynaldo Fernandes, coloca em debate a proposta de criação do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb). Ele combina dois indicadores usualmente utilizados para monitorar nosso sistema de ensino: a) indicadores de fluxo (promoção, repetência e evasão) e b) pontuações em exames padronizados obtidas por estudantes ao final de determinada etapa do sistema de ensino (4ª e 8ª séries do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio).

Seu pressuposto é a evidente complementaridade entre ambos, lembrando que, mesmo que os alunos atinjam elevadas pontuações nos exames padronizados, um sistema educacional que reprova sistematicamente seus estudantes, provocando o abandono de um número significativo deles, sem que completem a educação básica, não é desejável; lembra, porém, que a conclusão no período correto e com baixas taxas de abandono, mas que produzisse concluintes com deficiência de aprendizagem, tampouco o seria. “Em suma, um sistema ideal seria aquele no qual todas as crianças e adolescentes tivessem acesso à escola, não desperdiçassem tempo com repetências, não abandonassem os estudos precocemente e, ao final de tudo, aprendessem”, pondera o autor.

Por essa razão, sua proposta é de que o Índice de Desenvolvimento Educacional considere tanto informações de desempenho em exames padronizados como as de fluxo escolar, tendo como resultado a combinação de dois outros indicadores – a) pontuação média dos estudantes em exames padronizados ao final de determinada etapa da educação básica (4ª e 8ª séries do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio) e b) taxa média de aprovação dos estudantes da correspondente etapa de ensino –, seja de fácil compreensão, simples de calcular, aplicável às escolas e explícito em relação à “taxa de troca” entre probabilidade de aprovação e proficiência dos estudantes.

Oroslinda Maria Taranto Goulart
Diretora de Tratamento e Disseminação de Informações Educacionais

Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb)

Reynaldo Fernandes

INTRODUÇÃO

Os indicadores de desempenho educacional utilizados para monitorar o sistema de ensino no País são, fundamentalmente, de duas ordens: a) indicadores de fluxo (promoção, repetência e evasão) e b) pontuações em exames padronizados obtidas por estudantes ao final de determinada etapa do sistema de ensino (4ª e 8ª séries do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio). É importante ressaltar que os estudos e análises sobre desempenho educacional raramente combinam as informações produzidas por esses dois tipos de indicadores, ainda que a complementaridade entre elas seja evidente.[1]

Um sistema educacional que reprova sistematicamente seus estudantes, fazendo que grande parte deles abandone a escola antes de completar a educação básica, não é desejável, mesmo que aqueles que concluam essa etapa atinjam elevadas pontuações nos exames padronizados. Por seu lado, um sistema em que os alunos concluem o ensino médio no período correto não é de interesse caso eles aprendam muito pouco. Em suma, um sistema ideal seria aquele no qual todas as crianças e adolescentes tivessem acesso à escola, não desperdiçassem tempo com repetências, não abandonassem os estudos precocemente e, ao final de tudo, aprendessem.

No Brasil, a questão do acesso está praticamente resolvida, uma vez que quase a totalidade das crianças ingressa no sistema educacional. Nosso problema ainda reside nas altas taxas de repetência, na elevada proporção de adolescentes que abandonam a escola sem concluir a educação básica e na baixa proficiência obtida por nossos estudantes em exames padronizados. Assim, um indicador de desenvolvimento educacional deveria combinar tanto informações de desempenho em exames padronizados como informações sobre fluxo escolar. O objetivo do presente texto é, exatamente, o de propor um indicador com tal característica.

Uma visão mais integrada de desenvolvimento educacional, que considera tanto o desempenho dos estudantes em testes padronizados como informações de fluxo, é a de que os exames como o Saeb e a Prova Brasil deveriam ser aplicados aos alunos de determinada geração, em vez de aos de determinada série. Nesse caso, o desempenho dos alunos atrasados, que se pressupõe menor que o dos que estão na série correta, estaria contemplado na medida de desenvolvimento educacional.

Independentemente das vantagens e desvantagens de se ter um exame cuja referência seja a geração, o fato é que os que são aplicados no País para aferir a proficiência dos alunos (Saeb, Prova Brasil e Enem) têm como base a série. A única exceção é o Pisa (Programme for International Student Assessment), que é aplicado aos alunos de 15 anos de idade. Neste caso, no

[1] Uma das poucas exceções pode ser encontrada em Araújo, Conde e Luzio (2004). Nesse trabalho, os autores propõem um índice que combina informações de fluxo e atendimento escolar com o desempenho dos estudantes no Saeb. Conquanto a preocupação dos autores seja similar à do presente artigo, a solução proposta é bastante distinta.

entanto, a amostra é representativa apenas para o País como um todo, impedindo que a medida de desempenho seja aplicável às escolas e redes de ensino.[2]

Deste modo, para se obter uma medida que seja disponível em um nível mais desagregado (escolas e redes de ensino), é necessário buscar uma alternativa. O indicador aqui proposto é o resultado da combinação de dois outros indicadores: a) pontuação média dos estudantes em exames padronizados ao final de determinada etapa da educação básica (4ª e 8ª séries do ensino fundamental e 3º ano do ensino médio) e b) taxa média de aprovação dos estudantes da correspondente etapa de ensino. Ele possui a vantagem de ser de fácil compreensão, simples de calcular, aplicável às escolas e explícito em relação à "taxa de troca" entre probabilidade de aprovação e proficiência dos estudantes. Ou seja, o indicador torna claro o quanto se está disposto a perder na pontuação média do teste padronizado para se obter determinado aumento na taxa média de aprovação.

ASPECTOS CONCEITUAIS

Possuir um indicador sintético de desenvolvimento educacional seria desejável, entre outros motivos, para: a) detectar escolas e/ou redes de ensino cujos alunos apresentem baixa *performance* e b) monitorar a evolução temporal do desempenho dos alunos dessas escolas e/ou redes de ensino.[3] Para tanto, ter que optar entre um indicador de fluxo e um de desempenho em testes padronizados pode não se mostrar uma tarefa simples, isso em virtude da possibilidade de existir *trade-offs* entre eles.

Note-se que medidas de proficiência em exames padronizados e índices de fluxo escolar não são independentes entre si. Por exemplo, a adoção de uma medida que melhore o aprendizado dos alunos, fixado o padrão de aprovação, tende tanto a elevar a proficiência nos testes padronizados como a reduzir a taxa de repetência.[4] Se a relação entre indicadores de proficiência em exames padronizados e indicadores de fluxo fosse sempre desse tipo, não haveria grandes problemas em escolher entre eles, uma vez que a melhora (piora) de um indicador implica melhora (piora) do outro. A dificuldade de escolha é maior ante a possibilidade de eles caminharem em sentidos opostos. Suponhamos que, ao invés de uma medida que melhore o aprendizado dos alunos, adote-se uma redução no padrão de aprovação. Nesse caso, as taxas de repetência seriam reduzidas, mas, muito provavelmente, teríamos uma redução na proficiência média dos estudantes.

Os motivos que levam o Brasil a apresentar elevadas taxas de retenção escolar têm sido bastante discutidos na literatura e dado margem a uma grande polêmica.[5] Independentemente da verdadeira explicação, se é que existe uma única, o fato é que não se pode descartar a possibilidade de as escolas e/ou redes de ensino adotarem medidas que melhorem o fluxo e piorem o desempenho nos exames padronizados e vice-versa. Nesse caso, se a cobrança for restringida apenas aos indicadores de fluxo, ela pode incentivar os professores, diretores de escolas e gestores de rede a adotarem medidas que impliquem redução no desempenho médio dos estudantes nos testes padronizados, como, por exemplo, reduzir o padrão de aprovação. Por

[2] Fernandes e Natenzon (2003) propõem uma forma de transformar as notas do Saeb de série para geração. Sem entrar em consideração sobre a validade das hipóteses utilizadas, o método só pode ser aplicado em níveis bastante agregado (Estados, Regiões e Brasil).

[3] As autoridades educacionais poderiam, por exemplo, financiar programas para promover o desenvolvimento educacional de redes de ensino em que os alunos apresentam baixo desempenho. Assim, monitorar as redes financiadas, para verificar se elas apresentam uma melhora de desempenho, é fundamental. Aliás, o financiador poderia estipular previamente o avanço desejado no indicador como contrapartida para a liberação de recursos.

[4] Por padrão de aprovação entende-se os conhecimentos e habilidades mínimos que, idealmente, os alunos deveriam adquirir para serem aprovados.

[5] Ver, por exemplo, Brandão, Baeta e Rocha (1983), Ribeiro (1991), Silva e Davis (1993), Schiefelbein e Wolff (1993) e Paro (2000).

outro lado, se a cobrança for apenas sobre os *scores* dos alunos, o incentivo é o oposto, como, por exemplo, elevar o padrão de aprovação.[6]

Na possibilidade de existir tal *trade-off*, é importante que o indicador de desenvolvimento educacional explicite a "taxa de troca" aceitável entre probabilidade de aprovação e proficiência dos estudantes: o quanto se está disposto a perder na pontuação média do teste padronizado para se obter determinado aumento na taxa média de aprovação. Ainda que fixar essa taxa não seja algo isento de controvérsias, é importante que a opção seja claramente revelada pelo indicador.

Para iniciar a discussão conceitual sobre o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb), seria interessante retornarmos ao caso dos exames padronizados realizados com base nas gerações. Aqui, todos os alunos com idade adequada para cursar uma determinada série, ou uma amostra representativa deles, são avaliados.

Vamos admitir que a idade considerada seja aquela adequada para cursar a última série da primeira etapa do ensino fundamental (quarta série do ensino fundamental de oito anos), que todos os alunos ingressem na escola com a idade correta e que não haja evasão até a conclusão dessa etapa. Assim, todas as crianças avaliadas teriam freqüentado a escola por um mesmo período de tempo, embora se encontrando em séries distintas em virtude de repetências. A pergunta que tal medida visaria responder é: o que as crianças sabem após quatro anos de escola?

Note-se que se a troca de redes de ensino e/ou escolas, por parte dos alunos, for pequena ou se ela seguir um padrão aproximadamente aleatório, tal medida poderá ser aplicada a essas redes de ensino e às escolas, entretanto sua adoção será mais difícil em etapas mais avançadas do ciclo escolar. Por exemplo, os alunos de determinada escola de ensino médio com idade adequada para cursar o 3º ano podem ter diferentes tempos de permanência na escola em virtude de repetências em etapas anteriores. Assim, o uso do *score* médio da geração seria mais adequado para monitorar o sistema de ensino como um todo (Brasil, Estados e Municípios) e menos adequado para monitorar redes de ensino e escolas, isto porque muitas escolas e redes de ensino são especializadas em determinadas etapas da educação básica.

Ainda que os alunos tendessem a cursar toda a educação básica nas escolas e/ou redes de ensino em que ingressaram, alguém poderia considerar que o importante seria avaliar as habilidades e conhecimentos adquiridos ao final de determinada etapa de ensino, em vez das habilidades e conhecimentos adquiridos após um determinado tempo de permanência na escola. O sucesso educacional dos alunos que ingressam em determinada escola e/ou rede de ensino seria mais bem avaliado ao final do processo ou, ao menos, ao final de determinadas etapas consideradas demarcadoras. Nesse caso, no entanto, seria necessário avaliar não apenas os conhecimentos e habilidades adquiridas pelos estudantes ao final da etapa específica, mas também o tempo necessário para concluí-la.

Para nossos propósitos, o aspecto importante a destacar é que diferentes medidas podem gerar incentivos distintos às escolas e/ou redes de ensino, no que se refere ao padrão de aprovação. Tomemos novamente o exemplo em que os alunos são avaliados na idade adequada para cursar a última série da primeira etapa do ensino fundamental. Suponhamos que, no ano anterior à avaliação, um determinado estudante tenha chegado ao final do ano letivo com desempenho considerado crítico, e a decisão que a escola tem que tomar é se o aprova ou reprova.[7] Caso a escola se guie apenas pelo

[6] É de se notar que mexer nos padrões de aprovação pode ser muito mais fácil do que adotar medidas que promovam um melhor aprendizado dos estudantes.

[7] Admita-se que o exame padronizado é realizado sempre no final do ano letivo.

resultado da avaliação, ela necessita ponderar em que situação a aquisição de habilidades e conhecimentos é maior. Se reprovar o estudante, ela impede que ele seja exposto a novos conteúdos que serão avaliados no exame do ano seguinte; se o aprova, ela não lhe possibilita solidificar a aprendizagem referente aos conteúdos da série em que hoje se encontra. Suponhamos que a pontuação esperada caso esse aluno realize o exame hoje seja N e a pontuação esperada para o ano seguinte seja $N + X$ e $N + Y$, em caso de aprovação e reprovação, respectivamente. Então, a regra de aprovação é clara: aprova-se o aluno caso $X > Y$ e reprova-se o estudante caso $Y > X$.

É razoável admitir que os estudantes que conseguem obter um bom desempenho ao final do ano letivo tenham muito pouco a ganhar em conhecimentos e habilidades caso sejam reprovados, enquanto aqueles que obtêm um desempenho fraco provavelmente tenham maiores ganhos, de modo que $X - Y$ seja uma função crescente de N: $X - Y = h(N)$, com $h'(N) > 0$. Nesse caso, o padrão de aprovação seria fixado de tal modo que aqueles que consigam superá-lo possuam $X > Y$ e aqueles que não o atinjam possuam $Y > X$. Caso $X > Y$ ocorra para todos os estudantes, a reprovação será eliminada.

Embora essa regra de aprovação seja ótima para maximizar o resultado da avaliação, não significa, necessariamente, que o seja para a carreira estudantil dos alunos. Admitamos que, no exemplo acima, o estudante que chegou ao final do ano letivo com desempenho considerado crítico, obteve $X > Y > 0$ e, portanto, foi aprovado. Entretanto, caso tivesse sido reprovado, iniciaria a série seguinte com uma pontuação esperada de $N + Y$, ao invés de N, e, portanto, seria razoável admitir que, ao final da série subseqüente, obteria um desempenho superior a $N + X$, digamos $N + Z$ com $Z > X$.[8] Supondo que a série subseqüente seja a do final da etapa educacional, teríamos uma perda esperada de desempenho ao final da primeira etapa do ensino fundamental de $Z - X$, quando comparado com a situação de ele ter sido reprovado, no entanto ele terminaria essa etapa de ensino um ano mais cedo.

Este exemplo mostra que a avaliação dos estudantes com base na geração pode incentivar as escolas e redes de ensino a adotarem determinada "taxa de troca" entre a proficiência esperada dos estudantes ao final de uma etapa de ensino e o tempo médio de duração para sua conclusão, a qual pode variar entre escolas e entre redes de ensino. Aliás, o incentivo para se adotar determinada "taxa de troca" estará presente em qualquer medida que pondere indicadores de desempenho em exames padronizados e de fluxo escolar. A dificuldade em estabelecer um indicador de desenvolvimento educacional é a de justificar que a "taxa de troca" por ele sinalizada é razoável.

Consideremos que a forma geral do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) seja dada por (1).

$$IDEB_j = f\left(\overline{N}_j, \overline{T}_j\right); \quad f_{\overline{N}} > 0 \quad \text{e} \quad f_{\overline{T}} < 0; \qquad (1)$$

onde,

$IDEB_j$ = Índice de Desenvolvimento da Educação Básica da unidade j (escola, rede de ensino, município, etc.);

$\overline{N}_j$ = proficiência esperada, em determinado exame padronizado, para estudantes da unidade j ao final da etapa de ensino considerada;

$\overline{T}_j$ = tempo esperado para conclusão da etapa para os estudantes da unidade j;

f_k = derivada parcial de *f( )* em relação a k.

Assim, o Ideb é crescente com a proficiência média dos estudantes e decrescente com o tempo médio de conclusão. É importante

[8] Admita-se que N + X supera o padrão de aprovação da série seguinte.

ressaltar que, em teoria, tanto $\overline{N}_j$ como $\overline{T}_j$ devem se referir aos alunos ingressantes e não apenas àqueles que, de fato, concluem a etapa. Ou seja, quais seriam o desempenho e o tempo de duração médio caso todos os estudantes não desistissem da escola. Sendo C um índice para indicar que o aluno concluiu a etapa, é de se supor que

$$E\left[N|C\right] > E\left[N\right] = \overline{N} \text{ e } E\left[T|C\right] < E\left[T\right] = \overline{T},$$

isso porque os alunos que deixam a escola tendem a ser os de pior desempenho. Extraindo o diferencial de (1) e igualando-o a zero (*dIDEB = 0*), temos:

$$\frac{d\overline{N}}{d\overline{T}} = -\frac{f_{\overline{T}}}{f_{\overline{N}}} \qquad (2)$$

ou,

$$\frac{\Delta\%\,\overline{N}}{\Delta\%\,\overline{T}} = \frac{d\overline{N}}{d\overline{T}}\frac{\overline{T}}{\overline{N}} = -\frac{f_T}{f_{\overline{N}}}\frac{\overline{T}}{\overline{N}} \qquad (2')$$

As expressões (2) e (2') dão as "taxas de troca" entre a proficiência esperada dos estudantes e o tempo médio de duração da etapa de ensino, em termos de variações absoluta e percentual, respectivamente. Note-se que, como $f_{\overline{T}} < 0$, então as "taxas de troca" são positivas, significando que um aumento em $\overline{T}$ tem que ser compensado por um aumento em $\overline{N}$. Considerando (2'), se a taxa for 1, significa que um aumento 10% em $\overline{T}$ tem que ser compensado por um aumento de 10% em $\overline{N}$, para que o Ideb se mantenha constante. Caso o aumento em $\overline{N}$ seja menor (maior) que 10%, o Ideb diminuirá (aumentará). Vale ressaltar que a "taxa de troca" não necessita ser constante, podendo variar com $\overline{N}$ e $\overline{T}$.

A dificuldade em se fixar a "taxa de troca" decorre da falta de clareza de como a relação entre repetência e desempenho é determinada no âmbito das escolas[9] e, principalmente, como determinar em que medida um aumento da proficiência esperada é melhor para o futuro dos estudantes quando esse aumento vem acompanhado de um aumento na probabilidade de repetência.

As elevadas taxas de repetência do País apontam para a existência de algo errado com nosso sistema educacional. Entretanto, isso não significa que a reprovação de alunos em si não possua alguma funcionalidade e que o ideal seria ter um sistema com taxa de reprovação igual a zero. Três justificativas usuais para se promover a retenção de alunos são: i) permitir aos que não obtiveram desempenho adequado a oportunidade de se recuperarem e, assim, prosseguirem no sistema de forma mais apropriada; ii) incentivar os alunos a aumentar o empenho na obtenção de habilidades e conhecimentos; e iii) impedir que alunos sem os conhecimentos mínimos avancem no sistema, o que viria a atrapalhar o desenvolvimento dos que estão aptos para a série seguinte.

As justificativas acima têm em comum o fato de que enquanto a reprovação depende do desempenho obtido pelos alunos também ela afeta esse desempenho. A validade de cada uma é, evidentemente, questionável, mas elas não podem ser descartadas *a priori*. No restante desta seção, vamos nos ater à primeira dessas justificativas, deixando para a seção seguinte a consideração das demais.[10]

Vamos admitir que, em determinada escola e em determinada série, N_i seja a proficiência obtida pelo aluno i ao final do ano letivo. Caso ele seja reprovado, o desempenho no final do ano seguinte será γN_i, onde $\gamma \geq 1$ é suposto o

[9] Por exemplo, como as escolas podem afetar o desempenho dos estudantes alterando padrões de aprovação?

[10] A argumentação de que a repetência não aumenta os conhecimentos e habilidades dos repetentes é bastante usual. A principal evidência utilizada em favor dessa tese é que a pontuação média dos repetentes no Saeb é inferior à dos não-repetentes. Entretanto, tal inferência não é válida. Em primeiro lugar, o Saeb informa se o aluno teve alguma repetência e não especifica se ela ocorreu no ano anterior. Assim, muitos dos que apresentam alguma repetência não são repetentes da série atual. Mesmo para os repetentes da série atual, o fato de eles apresentarem um pior desempenho que os não-repetentes não implica que eles não estejam melhores do que estavam no ano anterior, quando foram reprovados.

mesmo para todos os estudantes. Vamos admitir ainda que, nessa escola e série, exista um número infinito de alunos cujas proficiências são, ao final do ano letivo, uniformemente distribuídas no intervalo $0 \leq N_i \leq \theta$. Então, o desempenho médio dos estudantes ao final do ano é $\frac{\theta}{2}$. A regra para aprovação da escola é aprovar todos aqueles com $N_i > N_{\min}$, de modo que, se *p* é a proporção de aprovados, $N_{\min} = (1-p)\theta$. Assim, a proficiência média dos alunos aprovados é $\frac{\theta(2-p)}{2}$. Ou seja, quanto maior for a taxa de repetência, maior será o desempenho médio dos aprovados.[11]

Suponhamos agora que a distribuição de proficiências acima não se refira a todos os alunos que cursaram a série, mas apenas àqueles que a cursaram pela primeira vez, e o interesse seja obter a proficiência esperada desses alunos após a conclusão, bem como o tempo médio necessário para concluí-la.

Seja M_k a proficiência média dos concluintes que finalizaram a série após tê-la cursado k vezes, p_k a proporção de aprovados no k-ésimo ano e γ_{k-1} a razão entre a nota obtida por uma aluno após cursar a série pela k-ésima vez e a nota obtida por esse aluno no ano imediatamente anterior. Então

$$\gamma_{k-1} = \frac{1}{(1-p_k)}$$

e

$$M_k = \frac{\theta}{2}\frac{(1-p_1)(2-p_k)}{(1-p_k)} \qquad (3)$$

Já a proficiência esperada após a conclusão da série é dada por (4).

$$M = M_1 p_1 + M_2(1-p_1)p_2 + \\ + M_3(1-p_1)(1-p_2)p_3 + ... \qquad (4)$$

Se o desempenho médio dos reprovados que estão cursando a série pela k-ésima vez for menor do que o dos que se encontram na série pela k–1-ésima vez, então $M_1 > M_2 > M_3 > .....$ e $P_1 > P_2 > P_3 > .....$ Nesse caso, M é uma soma infinita de termos decrescentes, e quanto mais rápido decrescer P_k, menor será M. No entanto, seria conveniente admitir que a proporção de aprovados é sempre a mesma, de modo que a distribuição de proficiência é sempre a mesma, independentemente de k. Assim, a proficiência esperada (M) e tempo médio de conclusão (T) são dados por (5) e (6).

$$M = \frac{\theta(2-p)}{2} \qquad (5)$$

$$T = \frac{1}{p} \qquad (6)$$

Tanto M como T se reduzem com p. Note-se que, como a proporção de aprovação é sempre a mesma, ela poderia, em equilíbrio estacionário, ser obtida diretamente como a proporção de aprovados na série, que incluiria infinitas gerações de ingressantes. De (5) e (6) é fácil calcular a "taxa de troca" entre M e T que está disponível para a escola. No entanto, como o tempo esperado para concluir a série é inversamente proporcional à taxa de aprovação, não há nenhum inconveniente de que a "taxa de troca" seja calculada entre M e p, a qual é dada por:

$$\frac{\Delta\% M}{\Delta\% p} = -\frac{p}{2-p} \qquad (7)$$

Nesse caso, a "taxa de troca" é negativa, indicando que um aumento na taxa de aprovação implica redução na proficiência dos concluintes. Note que a "taxa de troca" é decrescente em relação a p, de modo que, quando p é muito pequeno, um aumento na proporção de aprovados praticamente não reduz a proficiência média dos estudantes. À medida que p vai

[11] Seria mais correto considerar o limite mínimo da distribuição de notas como sendo o $N_{\min}$ da série imediatamente anterior. Entretanto, fixar o limite mínimo como zero facilita a exposição sem impor qualquer perda de generalidade ao nosso argumento.

crescendo, o aumento na taxa de aprovação vai requerendo uma redução mais significativa na proficiência média dos concluintes. No limite, quando p = 1, a "taxa de troca" é –1, indicando que um aumento de 1% na taxa de aprovação implica uma redução de 1% na proficiência média dos concluintes.

O Ideb, especificado em (1), refere-se às médias de proficiência e do tempo de duração dos concluintes de determinada etapa educacional e não de uma série específica. Entretanto, se p^r (r = 1, 2,...,n) é a taxa de aprovação da r-ésima série da etapa educacional considerada, então o tempo médio de duração da etapa é:

$$\overline{T} = \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{p^r} = \frac{n}{\overline{P}} \qquad (8)$$

Em (8), $\overline{P}$ seria uma taxa média de aprovação da etapa educacional. Assim, o Ideb poderia ser reescrito como,

$$IDEB_j = g\left(\overline{N}_j, \overline{P}_j\right); \quad g_{\overline{N}} > 0 \quad \text{e} \quad g_{\overline{P}} > 0 \qquad (9)$$

O exemplo acima, ainda que extremamente simplificado, pode nos servir de guia na difícil tarefa de fixar a "taxa de troca" entre proficiência esperada e taxa média de aprovação do Ideb.

O INDICADOR PROPOSTO

A forma geral do Ideb proposto neste texto é dada por (10).

$$IDEB_j = N_j^{\alpha} P_j^{\beta}; \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0$$

$$\text{e } 0 \leq N_j \leq 1 \qquad 10)$$

onde,

N_j = proficiência média dos alunos da unidade j obtida em determinada edição do exame padronizado realizado ao final da etapa de ensino;

P_j = taxa média de aprovação na etapa de ensino dos alunos da unidade j;

α = parâmetro que fornece o peso da proficiência média no Ideb;

β = parâmetro que fornece o peso de taxa média de aprovação no Ideb.

Em (10), a média de proficiência dos estudantes da unidade j é obtida diretamente dos que foram submetidos a determinada edição do exame padronizado ao final da etapa educacional considerada. Assim, mesmo admitindo equilíbrio estacionário, N_j pode ser um estimador enviesado de $\overline{N}_j$. Em primeiro lugar, a presença de evasão durante a etapa de ensino pode levar N_j a superestimar $\overline{N}_j$, uma vez que aqueles que evadem tendem a ter pior desempenho. Por outro lado, o exame padronizado é geralmente aplicado antes de se determinar quem é, ou não, aprovado naquele ano. Isso, por sua vez, tende N_j a subestimar $\overline{N}_j$.[12] A hipótese aqui é de que esses dois tipos de viés mais ou menos se compensem e que N_j seja uma boa medida de $\overline{N}_j$. A proficiência média é padronizada para estar entre zero e um, de modo que $0 \leq IDEB \leq 1$. A padronização é dada por (11).

$$N_j = \frac{S_j - S_{\text{inf}}}{S_{\text{sup}} - S_{\text{inf}}} \qquad (11)$$

onde,

S_j = proficiência média, não padronizada, dos alunos da unidade j;

S_{inf}= limite inferior da média de proficiências;

S_{sup}= limite superior da média de proficiências.

Assim, para qualquer unidade escolar que obtenha $S_j < S_{\text{inf}}$, a proficiência média será fixada

[12] O fato de os exames geralmente serem aplicados entre o final de outubro e o começo de novembro ameniza um pouco esse problema. Nessa altura, muitos dos que serão reprovados já não mais estão freqüentando a escola e, assim, não são submetidos ao exame.

em $S_{\inf}$. Por sua vez, aquelas unidades que obtenham $S_j > S_{\sup}$ terão o desempenho fixado em $S_{\sup}$.

Já a taxa média de aprovação, P_j, é obtida conforme (8), onde a proporção de aprovados em cada uma das séries da etapa considerada, p^r, é calculada diretamente do Censo Escolar. Note-se que, na ausência de evasão durante a etapa e em equilíbrio estacionário, $\frac{n}{P_j}$ dá o tempo médio de duração da etapa para os estudantes da unidade j. Novamente, a existência de evasão durante a etapa tende a superestimar P_j e, assim, subestimar o tempo médio de duração.

Por fim, a "taxa de troca" entre proficiência média e taxa média de aprovação de (10) é dada por:

$$\frac{\Delta\% N_j}{\Delta\% P_j} = -\frac{\beta}{\alpha} \qquad (12)$$

É importante ressaltar que o Ideb definido em (10) não é um índice propriamente dito, mas uma família de índices. Existe um índice especifico para diferentes valores de α e β. Por exemplo, se $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, temos que $IDEB_j = P_j$, ou seja, apenas a taxa média de aprovação é considerada. Por outro lado, se $\alpha = 1$ e $\beta = 0$, então $IDEB_j = N_j$, e apenas a proficiência média é levada em conta.

Uma situação interessante de analisar é quando $\alpha = \beta$. Neste caso, a "taxa de troca" é igual a – 1, de modo que um aumento de 1% na taxa média de aprovação pode ser compensado por uma redução de 1% na proficiência média dos concluintes. Vale notar que a ordenação das unidades escolares é invariante com diferentes valores de α, e, assim, seria conveniente fixar $\alpha = \beta = 1$, de forma que o Ideb seria dado por (13).

$$IDEB_j = N_j P_j \qquad (13)$$

Caso o tempo necessário para conclusão da etapa escolar (sem repetências) seja normalizado em 1 (um), P é o inverso do tempo médio de duração para conclusão da etapa (T). Deste modo, temos que $IDEB_j = \frac{N_j}{T_j}$, ou seja, o indicador fica sendo a pontuação no exame padronizado ajustada pela razão entre o tempo necessário para conclusão da etapa e o tempo efetivamente despendido para concluí-la.

No exemplo da seção anterior, onde a distribuição de notas é uniforme e a taxa de aprovação é a mesma para repetentes e não-repetentes, o Ideb acima incentivaria as unidades escolares a eliminar a repetência. Como vimos, para taxas de aprovação menores que 1, a "taxa de troca" das unidades escolares é sempre maior que –1 e, deste modo, elas conseguem um aumento no Ideb, por elevar a taxa de aprovação. Assim, se as unidades escolares desejassem maximizar o indicador e se a única forma que elas possuíssem para aumentar a proficiência média dos concluintes fosse permitir aos alunos reprovados obter, no ano subseqüente à reprovação, um melhor desempenho, as repetências seriam eliminadas.

O problema com esse resultado é que ele foi obtido com hipóteses muito particulares, em especial a de que a distribuição de notas é uniforme e é sempre a mesma, independentemente de os alunos estarem cursando a série pela primeira, segunda ou terceira vez. No entanto, é possível mostrar que tal resultado seria ainda aproximadamente válido se a distribuição de notas fosse normal, desde que o desvio-padrão fosse suficientemente menor que a média, como parece ser o caso para escala do Saeb.[13] O maior problema reside na hipótese de que a distribuição de notas para alunos reprovados no ano subseqüente à reprovação seja idêntica à distribuição dos alunos que estão cursando a série pela primeira vez.

No exemplo da seção anterior, o fato de a distribuição original de notas ser reconstituída no

[13] Ver apêndice I.

ano seguinte para os reprovados é uma decorrência de ter sido considerada sempre a mesma taxa de aprovação, $p = p_1 = p_2 = p_3 =$ ..... A conseqüência disso é que o aprendizado dos alunos repetentes é uma função crescente da taxa de aprovação, $\gamma = \frac{1}{(1-p)}$. Ao aumentar a taxa de aprovação, a escola possibilita um melhor aprendizado aos alunos repetentes, proporcionando, por exemplo, um melhor atendimento dos professores a esses alunos.

Evidentemente, tal hipótese é questionável, e alguém poderia considerar que manter os γ's fixos seria mais apropriado. Nesse caso, ao fixar o padrão de aprovação, a escola só determinaria a proporção de aprovados para os alunos que estão cursando a série pela primeira vez; as demais taxas de aprovação $(p_2 , p_3 , p_4 ,.....)$ seriam predeterminadas. A conseqüência de tal hipótese é que a taxa ótima de aprovação para os alunos que cursam a série pela primeira vez vai depender dos fatores de aprendizado (y's).

No apêndice II, apresentamos um exemplo onde $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 =$ ..... Em tal exemplo, a taxa ótima de aprovação para os alunos que cursam a série pela primeira vez é 1 (um), desde que $\gamma < 2$. Caso $\gamma > 2$, p_1 será zero. Assim, se reprovações são pouco eficientes para promover o aprendizado, o indicador proposto em (13) incentivaria as escolas a eliminar as repetências.

Por fim, cabe ressaltar que obter taxas de aprovação diferentes de 1 seria compatível com (13), caso as reprovações aumentassem o aprendizado daqueles que estão cursando a série pela primeira vez. Isso poderia ocorrer porque a possibilidade de reprovação aumenta o esforço dos alunos para obterem melhores resultados ou porque alunos com fraco desempenho influenciam negativamente a *performance* daqueles com melhor desempenho. No exemplo da seção anterior, isso poderia ser representado por fazer o limite superior da distribuição de notas variar negativamente com a proporção de aprovados.

Por exemplo, podemos admitir que as proficiências sejam, ao final do ano letivo, uniformemente distribuídas no intervalo $0 \le N_i \le \frac{\theta}{p^{\phi}}$, onde $0 \le \phi \le 1$. Assim, quanto maior ϕ, maior o impacto das repetências na proficiência média dos estudantes que cursam a série pela primeira vez. Nesse caso, a proficiência média dos estudantes ao final do ano letivo é $\frac{\theta}{2\,p^{\phi}}$, a proficiência média dos alunos aprovados é $\frac{\theta}{2}\left(\frac{2}{p^{\phi}} - p^{(1-\phi)}\right)$ e a "taxa de troca" é dada por $-\left(\frac{p}{2-p} + \phi\right)$.

É de se notar que a "taxa de troca" é sempre decrescente com *p*, de modo que se ela for maior que –1 e o Ideb for o dado por (13), é sempre vantajoso para as unidades escolares irem aumentando a taxa de aprovação até que a "taxa de troca" se iguale a – 1. No caso de $\phi = 0$ temos o caso original, e é vantajoso, para as unidades escolares, eliminar a repetência. No outro caso extremo, onde $\phi = 1$, a "taxa de troca" vai de –1 (quando $p = 0$) a –2 (quando $p = 1$), e é vantajoso, para as unidades escolares, reprovar todos os alunos. De modo geral, a taxa de aprovação ótima, p^*, é dada por (14).

$$p^* = \frac{2(1-\phi)}{(2-\phi)} \qquad (14)$$

Assim, para $0 \le \phi \le 1$, teremos $0 < p^* < 1$, e p^* cresce à medida que ϕ decresce. Portanto, se a repetência aumenta o aprendizado daqueles que estão cursando a série pela primeira vez, haverá uma taxa de reprovação ótima diferente de zero para o Ideb fixado em (13).

Em suma, a discussão acima sugere que a formulação do Ideb dada por (13) levaria as escolas a operarem com baixas taxas de reprovação, a não ser que repetências tenham um forte impacto positivo no aprendizado dos alunos (repetentes ou não). A formulação dada por (13) é a proposta pelo presente texto para fixação do Ideb.

UMA APLICAÇÃO PARA OS ESTADOS BRASILEIROS

As Tabelas 1 e 2 apresentam os resultados do Ideb dos Estados brasileiros para a primeira e segunda fases do ensino fundamental, respectivamente. Os dados de desempenho foram extraídos da Prova Brasil referente ao ano de 2005. Foram consideradas apenas escolas públicas urbanas (federais, estaduais e municipais) com mais de 30 alunos nas classes de 4ª e 8ª séries do ensino fundamental registrados no Censo Escolar de 2005.

O limite inferior das notas foi o de 3 (três) desvios-padrão abaixo da média e o limite superior, o de três desvios acima. Para fixação desses limites, utilizou-se a distribuição de notas de 1997, ano em que a escala do Saeb foi definida. Os limites inferiores de Matemática foram 60 e 100 para 4ª e 8ª séries, respectivamente, enquanto os limites superiores foram 322 e 400. Para Língua Portuguesa, os resultados foram 49 e 100 para os limites inferiores e 324 e 400 para os limites superiores.

A taxa de aprovação refere-se ao ano de 2005 e foi obtida com base nos Censos Escolares de 2005 e 2006. Considerou-se a taxa de aprovação média entre a série inicial e a 4ª série do ensino fundamental (primeira fase do EF) e entre a 5ª e a 8ª séries do ensino fundamental (segunda fase do EF). A medida de proficiência do Ideb foi a média das notas padronizadas de Língua Portuguesa e Matemática.

Os resultados da Tabela 1 mostram que São Paulo possui o melhor Ideb para a primeira fase do ensino fundamental, embora não possua o melhor desempenho na Prova Brasil. O resultado de São Paulo se deve, em grande parte, ao fato de ele possuir a maior taxa média de aprovação entre todos os Estados. O Distrito Federal, por sua vez, possui o melhor desempenho na Prova Brasil, mas existem seis Estados com taxas médias de aprovação maiores do que a sua.

A Tabela 2 mostra que os resultados para a segunda fase do ensino fundamental não diferem muito em relação à primeira fase dessa etapa de ensino. Novamente, São Paulo possui o melhor Ideb e a maior taxa média de aprovação, mas não o melhor desempenho na Prova Brasil.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente texto teve por objetivo apresentar uma proposta para um índice de desenvolvimento educacional que considere tanto informações de desempenho em exames padronizados como informações sobre fluxo escolar. O indicador proposto é o resultado da combinação de dois outros indicadores: a) pontuação média dos estudantes em exames padronizados ao final de determinada etapa do ensino fundamental (4ª e 8ª séries) e 3º ano do ensino médio; e b) taxa média de aprovação dos estudantes da correspondente etapa de ensino.

Uma discussão conceitual acerca das propriedades do indicador sugere que ele incentiva as unidades escolares (escolas e redes de ensino) a operarem com baixas taxas de reprovação, a não ser que repetências tenham um forte impacto positivo no aprendizado dos alunos (repetentes ou não). Apresentou-se, também, uma aplicação para as unidades da Federação, mostrando que os resultados do Ideb são muito similares entre a primeira e a segunda fase do ensino fundamental.

O indicador proposto possui a vantagem de ser de fácil compreensão, simples de calcular, aplicável às escolas e explícito em relação à "taxa de troca" entre probabilidade de aprovação e proficiência dos estudantes. Ou seja, o indicador torna claro o quanto se está disposto a perder na pontuação média do teste padronizado para se obter determinado aumento na taxa média de aprovação.

Entretanto, vários aprimoramentos são possíveis, como, por exemplo, incluir a dispersão das notas, ao invés de se considerar apenas o desempenho médio. Por outro lado, seria

necessário aprimorar nosso entendimento de como as escolas podem afetar o desempenho médio dos concluintes; isso nos permitiria adotar uma escolha mais criteriosa da forma funcional do Ideb. Por fim, e mais importante, seria necessário avançar nossos conhecimentos sobre as conseqüências, para a vida futura dos estudantes, de se adotar diferentes padrões de aprovação por parte das escolas, o que nos permitiria produzir um indicador cujo objetivo fosse o de maximizar o "bem-estar" dos alunos.

De qualquer modo, acreditamos que o índice aqui proposto é um avanço em relação aos indicadores atualmente utilizados para monitorar o sistema de ensino no País.

Tabela 1 – Taxa de Aprovação, Desempenho na Prova Brasil e Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb): 1ª fase do Ensino Fundamental – Rede Pública

Estado	Taxa de aprovação 2005 – 1ª fase EF								Prova Brasil 2005 4a série EF				IDEB		
	SI	1ª série	2ª série	3ª série	4ª série	SI a 4ª	soma de 1/p	T= tempo médio para a conclusão de 1 série	Matemática	Língua Portuguesa	Nota padronizada Matemática	Nota padronizada Língua portuguesa	P = 1/T	N = média nota padronizada	IDEB = N x P
São Paulo	98.7	94.2	93.8	96.6	91.3	93.9	**5.27**	1.05	187.71	182.54	0.49	0.49	0.95	0.49	0.46
Distrito Federal	96.4	80.6	82.6	84.5	88.1	84.3	**5.81**	1.16	198.71	190.49	0.53	0.51	0.86	0.52	0.45
Paraná	96.5	85.3	82.5	89.9	90.4	87.2	**5.64**	1.13	192.64	181.75	0.51	0.48	0.89	0.49	0.44
Minas Gerais	96.6	86.9	83.8	91	87	88.5	**5.63**	1.13	190.47	182.15	0.50	0.48	0.89	0.49	0.44
Santa Catarina	97.7	84.3	89.8	91.5	92.3	89.6	**5.50**	1.10	187.57	178.71	0.49	0.47	0.91	0.48	0.44
R. G. do Sul	94.1	78.2	86.8	88.3	87.1	85.2	**5.77**	1.15	186.21	178.70	0.48	0.47	0.87	0.48	0.41
Espírito Santo	97.2	78.7	76.2	85	88.9	82.4	**5.91**	1.18	182.72	176.06	0.47	0.46	0.85	0.47	0.39
Goiás	92	79	83	86.4	87.7	84.8	**5.86**	1.17	179.61	175.03	0.46	0.46	0.85	0.46	0.39
Rio de Janeiro	86.1	85.1	75.2	83.5	83.2	82.3	**6.07**	1.21	184.59	178.55	0.48	0.47	0.82	0.47	0.39
Tocantins	96.7	76.3	82.8	85.4	87.4	83.1	**5.87**	1.17	174.49	170.34	0.44	0.44	0.85	0.44	0.37
Rondônia	93	72.2	81.5	85.3	87	81.5	**6.01**	1.20	175.77	168.43	0.44	0.43	0.83	0.44	0.36
Mato Grosso	88.1	77.5	78.4	84.2	83.9	81.6	**6.08**	1.22	176.65	168.30	0.45	0.43	0.82	0.44	0.36
Roraima	98.1	77.8	84.3	86.5	89.5	84.6	**5.76**	1.15	168.34	164.22	0.41	0.42	0.87	0.42	0.36
M. G. do Sul	81.2	67.2	75.6	78.7	80.8	75.3	**6.55**	1.31	181.22	175.07	0.46	0.46	0.76	0.46	0.35
Acre	97	59.5	76.5	82.2	86.2	73.8	**6.40**	1.28	171.89	170.72	0.43	0.44	0.78	0.44	0.34
Ceará	87.7	75.9	78.3	78.9	80	79.2	**6.25**	1.25	164.98	159.34	0.40	0.40	0.80	0.40	0.32
Amapá		68.7	78.2	82.7	86.6	78.1	**5.10**	1.27	166.40	161.69	0.41	0.41	0.78	0.41	0.32
Maranhão	83.3	71.2	74.4	76.3	79.3	75.2	**6.52**	1.30	167.01	158.11	0.41	0.40	0.77	0.40	0.31
Amazonas	85.2	64.2	67.7	76.2	77.4	71.6	**6.81**	1.36	169.59	163.70	0.42	0.42	0.73	0.42	0.31
Pernambuco	87.9	66.6	70.2	78	79.5	73.6	**6.60**	1.32	166.08	158.12	0.41	0.40	0.76	0.40	0.30
Piauí	80.2	62.9	69.2	73.5	76.3	69.9	**6.95**	1.39	167.52	161.72	0.41	0.41	0.72	0.41	0.30
Sergipe	87.1	54.9	67.1	70.8	74.9	65.7	**7.21**	1.44	171.93	162.51	0.43	0.41	0.69	0.42	0.29
Pará	82.3	53.7	66.3	71.1	75.8	65.1	**7.31**	1.46	168.68	162.85	0.42	0.41	0.68	0.41	0.28
Paraíba	84.9	60.2	67.5	72.2	75.2	68.5	**7.04**	1.41	165.98	156.15	0.41	0.39	0.71	0.40	0.28
Bahia	72.2	57.8	63.2	67.8	72.2	64.8	**7.56**	1.51	168.89	162.18	0.42	0.41	0.66	0.41	0.27
R. G. do Norte	85.3	69.9	65	80.4	69	72.5	**6.83**	1.37	158.92	149.67	0.38	0.37	0.73	0.37	0.27
Alagoas	67.9	59.9	66.5	70	75.4	67.1	**7.40**	1.48	164.81	155.15	0.40	0.39	0.68	0.39	0.27

Tabela 2 – Taxa de Aprovação, Desempenho na Prova Brasil e Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb): 2ª fase do Ensino Fundamental – Rede Pública

Estado	Taxa de aprovação 2005 – 2ª fase EF							Prova Brasil 2005 8a série EF				IDEB		
	5ª série	6ª série	7ª série	8ª série	5ª a 8ª série	soma de 1/p	T= tempo médio para a conclusão de 1 série	Matemática	Língua Portuguesa	Nota padronizada Matemática	Nota padronizada Língua portuguesa	P = 1/T	N = média nota padronizada	IDEB = N x P
São Paulo	91.7	90.9	89.9	82	88.8	**4.52**	1.13	243.47	230.41	0.48	0.43	0.88	0.46	0.40
Santa Catarina	80.7	83.6	86.4	90.7	84.9	**4.70**	1.17	250.23	230.09	0.50	0.43	0.85	0.47	0.40
Paraná	73.6	74.4	76.5	80.6	75.9	**5.25**	1.31	251.97	231.41	0.51	0.44	0.76	0.47	0.36
R. G. do Sul	71.5	71.9	74.5	80.5	74.2	**5.37**	1.34	253.36	236.49	0.51	0.45	0.74	0.48	0.36
Espírito Santo	75.5	77.7	78.5	80.3	77.8	**5.13**	1.28	245.89	228.75	0.49	0.43	0.78	0.46	0.36
Tocantins	81.5	83.3	85.4	83.6	83.3	**4.79**	1.20	233.05	221.02	0.44	0.40	0.83	0.42	0.35
Amapá	80.7	84.2	86	88.3	84.3	**4.72**	1.18	229.85	219.13	0.43	0.40	0.85	0.41	0.35
Minas Gerais	75	76.3	78.4	72.6	75.5	**5.30**	1.32	248.14	230.31	0.49	0.43	0.76	0.46	0.35
Roraima	77.3	80.1	82.5	83.5	80.4	**4.95**	1.24	237.31	222.81	0.46	0.41	0.81	0.43	0.35
Acre	76.3	82	84.4	85.3	81.1	**4.89**	1.22	231.15	217.49	0.44	0.39	0.82	0.41	0.34
Rio de Janeiro	70	71.5	75.5	78.2	73.3	**5.43**	1.36	243.28	231.61	0.48	0.44	0.74	0.46	0.34
Goiás	76.1	77.1	78.1	78.2	77.3	**5.17**	1.29	238.41	222.90	0.46	0.41	0.77	0.44	0.34
Distrito Federal	63.5	69.9	73	70.9	68.7	**5.79**	1.45	251.43	234.24	0.50	0.45	0.69	0.48	0.33
Rondônia	68.2	71.2	75.2	78.6	72.5	**5.47**	1.37	241.63	226.85	0.47	0.42	0.73	0.45	0.33
M. G. do Sul	63.6	66.6	69.2	75.4	67.8	**5.85**	1.46	248.92	233.31	0.50	0.44	0.68	0.47	0.32
Pará	69.7	74.5	77.6	77.7	74	**5.35**	1.34	232.87	221.29	0.44	0.40	0.75	0.42	0.32
Mato Grosso	68.9	71.7	72.1	71.7	71	**5.63**	1.41	237.72	221.78	0.46	0.41	0.71	0.43	0.31
Maranhão	69.5	73.8	76.4	81.8	74.5	**5.33**	1.33	226.15	213.94	0.42	0.38	0.75	0.40	0.30
Piauí	62.7	71.5	76	83	71.4	**5.51**	1.38	231.71	214.81	0.44	0.38	0.73	0.41	0.30
Ceará	69.3	74	77.1	78.1	74.1	**5.37**	1.34	225.59	212.62	0.42	0.38	0.74	0.40	0.30
Amazonas	62.9	68.3	71.4	71.6	67.8	**5.85**	1.46	229.04	216.66	0.43	0.39	0.68	0.41	0.28
R. G. do Norte	52.5	63.7	76.1	79.4	64.7	**6.05**	1.51	227.88	213.09	0.43	0.38	0.66	0.40	0.27
Sergipe	56	63.6	68.5	72.4	63.6	**6.20**	1.55	231.33	214.89	0.44	0.38	0.65	0.41	0.26
Bahia	55.4	65.5	65.6	74.7	63.6	**6.19**	1.55	226.76	212.95	0.42	0.38	0.65	0.40	0.26
Paraíba	54.4	63.6	70.5	75.3	64.1	**6.16**	1.54	223.08	209.77	0.41	0.37	0.65	0.39	0.25
Pernambuco	57.5	64.3	70.2	67.1	63.9	**6.21**	1.55	222.59	209.70	0.41	0.37	0.64	0.39	0.25
Alagoas	53.2	60.4	65.1	71.5	60.8	**6.47**	1.62	222.19	207.87	0.41	0.36	0.62	0.38	0.24

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, C. H.; CONDE, F. N.; LUZIO, N. Índice de qualidade da educação fundamental (IQE): proposta para discussão. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v. 85, n. 209/210/211, p. 126-136, 2004.

BRANDÃO, Z.; BAETA, A. M. B.; ROCHA, A. D. C. O Estado da arte da pesquisa sobre evasão e repetência no ensino de 1º grau no Brasil (1971-1981*). Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, v. 64, n.147, p. 39-69, maio/ago. 1983.

FERNANDES, R.; NATENZON, P. E. A evolução recente do rendimento escolar das crianças brasileiras: uma reavaliação dos dados do Saeb*. Estudos em Avaliação Educacional*, São Paulo, n. 28, p. 3-22, 2003.

PARO, V. H. Por que os professores reprovam: resultados preliminares de uma pesquisa. *Ensaio: Avaliação e Políticas Públicas em Educação*, Rio de Janeiro, v. 8, n. 28, p. 273-282, 2000.

RIBEIRO, S. C. A pedagogia da repetência. *Estudos Avançados*, São Paulo, v. 5, n. 12, p. 7-21, 1991.

SCHIEEFELBEIN, E.; WOLFF, L. Repetition and inadequate achievement in Latin America's primary schools: a review of magnitudes, causes, relationships and strategies*. Estudos em Avaliação Educacional*, São Paulo, n. 7, p. 45-87, 1993.

SILVA, R. N.; DAVIS, C. É proibido repetir. *Estudos em Avaliação Educacional*, São Paulo, n. 7, p. 5-44, 1993.

APÊNDICE I – TAXA ÓTIMA DE APROVAÇÃO COM DISTRIBUIÇÃO DE NOTAS NORMAL

Seja *x* uma variável aleatória, de modo que:

$$E\left[x \mid x > a\right] = \int_{a}^{\infty} x\, f\left(x \mid x > a\right) dx \qquad \text{(AI-1)}$$

Se $x \sim N\left[\mu, \sigma^2\right]$, então:

$$E\left[x \mid x > a\right] = \mu + \sigma\, \lambda(\alpha) \qquad \text{(AI-2)}$$

$$\alpha = \frac{(a - \mu)}{\sigma}$$

$$\lambda(\alpha) = \frac{\phi(\alpha)}{1 - \Phi(\alpha)}$$

onde $\Phi(\alpha)$ é a função distribuição da normal padronizada e $\phi(\alpha)$ é a função densidade da mesma distribuição.

Considerando *x* a nota de um determinado estudante, *a* o padrão de aprovação e M a média dos estudantes aprovados, temos:

$$\frac{dM}{da} = \lambda'(\alpha) \qquad \text{(AI-3)}$$

$$\lambda'(\alpha) = \frac{\phi'(\alpha)}{1 - \Phi(\alpha)} + \left[\frac{\phi(\alpha)}{1 - \Phi(\alpha)}\right]^2$$

Como $\phi'(\alpha) = -\alpha\, \phi(\alpha)$, (AI-3) pode ser reescrita como,

$$\frac{dM}{da} = \frac{\phi(\alpha)}{1 - \Phi(\alpha)}\left[\lambda(\alpha) - \alpha\right] \qquad \text{(AI-3')}$$

A probabilidade de aprovação, p, é dada por $1 - \Phi(\alpha)$, então:

$$\frac{dp}{da} = -\frac{\phi(\alpha)}{\sigma} \qquad \text{(AI-4)}$$

De (AI-3') e (AI-4) obtemos,

$$\frac{dM}{dp} = -\frac{\sigma}{p}\left[\lambda(\alpha) - \alpha\right] \qquad \text{(AI-5)}$$

ou,

$$\frac{\Delta\%M}{\Delta\%p} = -\sigma\,\frac{\left[\lambda(\alpha)-\alpha\right]}{\left[\lambda(\alpha)+\mu\right]} \qquad \text{(AI-5')}$$

Fixando $\sigma = \pi\,\mu\,(\pi > 0)$, (AI-5') pode ser reescrita como:

$$\frac{\Delta\%M}{\Delta\%p} = -\frac{\left[\lambda(\alpha)-\alpha\right]}{\left[\lambda(\alpha)+\frac{1}{\pi}\right]} \qquad \text{(AI-6)}$$

Note que α é positivo para padrões de aprovação acima da média e negativo para padrões de aprovação abaixo da média. Assim, se as unidades escolares desejam maximizar a nota média dos aprovados, a taxa mínima de aprovação para o Ideb fixado em (13) é de 50%, independentemente do valor de π. Isso porque se $\alpha > 0$, a "taxa de troca" disponível para a unidade escolar é sempre maior que –1, de modo que elas conseguirão aumentar o indicador aumentando a taxa de aprovação.

A taxa ótima de aprovação será dada por $-\alpha = \frac{1}{\pi}$. No caso do Saeb, isso implicaria taxas de aprovação extremamente elevadas. Por exemplo, o Saeb fixa, para a 8ª série em 1997, uma média de 250 com desvio-padrão de 50. Portanto, $\pi = 0{,}2$. Nesse caso, o padrão de aprovação seria fixado cinco desvios-padrão abaixo da média, o que implicaria aprovar, praticamente, todos os alunos.

APÊNDICE II – TAXA ÓTIMA DE APROVAÇÃO COM γ FIXO E DISTRIBUIÇÃO DE NOTAS UNIFORMES

Suponha que $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = ...$, de modo que $p_2 = p_3 = p_4 = ...$ e $M_2 = M_3 = M_4 = ...$ Então,

$$M = p_1 M_1 = (1 - p_1) M_2 \tag{AII-1}$$

$$M_1 = \frac{\theta}{2}(2 - p_1)$$

$$M_2 = \frac{\theta}{2}\frac{(1 - p_1)(2 - p_2)}{(1 - p_2)}$$

De (AII-1) tem-se que,

$$\frac{dM}{dp_1} = -\theta \frac{(1 - p_1)}{(1 - p_2)} \tag{AII-2}$$

O tempo médio de duração da série e a derivada da taxa média de aprovação em relação a p_1 são dados por (AII-3) e (AII-4), respectivamente.

$$T = \frac{(1 - p_2^2)}{(p_2 - p_2^2)}(1 - p_1) + p_1 \tag{AII-3}$$

$$\frac{dp}{dp_1} = \frac{1}{T^2}\frac{(1 - p_2)}{(p_2 - p_2^2)} \tag{AII-4}$$

De (AII-2) e (AII-4) temos,

$$\frac{\Delta\% M}{\Delta\% p} = -\theta (1 - p_1)\frac{(p_2 - p_2^2)}{(1 - p_2)^2}\frac{T}{M} \tag{AII-5}$$

O Ideb é dado por $\frac{M}{T}$. Derivando o Ideb em relação a p_1 e igualando o resultado a zero temos os pontos candidatos a máximo.

$$\frac{dIDEB}{dp_1} = \frac{1}{T}\frac{dM}{dp_1} - \frac{M}{T^2}\frac{dT}{dp_1} = 0 \tag{AII-6}$$

$$\frac{M}{T} = \frac{\theta (1 - p_1)(p_2 - p_2^2)}{(1 - p_2)^2} \tag{AII-7}$$

O único ponto candidato a máximo é dado por (AII-7). Substituindo (AII-7) em (AII-5) temos que $\frac{\Delta\% M}{\Delta\% p} = -1$. Extraindo a derivada da segunda do indicador obtemos,

$$\frac{d^2 IDEB}{dp_1^2} = \frac{2}{T^2}\frac{(1-p_2)}{(p_2 - p_2^2)}\left[\frac{M}{T}\frac{(1-p_2)}{p_2 - p_2^2} - \theta\frac{(1-p_1)}{(1-p_2)}\right] + \frac{\theta}{T}\frac{1}{(1-p_2)} \qquad \text{(AII-8)}$$

Substituindo (AII-7) em (AII-8), temos que o primeiro termo de (AII-8) é zero e, então, (AII-7) é um ponto de mínimo. Assim, o Ideb assumirá seu máximo em um dos extremos de p_1: $p_1 = 0$ ou $p_1 = 1$. Quando $p_1 = 1$, $\frac{M}{T} = \frac{\theta}{2}$. Já quando $p_1 = 0$, $\frac{M}{T} = \frac{\theta}{2}\frac{(2 - p_2)(p_2 - p_2^2)}{(1 - p_2)(1 - p_2^2)}$. O Ideb será máximo com $p_1 = 1$, caso $p_2 < 0{,}5$. Ou seja, com $\gamma < 2$.