**UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAPÁ**

**RENILDA RODRIGUES DO RÊGO SILVA**

# CONCEPÇÕES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E AS METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA O ENSINO DE 5ª A 8ª SÉRIES

Macapá

2010

RENILDA RODRIGUES DO RÊGO SILVA

# CONCEPÇÕES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E AS METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA O ENSINO DE 5ª A 8ª SÉRIES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura Plena em Matemática, da Universidade Federal do Amapá, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado Pleno em Matemática.

Orientadora: MsC. Arthane Menezes Figueiredo

Macapá
2010

**RENILDA RODRIGUES DO RÊGO SILVA**

# CONCEPÇÕES DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA E AS METODOLOGIAS ALTERNATIVAS PARA O ENSINO DE 5ª A 8ª SÉRIES

Este Trabalho foi apresentado e aprovado na Universidade Federal do Amapá, na data: _______/_______/_______, através da seguinte Banca Examinadora:

_____________________________________________

Profa. M.Sc. Arthane Menezes Figueirêdo (ORIENTADORA)

_____________________________________________

Arlindo Moreira da Silva Filho (AVALIADOR)

_____________________________________________

Ana Raquel de Oliveira C. Possas (AVALIADORA)

MACAPÁ – AP
2010

A meus pais que sempre me incentivaram nos estudos. Ao meu amado marido Luís, grande amigo, companheiro fiel, razão da minha vida e responsável direto por meus sonhos e ideais. E aos meus filhos Pedro e Carolina, frutos de nosso amor, razão e conseqüência de minha existência.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, Generoso, pela presença suprema em todos os momentos de minha formação.

Ao meu marido querido, pelo incentivo e apoio constantes e incondicionais.

Aos meus filhos maravilhosos, grandes amores que me incentivam a buscar meu crescimento pessoal e profissional.

À professora Arthane por me apoiar na realização desse trabalho, em meio a tantas adversidades.

“A Matemática, quando a compreendemos bem, possui não somente a verdade, mas também a suprema beleza.”

Bertrand Russel (1872-1970)

**RESUMO**

Esse estudo teve como objetivo conhecer e analisar a concepção de docentes do ensino fundamental, que atuam no segmento de 5ª a 8ª séries, sobre a utilização de metodologias alternativas para o ensino de Matemática, em dez escolas da rede estadual de ensino de Macapá. Foram utilizadas como metodologias para o trabalho uma pesquisa bibliográfica e de campo, em caráter exploratório e com abordagem qualitativa. A análise considerou, além da entrevista com os docentes participantes, os estudos teóricos sobre ensino de Matemática e a teoria sócio-histórica de aprendizagem, com base na obra de Vygotsky. Os resultados indicaram que os professores em geral ainda trabalham de forma tradicional com os conteúdos matemáticos, apesar de alguns já conhecerem formas diferenciadas de metodologias didático-pedagógicas. As principais dificuldades apontadas para o uso dessas metodologias foram, o apoio da instituição e a falta de recursos na mesma. Assim, percebemos que os professores precisam aprofundar estudos sobre a questão para que possam desenvolver o ensino de Matemática com melhor desempenho dos alunos.

**Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino de Matemática. Metodologias alternativas. Teoria Sócio-histórica.**

SUMÁRIO

# INTRODUÇÃO

No decorrer de minha vida escolar e também durante os estágios na disciplina "Instrumentação para o Ensino da Matemática", observei que as dificuldades encontradas por alunos e professores no processo ensino-aprendizagem de matemática são muitas e conhecidas. Ouvimos por parte da maioria dos estudantes que esta é a disciplina mais difícil do currículo escolar, pois o aluno não consegue entender a Matemática que a escola lhe ensina, muitas vezes é reprovado, ou então, mesmo que aprovado, sente dificuldade em utilizar o conhecimento “adquirido”.

Durante um tempo concordei com a opinião dos alunos, mas ao ter acesso direto a tal disciplina durante a vida acadêmica, refleti muito sobre tal afirmativa e concluí que não é basicamente a disciplina em si que é difícil, mas a metodologia empregada muitas vezes por alguns professores, é que torna difícil sua compreensão, entendimento e aplicabilidade.

O professor, por outro lado, consciente de que não consegue alcançar resultados satisfatórios junto a seus alunos e tendo dificuldades de, por si só, repensar qualitativamente e satisfatoriamente seu fazer pedagógico, procura novos elementos, os quais muitas vezes, são meras receitas de como ensinar determinados conteúdos.

Foi partindo dessa análise e da observação da necessidade do emprego de recursos didáticos na ministração das aulas de matemática, que exponho este trabalho sob o título: **Metodologias Alternativas para o Ensino da Matemática no Ensino Fundamental de 5ª a 8ª séries**, cujo propósito é apresentar aos professores e estudantes de matemática, algumas metodologias que venham “contribuir” para que o aluno tenha um melhor aprendizado da disciplina. Os métodos que mostrarei aqui estão diretamente relacionados ao uso de materiais manipulativos, ou seja, aqueles em que o próprio aluno sob a orientação do professor, poderá construir e operar concretamente.

O objetivo principal deste trabalho foi conhecer o que alguns docentes que atuam no ensino fundamental com classes de 5ª a 8ª séries, pensam sobre a aplicabilidade de recursos didáticos alternativos no ensino de Matemática e se eles fazem uso desses materiais no cotidiano escolar. Essa preocupação surgiu porque acreditamos que a forma como as aulas de matemática são ministradas, poderá contribuir ou não para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos e quando o professor consegue utilizar metodologias diferenciadas do tradicional, os alunos conseguem compreender melhor os assuntos trabalhados.

Dessa forma, após o resultado das entrevistas realizadas, apresentamos algumas propostas de metodologias para o ensino de alguns conteúdos que são muito importantes para o desenvolvimento do aluno, em relação aos conceitos matemáticos porque são basilares. Assim, por exemplo, apresentamos o ensino de frações a partir das classes de equivalência utilizando recortes de papel em cores distintas. Os números decimais foram apresentados através do uso do material dourado. A idéia de equação vista com base em uma balança de dois pratos em equilíbrio foi a opção que apresentamos nesse estudo. E ainda, apresentamos as raízes da equação do 2º grau utilizando figuras geométricas planas, a partir de papel cartão ou cartolina.

É importante ressaltar que as metodologias apresentadas como propostas foram selecionadas em livros didáticos existentes no mercado, portanto não foram criadas para esse fim. Além disso, não são as únicas opções de recursos alternativos, e foram selecionadas, dentre outras metodologias encontradas. Assim, é relativamente fácil encontrar metodologias diferenciadas de ensinar matemática.

Deveremos observar que o fracasso no ensino de matemática está associado em grande parte, no fato dos professores insistirem para que seus alunos, principalmente crianças, aprendam diretamente com o uso de palavras ou símbolos em vez de utilizarem material concreto, por isso, no desenvolvimento deste trabalho escolhi alguns tópicos ensinados a alunos de 5ª a 8ª séries do Ensino Fundamental, por ser o nível de escolaridade onde podemos encontrar, com mais facilidade, o emprego do referido material. Portanto, espero que este trabalho de pesquisa contribua para os que tiverem acesso ao mesmo, experimentando na prática e percebendo que o processo ensino-aprendizagem de matemática, poderá ser melhor aproveitado a partir do momento em que forem desenvolvidas técnicas metodológicas que priorizem a criatividade do aluno.

# 1 AS DIFICULDADES DE APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA NAS ESCOLAS

A sociedade atual tem passado por muitas transformações tecnológicas, econômicas, políticas e sociais e a educação conseqüentemente, tem sido impulsionada a se adequar aos novos tempos. Nesse contexto, a escolaridade se tornou uma exigência para que as pessoas tenham oportunidades profissionais e possam viver dignamente.

As escolas sempre atribuíram grande importância à aprendizagem dos conceitos de Matemática, porque estão intimamente ligados ao desenvolvimento da ciência e da tecnologia. Assim, as pessoas que se destacam na aprendizagem dessa disciplina acabam tendo maiores chances no mercado de trabalho e poderão disputar os melhores empregos e posição social.

No entanto, aprender Matemática nunca foi uma tarefa fácil, porque esta disciplina “tem sido conceituada como a ciência dos números e das formas, das relações e das medidas, das inferências, e as suas características apontam para precisão, rigor, exatidão. (D’AMBRÓSIO, 2009, p. 02). Por causa disso, seu ensino, tradicionalmente, tem sido baseado na transmissão de técnicas e na memorização de regras e fórmulas que para muitos alunos se tornam um obstáculo para a aprendizagem dos conceitos que a compõem.

Para D’Ambrósio (2009) esse tipo de ensino caracteriza apenas um adestramento de técnicas que, no ponto de vista dos processos cognitivos, é um modelo de ensino totalmente equivocado, porque é importante considerar o contexto cultural do sujeito no desenvolvimento de sua aprendizagem, bem como suas experiências de vida para que possa compreender os conceitos de uma disciplina tão complexa como a Matemática.

Assim, o que se espera das escolas é que possam estimular nos alunos uma educação que valorize o desenvolvimento das habilidades e da criatividade, de forma significativa e que torne esses sujeitos atuantes dentro da sociedade.

A Matemática tem sido historicamente considerada uma disciplina muito difícil, devido seus conceitos serem, na maioria, muito abstratos e transmitidos de forma muito tradicional, onde os professores explicam o conceito, demonstram a forma que os alunos devem resolver as atividades e passam vários exercícios iguais ao modelo apresentado para que, através da repetição os alunos "aprendam" o conteúdo ensinado.

Essa forma de ensinar caracteriza a matemática como uma disciplina exata, como se não houvesse necessidade de uma compreensão, apenas a memorização das fórmulas e regras bastariam para que se pudesse saber resolver as atividades. A questão é que: de que adianta o aluno ser capaz de reproduzir uma atividade e não saber o que está fazendo? É preciso compreender também que existe uma lógica em cada conhecimento e que o aluno precisa perceber isso, não basta ser treinado, é preciso envolver-se com o conhecimento.

Essa situação tem sido muito questionada em todo o mundo, indicando que o ensino de Matemática é muito importante para o mundo moderno, mas é preciso que seja feita uma mudança nas escolas para que de fato os alunos aprendam os conceitos dela. Alguns dados do SAEB (BRASIL, 2003), por exemplo, demonstram que os alunos não têm conseguido se desenvolver como esperado. Isso indica que existem problemas no processo que precisam ser repensados, tanto na forma de ensinar como na estrutura das escolas e posturas profissionais dos professores dessa disciplina.

É preciso ainda considerar que o saber matemático envolve ação e reflexão, que são estimulados pela manipulação de objetos concretos, pelo pensamento sobre as atividades desenvolvidas e pela discussão dos conceitos e das atividades que os envolvem. Assim, além dos recursos, os professores podem e devem valorizar as interações como forma de facilitar a aprendizagem dos conceitos. Assim, não só a relação professor-aluno, mas também a que envolve aluno-aluno precisam ser estimuladas para que os alunos se desenvolvam.

## 1.1 OS JOGOS NA SALA DE AULA E O PAPEL DO PROFESSOR

Sabemos que o professor precisa considerar o desenvolvimento de seus alunos em seus diferentes aspectos: afetivo, cognitivo, econômico, social, político, ético, moral. No entanto, não pode deixar de compreender que cada aluno é um ser único e, portanto, precisa ser respeitado e valorizado em sua singularidade. Isso significa que a aula precisa ter uma dinâmica que atenda as necessidades de cada aluno em formação, sem priorizar apenas aqueles que não têm dificuldades, mas oportunizando a todos a sua aprendizagem.

Segundo Lopes (1999), a melhor forma de ensinar algum conhecimento para os alunos, especialmente às crianças, é através de atividades lúdicas, porque assim estarão aprendendo brincando. Essa afirmação nos leva a perceber que estratégias que valorizem a ludicidade, por exemplo o uso de jogos e atividades interativas, são recursos muito importantes para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos e deve ser uma prática constante dos professores que desejem tornar suas aulas mais atraentes e motivadoras, fazendo assim, com que os alunos compreendam os conceitos apresentados.

Tornar as aulas mais lúdicas não significa apenas fazer das aulas um momento mais divertido para os alunos. É necessário que o professor saiba utilizar de forma adequada os recursos lúdicos para que, de fato, eles sejam ferramentas para desenvolver a aprendizagem dos alunos. Para Kishimoto (1999), o uso de jogos pode favorecer desenvolvimento físico, afetivo, social e moral e não deve ser visto apenas como passatempo para que as aulas sejam divertidas, antes é preciso associar as brincadeiras aos conceitos e conteúdos que serão trabalhados para que sejam efetivamente, instrumentos de aprendizagem.

O professor dispõe de muitos meios onde poderá encontrar materiais didático pedagógicos, os quais podem ser utilizados por ele em sala de aula. Além das lojas especializadas, existe a internet e, atualmente, muitos livros didáticos apresentam modelos de materiais que podem ser confeccionados de forma artesanal, além de cursos que podem ser freqüentados e revistas pedagógicas que trazem reportagens e matérias com uma diversidade de materiais já conhecidos e experimentados. Ainda poderá contar com a criatividade e elaborar seus próprios materiais que se tornam dessa forma, interessantes e originais.

Segundo Pais (2009), é preciso ter cuidado na seleção e utilização de um recurso didático, pois seu uso inadequado pode produzir o efeito contrário ao esperado, ao invés de promover a aprendizagem de um conceito, poderá apenas reforçar uma prática memorística ou mesmo não efetivar a aprendizagem pretendida, modificando a finalidade pedagógica inicial. Ainda de acordo com Pais (2009, p.5), “isto ocorre quando o material passa a ser utilizado como uma finalidade em si mesmo em vez de ser visto um instrumento para a aquisição de um conhecimento específico.” Fiorentini e Miorim (2009, p.4) complementam essa questão, afirmando que:

> O professor não pode subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só. Os materiais e seu emprego sempre devem, estar em segundo plano. A simples introdução de jogos ou atividades no ensino da matemática não garante uma melhor aprendizagem desta disciplina.

Ainda sobre essa questão, Nacarato (2009) nos faz refletir sobre o uso de materiais concretos no ensino de conceitos matemáticos, indicando que eles são importantes desde que assegurem a construção do conhecimento matemático e não apenas como forma de tornar as aulas divertidas ou diferentes da rotina. O uso deles, portanto, não pode ser considerado a salvação do ensino, pois poderá ou não contribuir para a aprendizagem, dependendo de como for selecionado e utilizado no contexto da sala de aula.

Nesse sentido, a utilização de um material didático considerado concreto na sala de aula como forma de facilitar a aprendizagem de um conteúdo de Matemática precisa ser antes de qualquer coisa, significativo para o aluno e para o próprio conteúdo a ser trabalhado e pode ser utilizado em qualquer nível de ensino e com qualquer conceito, não apenas porque a aula se tornará mais interessante e motivadora, mas também e principalmente, pelas possibilidades que o mesmo pode viabilizar aos professores para que possam ajudar os alunos a compreender melhor a Matemática e suas complexidades.

## 1.2 O USO DE NOVAS METODOLOGIAS E O ENSINO DA MATEMÁTICA

Segundo Abrantes (apud PONTE, 2009), os professores de matemática geralmente supervalorizam os aspectos lógicos dessa disciplina, dando pouca atenção às ações e desvalorizando a criatividade e as potencialidades dos educandos, o que faz com que o ensino seja visto com algo passivo e não ativo para os aprendizes. Assim, Abrantes (apud PONTE, 2009) concluiu que os professores valorizam a aquisição de conhecimentos de Matemática que são rotineiros ou que são base para outras disciplinas, mas dão pouca importância às atividades que potencializam o papel ativo e criador dos alunos na aprendizagem da Matemática e que é importante analisar a formação desse profissional para que essa concepção possa ser modificada.

Logicamente, não podemos responsabilizar unicamente o professor pelas dificuldades dos alunos com os conceitos da matemática. No Brasil, sabemos o quanto estes profissionais tem sido constantemente desvalorizados, as escolas têm sofrido com problemas de infra-estrutura, recursos para a aquisição de materiais, fora as políticas de fiscalização e cobranças, sem o devido reconhecimento dos esforços realizados diante das condições precárias de funcionamento de muitos estabelecimentos.

No entanto, também não podemos deixar de mencionar que o papel do professor na aprendizagem dos alunos é fundamental, pois todo o planejamento, a seleção dos recursos que serão utilizados e a forma com as aulas serão conduzidas, depende dele e também da motivação e do envolvimento da turma. Assim, mesmo que as escolas não sejam as mais adequadas em termos materiais, é preciso investir no profissional para que ele tenha condições de elaborar e realizar aulas interessantes e motivadoras, onde o conhecimento de fato seja objetivo maior.

Na prática deste professor surgem uma variedade de situações, susceptíveis de contribuir para o desenvolvimento de diversos objetivos curriculares: problemas, exercícios, trabalho dos alunos, pergunta-resposta, exposição.

Assim, tem sido muito discutido a importância do uso de novas metodologias para enriquecer as práticas educativas, deixando de utilizar apenas os livros didáticos e incorporando materiais concretos que possam auxiliar a compreensão do conhecimento pelos alunos, mediando à aprendizagem dos conceitos. Alguns "estudos indicam a possibilidade de usar instrumentos concretos, como uma balança de dois pratos, para auxiliar na utilização de recursos [...] que aparecem como mediadores entre a criança e o conhecimento". (Leite, 2003, p. 12).

De acordo com Leite (2003) é importante não apenas ensinar as estratégias eficazes para os alunos, mas também fazer com que eles criem o hábito e a atitude de procurar as respostas para os problemas que são apresentados, com tranquilidade e sem imposição do professor. Isso porque a atuação do professor é fundamental para que os alunos se sintam encorajados a buscar a resolução das situações problemas que a matemática permite e superar as dificuldades que irá encontrar no caminho.

# 2 A TEORIA SÓCIO-HISTÓRICA E A APRENDIZAGEM DE CONCEITOS MATEMÁTICOS

A aprendizagem de Matemática no contexto educativo envolve a compreensão de que os conhecimentos que fazem parte dessa ciência, foram construídos historicamente, tiveram e ainda têm grande influência no desenvolvimento das tecnologias que servem como fundamento para o desenvolvimento da sociedade moderna. Os países que pretendem ganhar destaque no cenário mundial, dessa forma, precisam garantir que a escola valorize e apóie o desenvolvimento da aprendizagem de seus alunos, especialmente da Matemática para que dessa forma, possam utilizar os conhecimentos dessa ciência no desenvolvimento das pesquisas que envolvem tecnologia e que tenham como base seus conceitos.

Nesse processo, é preciso levar em consideração que a matemática tem sido considerada a grande vilã do ensino e muitos alunos apresentam dificuldades na aprendizagem dos conceitos que ela possui. Então não é tarefa fácil desmistificar essa idéia e tornar o ensino dessa disciplina mais fácil, além de possibilitar a países como o Brasil, desenvolver suas potencialidades tecnológicas ao máximo.

Em primeiro lugar, é preciso garantir um grande investimento nas questões salariais, de condições de trabalho para os professores e na estrutura das escolas, depois, é necessário incentivar nos docentes a participação em cursos de formação continuada, onde possam conhecer novas formas de ensino e aprendizagem para estimular o desenvolvimento de aulas mais dinâmicas e motivadoras.

A Teoria Sócio-histórica é uma das teorias que podem ser utilizadas como referência para que os professores conheçam o desenvolvimento da aprendizagem de seus alunos e, dessa forma, possam intervir na aprendizagem da disciplina matemática, selecionando os conteúdos e atividades de uma forma que facilite o processo para os alunos. De acordo com Vygotsky (1994), autor dessa teoria, a aprendizagem em geral é um processo contínuo e permanente, que inicia no momento em que uma criança nasce e nunca termina, ou seja, as pessoas estão sempre aprendendo e, com isso, desenvolvendo-se. A partir dessa idéia, não só os alunos aprendem no contexto da escola como os professores também estão desenvolvendo seus conhecimentos na interação com os alunos.

Para o autor citado, a escola não é o único local onde se pode aprender, no entanto, é nesse ambiente que os saberes acumulados historicamente e que tem importância para a sociedade são debatidos e passam a fazer parte do conjunto de conhecimento dos alunos que participam das aulas. Assim, os conhecimentos adquiridos fora da escola são considerados não sistematizados, enquanto que o aprendizado escolar é sistematizado e traz elementos científicos para os alunos (VYGOTSKY, 1994).

A interação de uma pessoa com outras é importante para o seu desenvolvimento desde o seu nascimento, portanto a interação entre o sujeito da aprendizagem e o meio em que ele vive vai refletir no conhecimento que essa pessoa vai construir ao longo de sua vida. Ou seja, é fundamental a interação entre as pessoas, para que possam conhecer sua cultura e os conhecimentos que são importantes para a sociedade em que vivem.

No caso da Matemática, por exemplo, que é tão valorizada na sociedade moderna e que tem uma influência muito grande no desenvolvimento da mesma, é fundamental que os conhecimentos dessa ciência sejam bem assimilados pelos alunos nas escolas, porque são conhecimentos que serão utilizados em vários tipos de profissão que possam desempenhar na sua cidade, Estado ou País e se esta pessoa trabalhar em áreas que dependem da tecnologia, precisará ter uma boa base de conhecimentos matemáticos para se manter na função.

Sabendo que as pessoas não aprendem sozinhas, mas com a ajuda do outro, a teoria de Vygotsky (1994) indica que as interações são elementos mediadores do conhecimento, assim, para alguém aprender um conteúdo de Matemática, por exemplo, é preciso que alguém ou alguma coisa faça a mediação entre esse conteúdo e os outros conhecimentos que essa pessoa já possui. A mediação é o processo que facilita a alguém aprender algum conteúdo novo. Isso pode acontecer quando alguém explica alguma coisa nova e usa um material para mostrar o que significa ou, por exemplo, quando alguém está dialogando com outra pessoa e dá exemplos de sua experiência para que a outra entenda melhor o que está querendo dizer. Quando a pessoa que não sabia algo passa a saber depois disso, é sinal de que houve mediação. E quando a pessoa internaliza algo, este novo conhecimento passa a fazer parte de seu desenvolvimento.

O desenvolvimento se dá na interação com outras pessoas ou com os instrumentos culturais, evidenciando os avanços das capacidades e dos conhecimentos de um sujeito. Ao adquirir novos conhecimentos, o sujeito torna-se capaz de realizar novas funções que anteriormente não fazia ou precisava da ajuda de alguém mais experiente para poder realizar (OLIVEIRA, 2008).

Vygostsky (1994) atribuiu um conceito específico para o processo de desenvolvimento e aprendizagem, o autor chamou de zona de desenvolvimento proximal (ZDP) para aquelas funções psicológicas que ainda não estão completas, que estão em processo de amadurecimento. A ZDP se encontra entre dois níveis de desenvolvimento, o nível real, que são atividades que as crianças conseguem realizar sem a ajuda do outro, e o nível potencial, que se compõe daquilo que a criança ainda não aprendeu, mas que poderá realizar com a ajuda de outra pessoa, adulto ou criança com conhecimentos diferentes ou maiores que o seu, desde que sejam estimuladas e passem a conhecer com a ajuda de alguém ou de algum instrumento.

A aprendizagem dos conteúdos de Matemática, para que seja eficiente, deve envolver os conceitos que se encontram na Zona de Desenvolvimento Proximal, a ZDP. Desta maneira, é importante que o professor observe e trabalhe nesse nível dos alunos, para que eles possam se desenvolver e chegar a outros níveis e potencialidades, tornando assim, o pensamento mais complexo.

A Zona de Desenvolvimento Proximal caracteriza um momento em que uma pessoa está aprendendo a realizar uma nova atividade de forma diferenciada daquele em que é capaz de realizar a mesma atividade sozinha. Essa aquisição ou não de um novo conhecimento depende do estímulo e da ajuda que a criança vai receber para conseguir avançar (VYGOTSKY, 1994).

# 3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

## 3.1 MÉTODO E TIPO DE PESQUISA

Esse trabalho foi realizado em escolas da rede pública de ensino de Macapá, de forma qualitativa e teve como objetivo conhecer quais metodologias são utilizadas por professores do segmento de 5ª a 8ª séries do ensino fundamental, em relação a alguns conceitos básicos da disciplina Matemática e verificar a concepção dos professores sobre o uso de metodologias não tradicionais no cotidiano. As metodologias de pesquisa utilizadas foram a pesquisa de campo e bibliográfica. Na primeira, entrevistamos alguns professores do segmento analisado em escolas pré-selecionadas e na segunda, realizamos uma coletânea de atividades que apresentamos como propostas alternativas para o ensino dos conteúdos matemáticos que utilizamos como referência para as entrevistas.

### 3.1.1 Local:

10 (dez) escolas da rede pública de ensino, escolhidas aleatoriamente, utilizando como critério a aceitação do trabalho pelos diretores e professores da disciplina matemática. Em cada escola, realizamos entrevista com um dos docentes atuantes do segmento investigado.

### 3.1.2 Participantes:

Participaram da pesquisa 10 professores da disciplina Matemática que atuam no segmento de 5ª a 8ª série em escolas da rede pública de ensino de Macapá.

### 3.1.3 Obtenção de Informações Empíricas

Inicialmente entramos em contato com a direção de várias escolas da rede pública que atuam no segmento de ensino alvo da pesquisa, para verificar a possibilidade de realização do trabalho. Na medida em que os diretores aceitaram o estudo, entramos em contato com os professores das escolas para solicitar aos mesmos que aceitassem participar da entrevista realizada. Nas escolas em que possuíam mais de um professor concordou em participar da referida entrevista, realizamos um sorteio para selecionar qual deles seria o entrevistado da escola.

Após definir os participantes da entrevista, solicitamos aos mesmos que assinassem um terno de consentimento livre e esclarecido, tornando válida a realização do trabalho. A partir daí, agendamos com cada professor um momento na escola, fora do horário em que estariam em sala de aula, para realizar entrevista individualmente e em sala reservada para esse fim. Cada professor participante recebeu um formulário contendo oito questões abertas para responder sobre as metodologias que utilizam no ensino de alguns conteúdos de matemática e em seguida, procedemos a tabulação das respostas obtidas para posterior análise.

# 4 ANÁLISE DAS INFORMAÇÕES EMPÍRICAS

Os entrevistados desse estudo responderam as perguntas do questionário de forma espontânea e as respostas serão apresentadas de forma quantitativa e qualitativa, com fundamentação de acordo com os estudos teóricos da primeira parte deste trabalho.

A primeira pergunta do questionário foi a seguinte: *Há quanto tempo você ministra aulas de Matemática de 5ª a 8ª séries?*

As respostas a essa pergunta variaram entre 2 e 10 anos, sendo 20% com 2 anos, 30% há quatro anos, 40% há oito anos e 10% há dez anos. Assim, a maioria dos entrevistados já ministra aulas há mais de oito anos, o que indica que já têm muita experiência com o ensino dessa disciplina.

A segunda pergunta do estudo foi a seguinte: *Você já participou de algum curso que abordasse o uso de novas metodologias para o ensino de matemática? Há quanto tempo?* As respostas dos participantes indicaram que a maioria, 80% já participou de algum curso sobre metodologia de ensino de Matemática. Sobre quanto tempo fazia que tinha feito o(s) curso(s), as respostas variaram entre um e cinco anos. Dois dos entrevistados fizeram o curso há um ano, três há dois anos, um há três anos e dois há cinco anos. As respostas indicaram que os professores participaram de estudos recentes sobre uso de metodologias e, portanto podemos considerá-los envolvidos com o tema.

A terceira pergunta do questionário: *Que recursos didáticos você conhece para o ensino dos conteúdos: (a) Frações? (b) Equações do 1º grau? e (c) Equações do 2º grau?* Pretendia investigar se em relação aos conteúdos citados, selecionados por representarem conceitos chaves no ensino da matemática, os professores conheciam alguma metodologia alternativa ou limitavam-se ao tradicionalismo dos livros didáticos.

As respostas a essa pergunta indicaram que a maioria dos professores, 80% dos entrevistados conhecia alguma metodologia alternativa em relação aos conteúdos abordados. Entre eles podemos destacar o uso de materiais concretos como chocolate, pizza e frutas para o ensino de frações, o uso de balança no ensino das equações do 1º grau e o uso de alguns jogos como dominó, baralho e memória, adaptados aos conteúdos. Entre os materiais citados, percebemos que os professores conhecem recursos interessantes para tornar uma aula de matemática em torno dos conteúdos indicados, atrativa e motivadora da aprendizagem.

A quarta pergunta, em sequência à anterior, questionava sobre: *Destes recursos quais você utiliza ou já utilizou nas aulas que ministra? Em caso de negativa, justifique.* As respostas a essa pergunta nos trouxeram uma preocupação porque a maioria dos que já conheciam novas metodologias para o ensino dos conteúdos indicados, cerca de 70% disse que ainda não tinha colocado em prática tais conhecimentos. Apenas cerca de 30% afirmou que já havia utilizado em sala de aula os conhecimentos que possui sobre metodologias alternativas. No entanto, nem todos justificaram a não utilização dos recursos. Apenas alguns, cerca de 40% indicou que não tinha utilizado porque a escola não disponibilizava os materiais e 20% afirmou que não tinha encontrado uma oportunidade de experimentar as metodologias porque tinham muitos alunos com dificuldades e não dava tempo de trabalhar de forma lúdica.

Essas respostas nos preocuparam porque indicam que a maioria dos professores ainda prefere o comodismo de uma aula sem atrativos, apenas no “cuspe e giz”, como sempre foi ensinado tradicionalmente e que acham uma perda de tempo tentar novos caminhos. Infelizmente, esses professores ainda não perceberam o quanto a forma de ministrar suas aulas pode melhorar a aprendizagem dos alunos e que as novas metodologias são um incentivo para que aprendam os conteúdos com mais facilidade.

Quanto à quinta pergunta: *Você se considera um bom professor de matemática? Por quê?* A maioria dos professores, 90% afirmou que sim. Entre as justificativas, destacamos uma, dita de forma diferente por três professores, mas que tinham o mesmo significado, como no exemplo:

> "Acho que sou um bom professor porque domino os conteúdos de Matemática de 5ª a 8ª série e repasso aos alunos com segurança, além do que faço muitos exercícios do assunto e procuro explicar de várias formas." (Resposta de um dos entrevistados).

O único professor que respondeu que não, justificou sua resposta dizendo que: "um professor nunca está totalmente preparado, há sempre coisas novas para aprender e repassar aos seus alunos." Acreditamos que esse profissional está sempre em busca de novas idéias e provavelmente procura colocar em prática novas formas de ensinar matemática, o que deveria ser uma realidade para todos os professores.

A sexta e última pergunta do questionário era: *Você acha que as aulas de Matemática dessa escola são interessantes e motivadoras da aprendizagem dos conteúdos? Por quê?* As respostas dos entrevistados foram muito parecidas com as respostas da pergunta anterior: 90% afirmaram que sim. Entre estes professores que responderam sim, a maioria indicou que sabe repassar bem os conteúdos ou que procura descontrair o ambiente com brincadeiras e exemplos engraçados. O professor que afirmou que as aulas não são interessantes e motivadoras justificou que as aulas ainda são muito tradicionais e que não tem recursos na escola para tornar as aulas mais interessantes.

# 5 PROPOSTAS DE ATIVIDADES LÚDICAS ENVOLVENDO OS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS DA PESQUISA

No contexto do segmento de 5ª a 8ª séries, encontramos uma série de conteúdos que geralmente são responsáveis pelo distanciamento dos alunos dos conhecimentos da Matemática, porque a forma como são apresentados tradicionalmente, faz com que os alunos não compreendam o que estão aprendendo e apenas reproduzam os procedimentos que os professores transmitem. Dessa forma, na medida em que a matemática vai se tornando mais complexa, a falta de compreensão desses conhecimentos faz com que esses alunos não avancem no entendimento da disciplina, o que a torna cada vez mais desinteressante, com isso, usam de artifícios para passar de ano ou ficam reprovados, desestimulando-os mais ainda.

Nesse sentido, apresentamos alguns desses conteúdos através de uma forma dinâmica, criativa e diferente para que professores interessados percebam como podem melhorar a qualidade do ensino de matemática com recursos simples e acessíveis, ao tempo que investigamos a aceitação dessa metodologia entre alunos e professores de uma escola da rede pública de Macapá.

## 5.1 FRAÇÕES

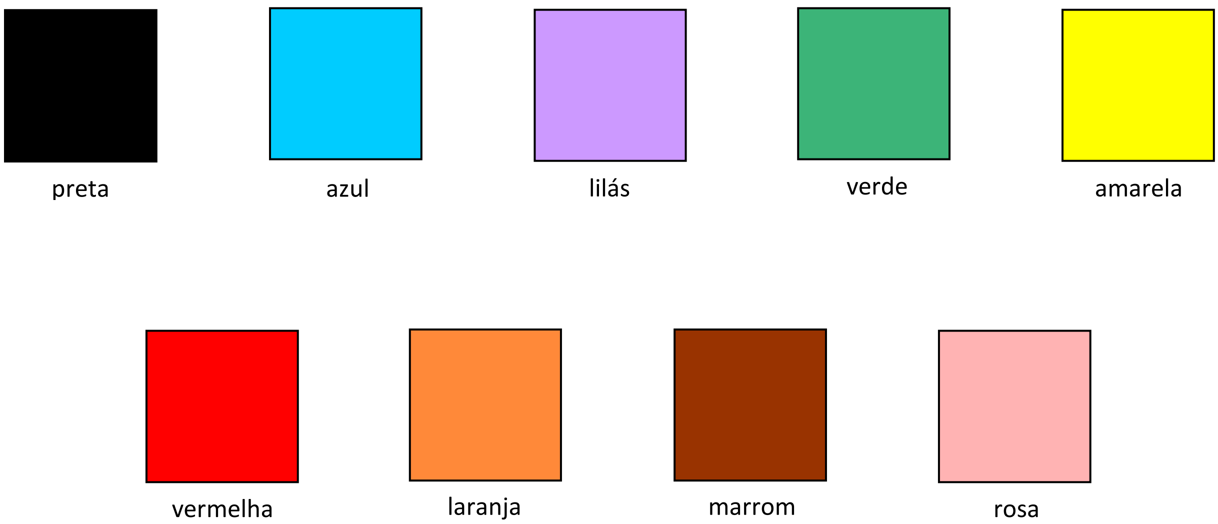
**Definição:** A palavra Fração surgiu do latim “Fractione”, ato de partir, rasgar, dividir parte de um todo. Também podemos considerar que um número *Fracionário* é aquele que representa uma ou mais partes da unidade que foi dividida em partes iguais.

### 5.1.1 Aprendendo Frações com o uso do Material Concreto

**Objetivo:** Apresentar ao aluno uma forma alternativa de fixar os principais conceitos que envolvem o estudo de frações com a utilização do material concreto, confeccionando a partir de folhas de papel coloridas quadradas ou retangulares.

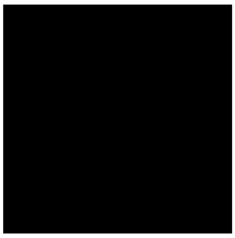
**Obs.:** O material concreto poderá ser manipulado somente para frações que envolvam pequenos valores, porém, para aquelas de valores maiores, o aluno passará a utilizar diretamente as classes de frações equivalentes que serão deduzidas a partir do uso do referido material.

**Material necessário:** folhas quadradas ou retangulares de papel cartão, em diferentes cores, como as abaixo indicadas, por exemplo:



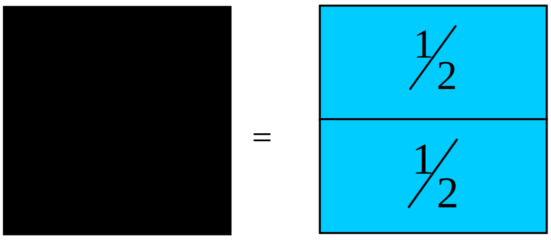

#### 5.1.1.2 – Frações Equivalentes

Para se definir o que são frações equivalentes, primeiramente adotamos uma das folhas como unidade padrão, ou seja, as classes de frações equivalentes serão construídas a partir da comparação de cada folha colorida com a unidade padrão e a mesma valerá 01 (uma) unidade. No exemplo, definimos a unidade padrão como sendo a folha preta:



$= 1\, u$

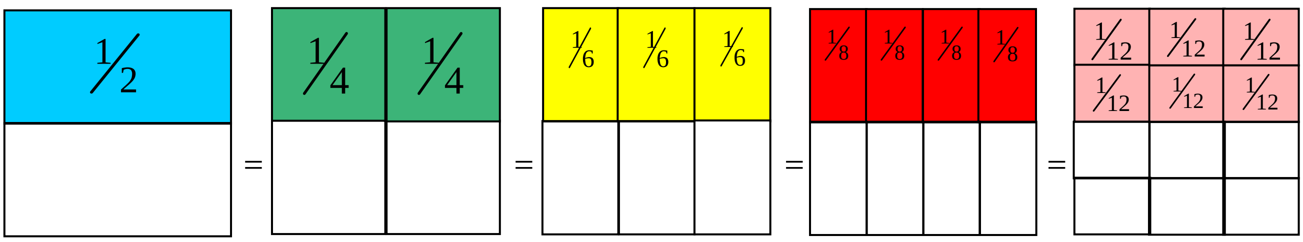
- Tomando a folha azul e dividindo a mesma ao meio, obtemos duas folhas azuis.
- Colocando as folhas azuis em cima da folha preta, observamos que cada folha azul representa $\frac{1}{2}$ da folha preta.




Logo $1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ ou $1 = \frac{2}{2}$

Podemos ainda fazer as seguintes relações:

- Com 1 folha azul ($\frac{1}{2}$), podemos formar 2 folhas verdes ($\frac{1}{4}$ cada) ou 3 folhas amarelas ($\frac{1}{6}$ cada) ou 4 vermelhas ($\frac{1}{8}$ cada) ou ainda 6 folhas rosas ($\frac{1}{12}$ cada).




Logo, podemos admitir a seguinte classe de equivalência:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12} + \frac{1}{12}$$

ou seja: $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{6}{12}\cdots$

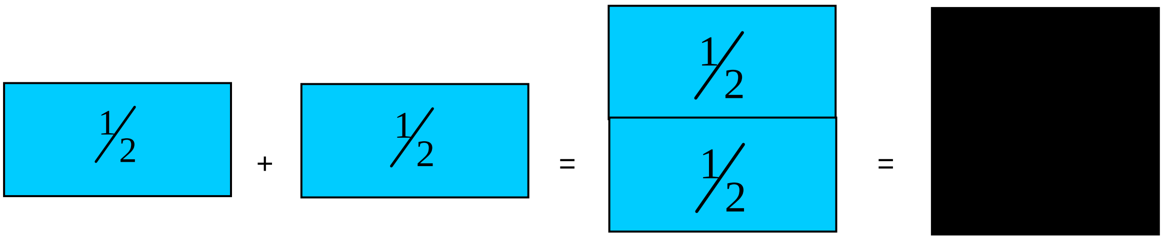
Poderíamos, ainda, fazer a seguinte generalização:

$$\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}=\frac{6}{12}=\frac{7}{17}=\frac{8}{16}=\frac{9}{18}\cdots$$

### 5.1.2 Operações com Frações

- **Adição e Subtração**

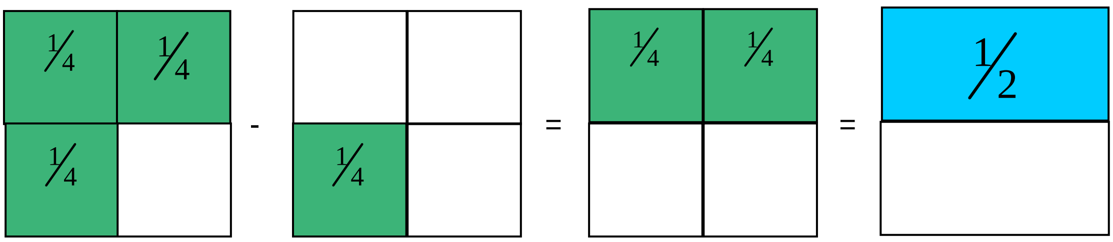
**Exemplo 1:** Quanto vale $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$?, ou seja,




Logo: $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1+1}{2}=\frac{2}{2}=1$.

**Exemplo 2:** Quanto vale $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}$?, ou seja,

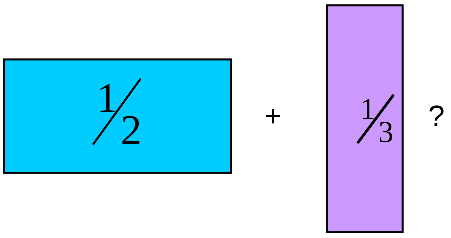
$\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=$



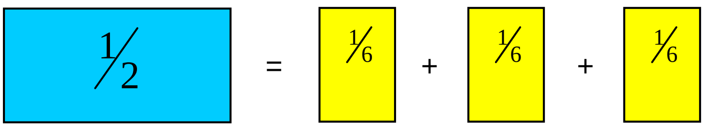

Logo: $\frac{3}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}-\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{1+1}{4}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

Assim, “para adicionar ou subtrair números representados por frações que têm o mesmo denominador, adicionamos ou subtraímos os numeradores e conservamos o denominador.”

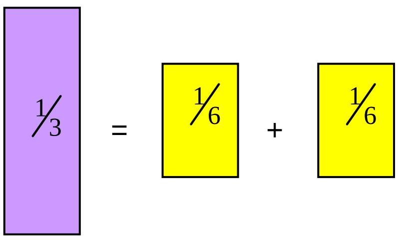
**Exemplo 3:** Quanto vale $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$?, ou seja,




Voltando às classes de equivalência, notamos que:

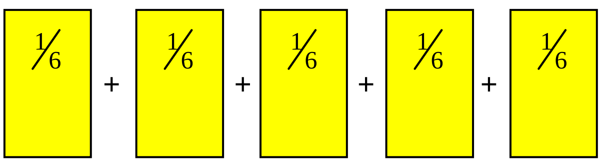



e




então:

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$




$=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{5}{6}.$

## 5.2 NÚMEROS DECIMAIS

### 5.2.1 Aprendendo Números Decimais com o uso de Material Concreto

Atualmente os números decimais vêm substituindo as frações em praticamente todas as aplicações.

Por exemplo:

- Quer pela facilidade nas comparações, pois é mais fácil verificar que $0,4 > 0,3$ do que verificar $\frac{2}{5} > \frac{3}{10}$.
- Nas adições, pois é mais fácil efetuar $0,5 + 1,6 = 2,1$ do que $\frac{1}{2} + \frac{16}{10}$.
- Quer pela praticidade em expressar medida, além disso, é mais prático escrever e operar com medidas com $1,5\ cm$ do que com medidas $1\frac{1}{2}\ cm$.
- Também utilizamos números decimais  em situações do dia-a-dia.

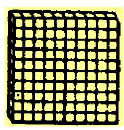


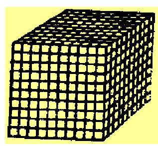
**Objetivo:** Apresentar ao aluno uma forma alternativa de fixar os principais conceitos que envolvem o estudo dos números decimais com a utilização do material concreto.

**Material Necessário:** O material dourado é um excelente recurso didático que podemos introduzir a idéia de décimos, centésimos e milésimos. É constituído de quatro tipos de peças apresentadas abaixo:


o cubo menor


a barra

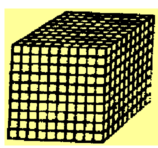

a placa


o cubo maior

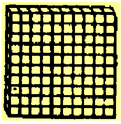
**Representação Decimal**

Vamos considerar os termos:

O "cubo grande" (milhar) representa 1 unidade



Dividindo essa unidade em 10 partes iguais teremos uma placa que corresponde a décima parte.

$\frac{1}{10}$ da unidade 

Dividindo a unidade em 100 partes iguais, teremos uma barra que corresponde à centésima parte.

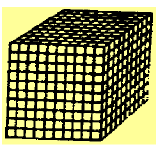
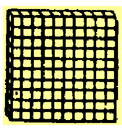
$\frac{1}{100}$ da unidade 

Novamente, dividindo a unidade, agora em 1000 partes iguais teremos um cubinho que corresponderá à milésima parte.

$\frac{1}{1000}$ da unidade 

Observamos com isso que cada peça menor forma a parte maior, seguindo o modelo de "cubinhos" que, por sua vez, formam "barras", que formam "placas" que formam cubos maiores.

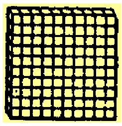
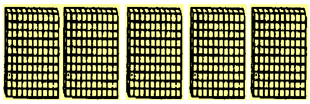
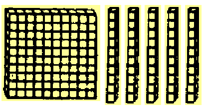
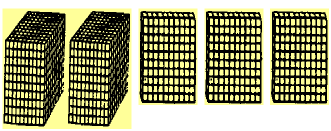
**A Leitura dos Números Decimais**

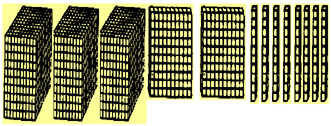
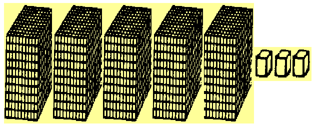
| | | | |
|---|---|---|---|
|  |  |  |  |
| unidade | décimo | centésimo | milésimo |

Vindo da esquerda até a casa das unidades, estamos considerando as casas decimais que representam *valores inteiros*. Continuando à direita, após a casa das unidades estamos considerando casas decimais que representam valores *menores* que o inteiro.

Para a separação entre a casa das unidades e a casa dos décimos usamos uma *vírgula*.

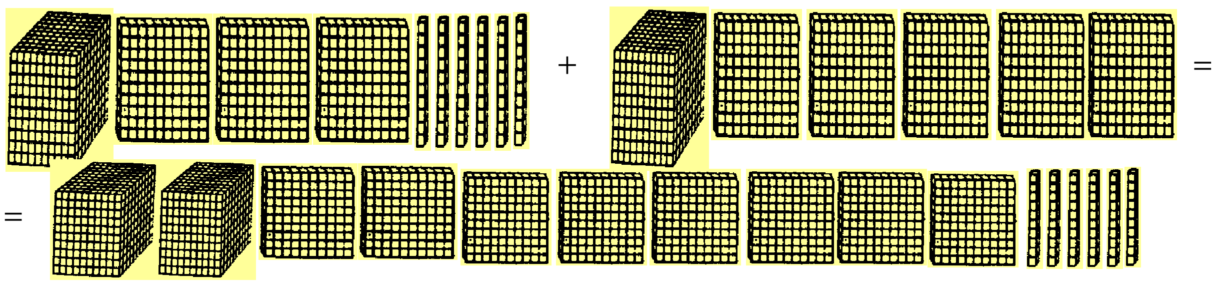
| Parte inteira | | | | | Parte fracionária | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| unidade de | centena | dezena | unidade | , | décimo | centésimo | milésimo |

| Material Dourado | Fração | Representação Decimal | | | | Leitura |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | Unidade | Décimo | Centésimo | Milésimo | |
|  | $\frac{1}{10}$ | 0, | 1 | | | Um décimo |
|  | $\frac{1}{100}$ | 0, | 0 | 1 | | Um centésimo |
|  | $\frac{1}{1000}$ | 0, | 0 | 0 | 1 | Um milésimo |
|  | $\frac{5}{10}$ | 0, | 5 | | | Cinco décimos |
|  | $\frac{15}{100}$ | 0, | 1 | 5 | | Quinze centésimos |
|  | $\frac{8}{1000}$ | 0, | 0 | 0 | 8 | Oito milésimos |
|  | $2\frac{3}{10}$ | 2, | 3 | | | Dois inteiros e três décimos |

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
|  | $3\frac{28}{100}$ | 3, | 2 | 8 | | Três inteiros e vinte e oito centésimos |
|  | $5\frac{3}{1000}$ | 5, | 0 | 0 | 3 | Cinco inteiros e três |

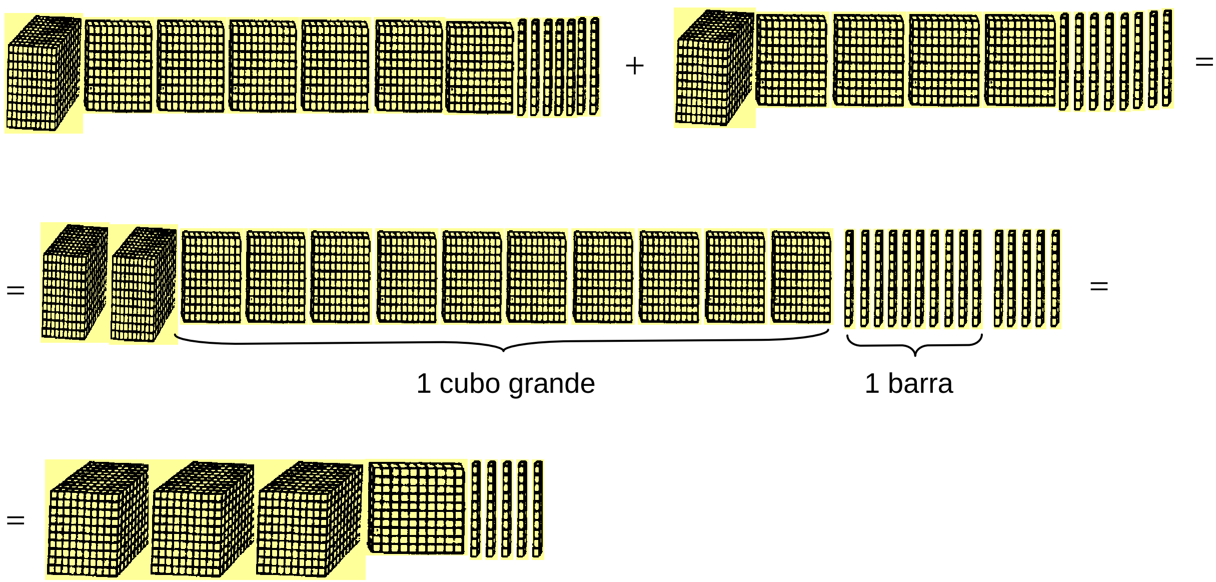
### 5.2.1.1 Adição de Números Decimais

**Exemplo 1:** Calcular $1,36+1,5$, ou seja:



Logo: $1,36+1,5=2,86$.

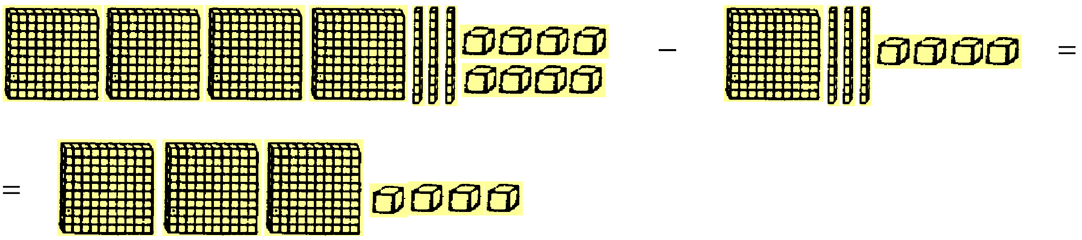
**Exemplo 2:** Calcular $1,67+1,48$, ou seja:




Logo: $1,67+1,48=3,15$.

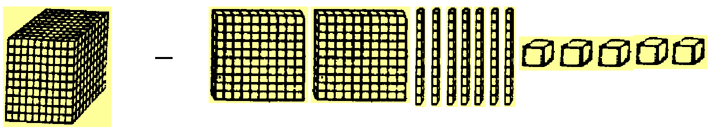
### 5.2.1.2 Subtração de Números Decimais

**Exemplo 1**: Calcular $0,438-0,134$, ou seja:

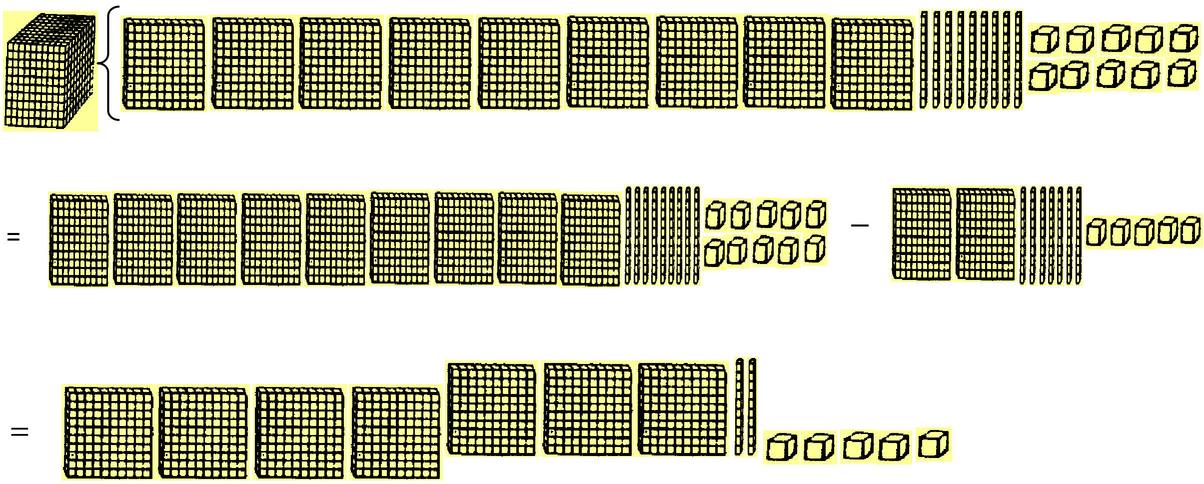


Logo: $0,438-0,134=0,304$.

**Exemplo 2:** Calcular $1-0,275$, ou seja:



Mas, sabemos que:

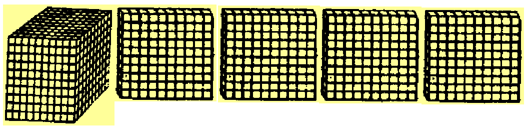


Logo: $1-0,275=0,725$.

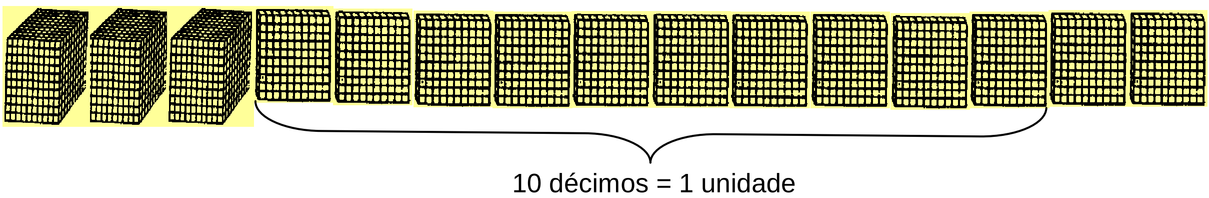
### 5.2.1.3 Multiplicação de Números Decimais

**1º Caso: Multiplicação de um número natural por um decimal**

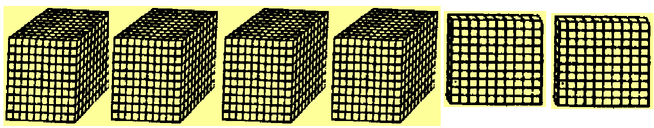
**Exemplo:** Qual o valor de $3 \times 1,4$?

Mas $1,4 =$ 

Repetindo esta quantidade três vezes teremos:




Trocando 10 décimos por 1 unidade, teremos



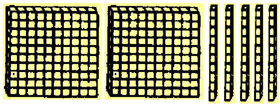
Logo: $3 \times 1,4 = 4,2$.

Para multiplicar um número decimal por um natural, basta repetir o número decimal pelo número de vezes que o natural representa e a seguir obter a soma das parcelas resultantes.

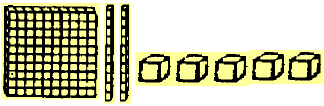
**2º Caso: Multiplicação de dois números decimais**

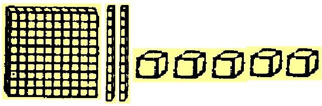
**Exemplo 1:** Qual o valor de $0,5 \times 0,25$?

Obs.: Neste caso é necessário saber a que fração um certo número decimal corresponde, logo $0,5 \times 0,25$ é o mesmo que obter (metade) de $0,25$.

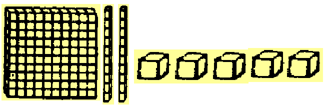
Mas sabemos que $0,25 =$ 

Como queremos somente $0,5$ (metade) de $0,25$ devemos separar $0,25$ em duas partes:

**1ª parte:** 

**2ª parte:** 

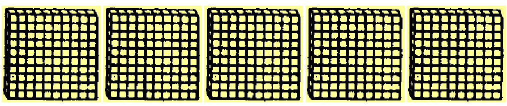
Considerando apenas uma das partes (a metade), obtemos:

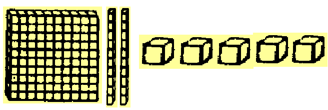
 $= 0,125$

**Exemplo 2:** Qual é o valor $0,25 \times 0,5$?

Fazer $0,25 \times 0,5$ é o mesmo que obter $0,25$ (um quarto) de $0,5$.

Então:

$0,5 =$ 

e $0,25 = \left(\frac{1}{4}\right)$ de $0,5 = 0,125 =$ 

ou seja $0,25 \times 0,5 = 0,125$.

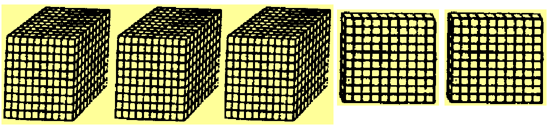
| |
|---|
| Se $a$ e $b$ são dois números decimais, para se multiplicar $a \times b$ é o mesmo que obter $a$ de $b$ e também é o mesmo que obter $b$ de $a$, pois vale a comutatividade. |

### 5.2.1.4 Divisão de Números Decimais

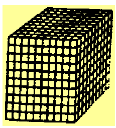
**1º Caso: Divisão de um número decimal por um número natural**

**Exemplo:** Qual o valor de $3,2 \div 2$?

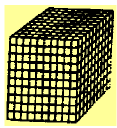
Usando o material dourado vamos representar o dividendo $3,2$.

$3,2 =$ 

Repartindo as unidades por 2 teremos:

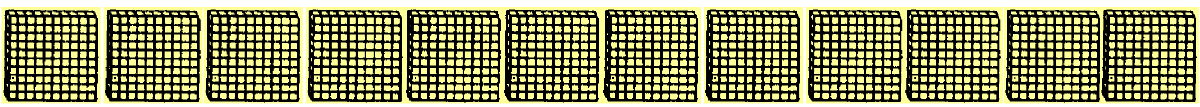


1 unidade para A

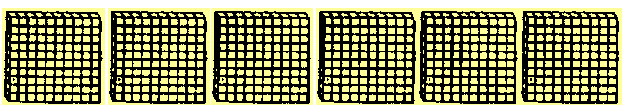


1 unidade para B

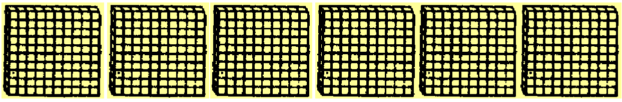
Transformando as unidades que restaram em 10 décimos e acrescentamos aos 2 décimos já existentes, teremos 12 décimos:



Repartindo igualmente os 12 décimos por 2 teremos:



6 décimos para A

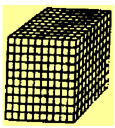
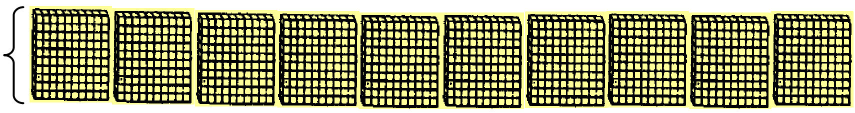
 6 décimos para B

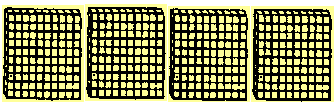
Como não restaram décimos, então temos: $3,2 \div 2 = 1,6$

> Para dividir um número decimal por um número natural, fazemos a divisão do número decimal pelo natural e assim chegamos ao resultado, considerando o quociente como o resultado final da operação.

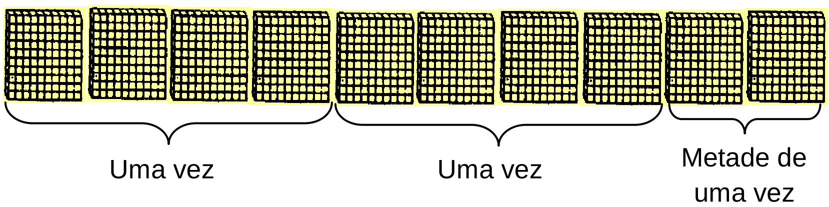
**2º Caso: Divisão de um número natural por um decimal**

**Exemplo:** Qual o valor de $1 \div 0,4$?

$1 =$  $=$ 

e $0,4 =$ 

$1 \div 0,4$ é o mesmo que considerar quantas vezes 0,4 cabe em 1.



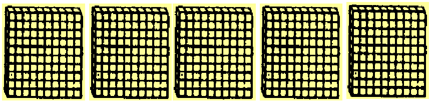
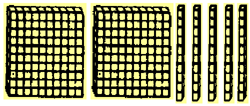
$= 2,5$

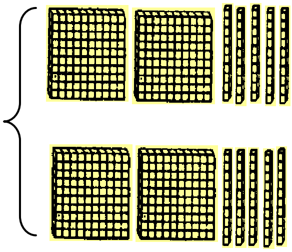
Logo: $1 \div 0,4 = 2,5$.

> Para dividir um número natural por um número decimal basta considerar quantas vezes o número decimal cabe dentro do número natural.

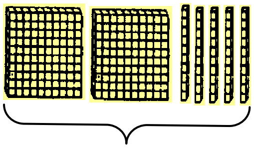
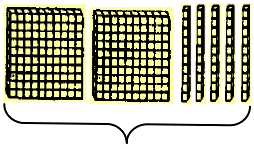
**3º Caso: Divisão de um número decimal por um decimal**

**Exemplo 1:** Qual o valor de $0,5 \div 0,25$?

$0,5 =$  e $0,25 =$ 

Temos que $0,5 =$ 

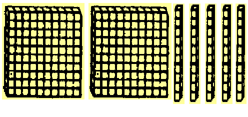
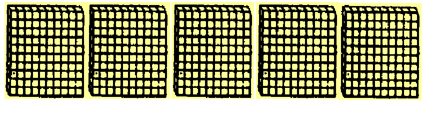
Para dividirmos 0,5 por 0,25, basta considerarmos quantas vezes 0,25 cabe em 0,5.

$0,5 =$  $+$ 

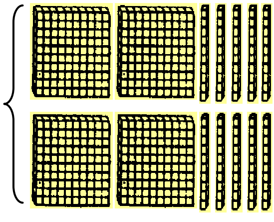
1 vez $+$ 1 vez $= 2$ vezes

Logo: $0,5 \div 0,25 = 2$.

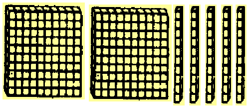
**Exemplo 2:** Qual o valor de $0,25 \div 0,5$?

Mas: $0,25 =$  e $0,5 =$ 

Queremos saber quanto 0,5 cabe em 0,25, assim:

Temos que: $0,5 =$ 

Então concluímos que apenas a metade de 0,5 pode conter em 0,25, ou seja:

$\frac{0,5}{2} =$  $= 0,25$.

Logo: $0,25 \div 0,5 = 0,5$.

| |
|---|
| Se $a$ e $b$ são números na forma decimal, para se obter $a \div b$, basta considerar quantas vezes a parte de $b$ cabe em $a$. |

## 5.3 EQUAÇÕES DO 1º GRAU

**Definição:** Equação é uma sentença matemática que apresenta uma igualdade que tem pelo menos um número desconhecido.

| São Equações | Não são Equações |
|---|---|
| $4a + 3 = 20$ | $k + y + z$ |
| $a^2 - 3a + 5 = 0$ | $2a - 3$ |
| $3k = 9$ | $y^2 - 6y - 9$ |
| $a^3 - a^2 + a - 1 = 7$ | $t^3 + t^2 + 9$ |
| $5a^4 - 2a^2 - 6 = 8$ | $x + 7$ |
| $\frac{v}{s} = 32$ | $x.7$ |

### 5.3.1 Resolução da equação do 1º grau utilizando material concreto

**Objetivo:**

Compreender o processo de resolução da Equação do 1º Grau com a utilização de uma balança de dois pratos em equilíbrio; levando o aluno a perceber que retirando ou acrescentando a mesma massa em ambos os membros da balança, esta permanecerá em equilíbrio.

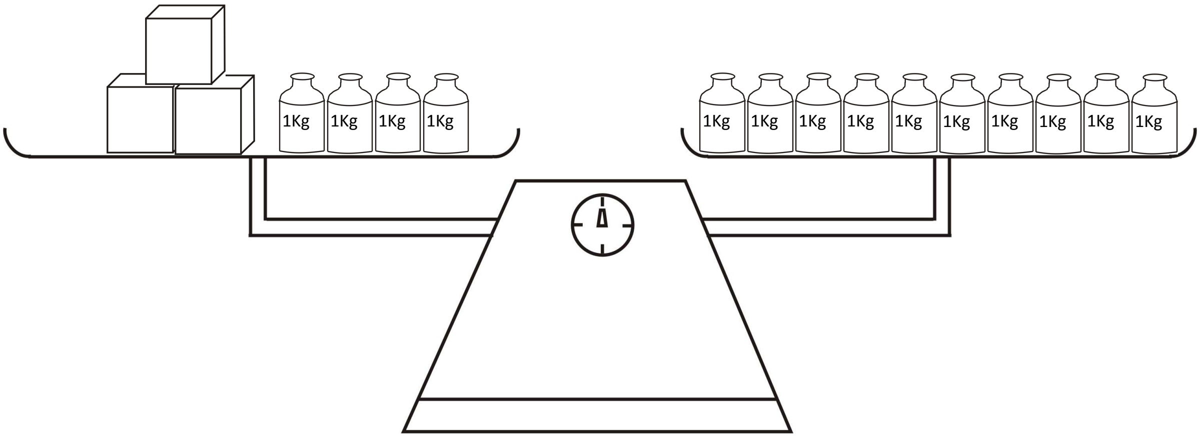
**Material necessário:**

- Balança de dois pratos
- Pesos
- Cubos

**Procedimento:**

Tomemos uma balança de dois pratos. A balança está em equilíbrio quando os objetos que estão em seus dois pratos possuem a mesma massa. Se retirarmos ou acrescentarmos massas iguais nos dois pratos, a balança mantém-se em equilíbrio.

**Exemplo 1:**



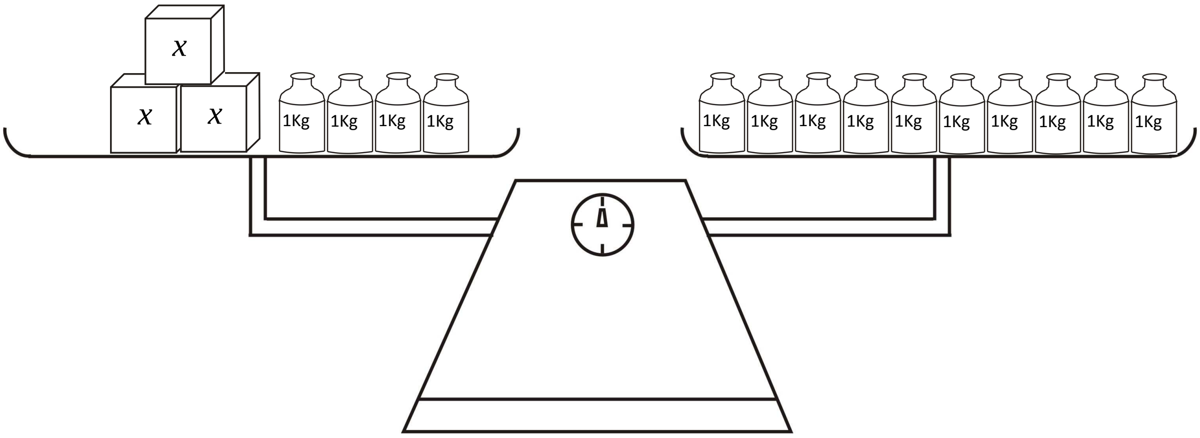
Os cubos têm a mesma massa e cada peso tem 1kg.

Quantos quilogramas têm cada cubo?

Podemos representar esse procedimento resolvendo equações.

**1º Passo:**

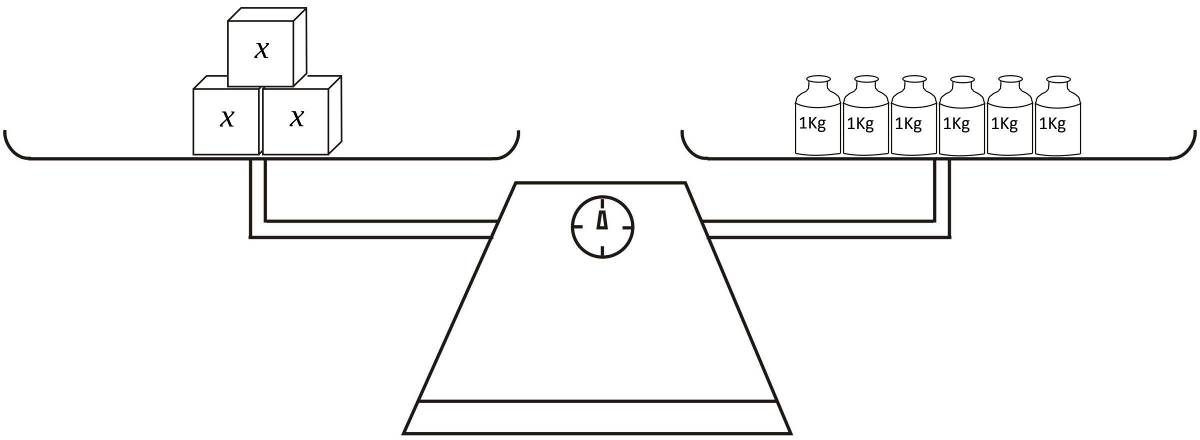
Chamando de $x$ a massa de cada cubo, obtemos:




$x+x+x+1+1+1+1=1+1+1+1+1+1+1+1+1+1$, ou seja, chegamos a seguinte equação: $3x+4=10$.

**2º Passo:**

Retiramos 4 pesos de cada prato, ou seja, subtraímos 4 unidades de cada membros da equação.



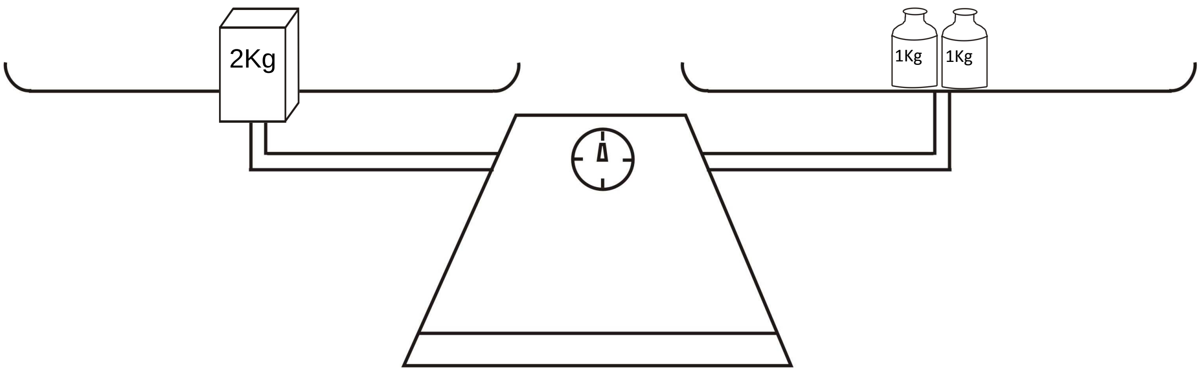
**Equação:**

$$3x + 4 - 4 = 10 - 4$$
$$3x = 6$$

Sabemos então que três cubos, juntos, têm massa de 6kg.

**3º Passo:**

Para encontrarmos a massa de um cubo, verificamos que os três cubos juntos pesam 6kg, então cada cubo pesa a terça parte em cada prato, ou seja, dividimos cada membro da equação por 3.

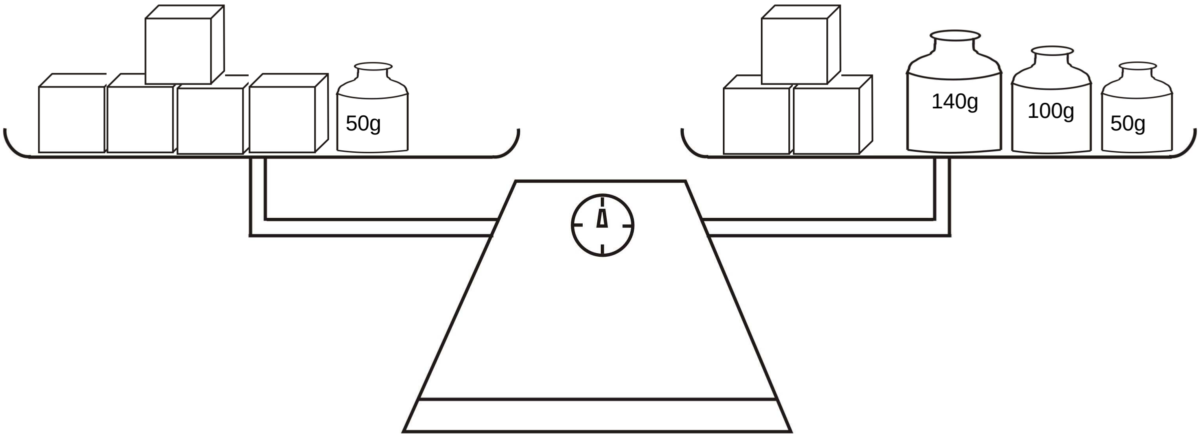



**Equação:**

$$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$$
$$x = 2$$

Assim $x = 2$, ou seja, a massa de cada cubo corresponde a 2kg.

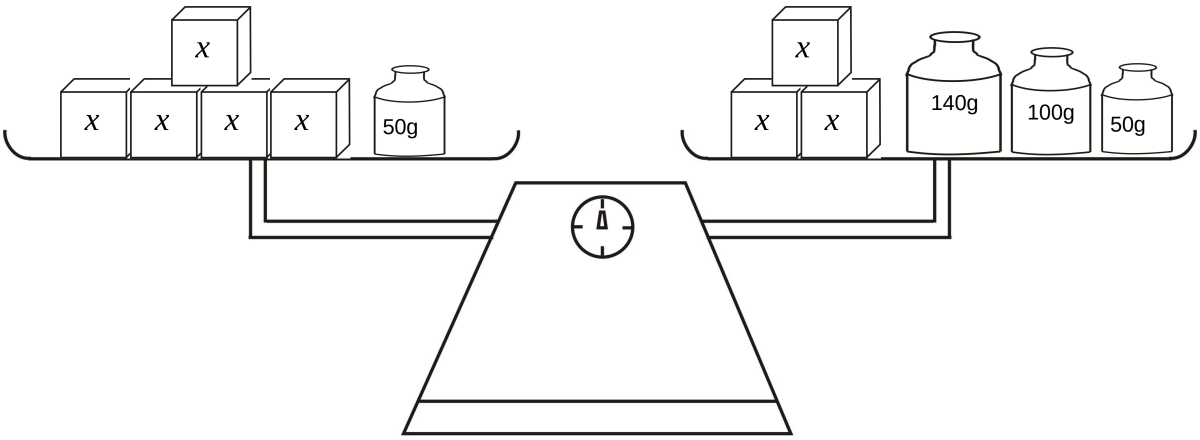
**Exemplo 2:**




Observando a balança acima, considerando os cubos com a mesma massa e os pesos, possuindo massas respectivamente iguais a 50g, 100g e 140g, qual será o peso de um cubo?

**1º Passo:**

Iremos representar por $x$ a massa de cada cubo.



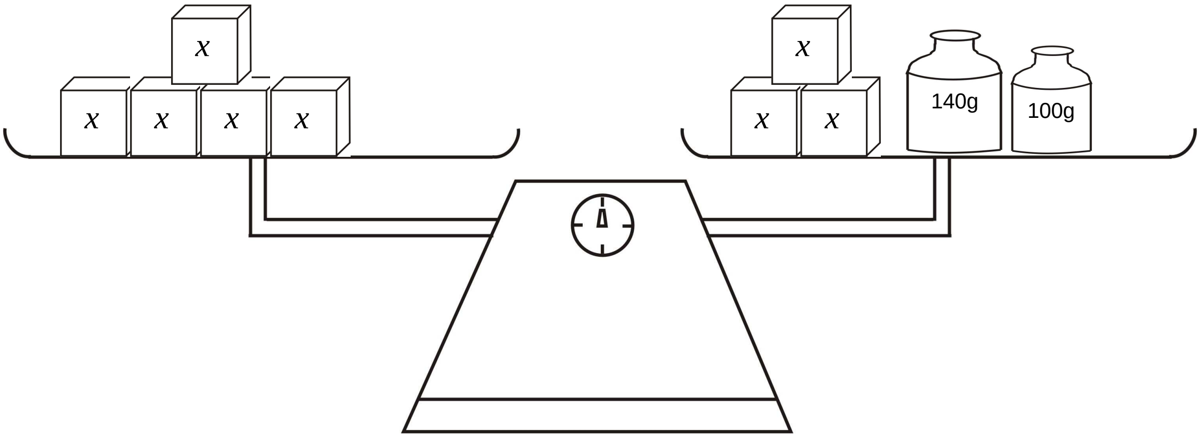

Assim uma balança de dois pratos em equilíbrio pode ser vista como uma equação que é uma igualdade. Obtendo a equação:

$$x+x+x+x+x+50=x+x+x+140+100+50$$

Equação correspondente: $5x + 50 = 3x + 290$

**2º Passo:**

Quando retiramos pesos iguais de cada prato, a balança continua equilibrada. Assim, retiramos 50g de cada prato, ou seja, subtraímos também 50g de cada membro da equação, obtendo outra igualdade.

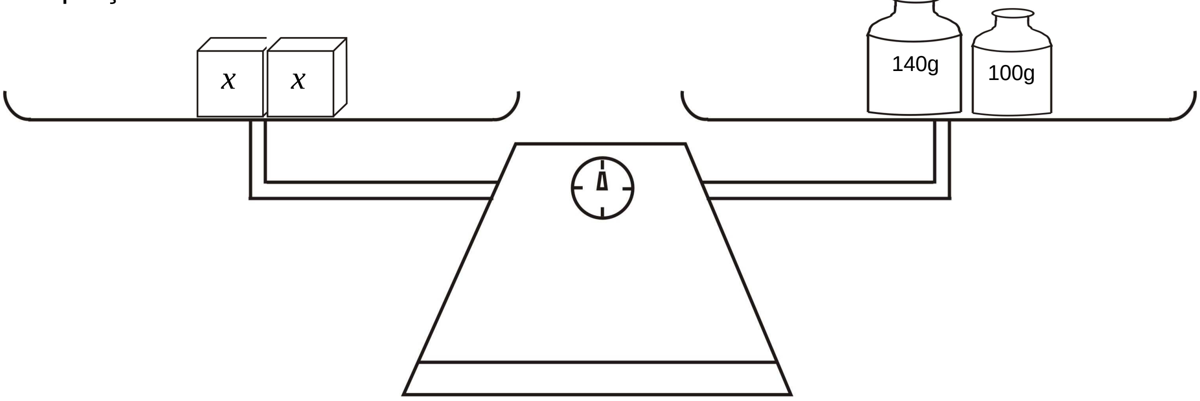



**Equação:**

$$5x + 50 - 50 = 3x + 290 - 50$$
$$5x = 3x + 240$$

**3º Passo:**

Tiramos 3 cubos de cada prato, ou seja, subtraímos 3x de ambos os membros da equação.



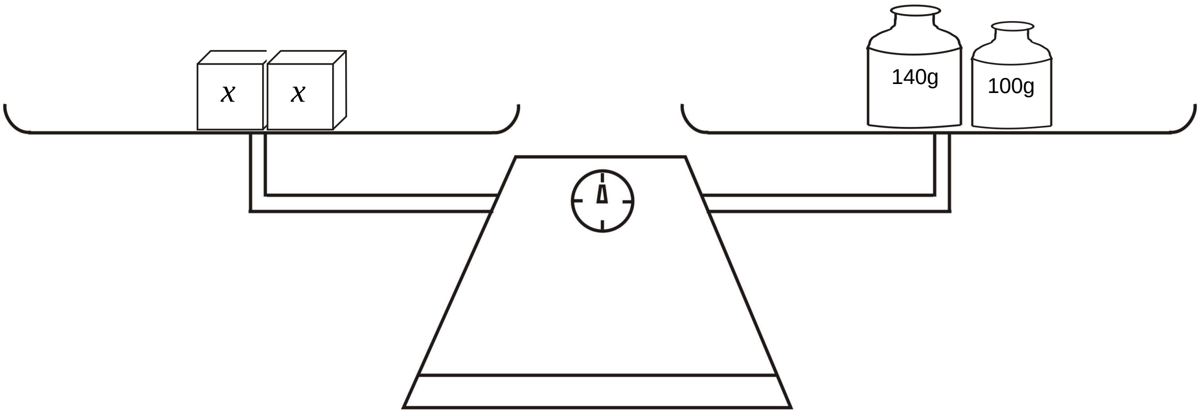
**Equação:**

$$5x - 3x = 3x + 240 - 3x$$
$$2x = 240$$

Assim, a massa de dois cubos é de 240g.

**4º Passo:**

Para encontrarmos a massa de um cubo, basta dividir cada membro da equação por 2.




Assim, a massa de cada cubo é 120g.

**Equação:**

$$\frac{2x}{2} = \frac{240}{2}$$
$$x = 120$$

Logo, observamos que a partir do material concreto, podemos tirar ou acrescentar pesos iguais nos dois pratos da balança sem alterar seu equilíbrio. Isso corresponde a subtrair ou adicionar, multiplicar ou dividir um mesmo número em ambos os membros da equação, sem alterar a igualdade.

## 5.4 EQUAÇÕES DO 2º GRAU

**Definição:** Uma equação do 2º grau com uma incógnita $x$ é toda equação que pode ser escrita na forma reduzida:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

em que as letras $a$, $b$ e $c$, os coeficientes da equação, são números reais e $a \neq 0$.

**Exemplos:**

- $3x^2 - 4x + 1 = 0 \quad (a = 3,\ b = -4,\ c = 1)$
- $-2m^2 + 8m + 2 = 0 \quad (a = -2,\ b = 8,\ c = 2)$

Quando $b$ e $c$ são diferentes de zero a equação é completa, mas se algum deles for nulo ou se os dois forem iguais a zero, a equação será incompleta.

**Exemplos:**

- $3x^2 + 2x = 0 \quad (a = 3,\ b = 2,\ c = 0)$
- $3x^2 + 1 = 0 \quad (a = 3,\ b = 0,\ c = 1)$

### 5.4.1 Resolução de equação do 2º grau usando material concreto

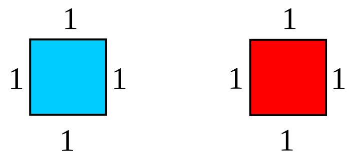
O objetivo principal desta fase do nosso trabalho será mostrar que é possível resolver a equação do 2º grau que já deverá estar na forma $ax^2 + bx + c = 0$, utilizando o material concreto. Lembrando, porém, que o aluno já deverá estar familiarizado com alguns pré-requisitos como, por exemplo: áreas de figuras planas (retângulo e quadrado), resolução de equação do 1º grau.

**Procedimentos:** Construir de papel cartão, cartolina ou papelão (nas cores azul e vermelho):

- 04 quadrados de lado $8cm$ nas cores azul e vermelha;
- 10 retângulos de medidas $8cm \times 2cm$ nas cores azul e vermelha;
- 25 quadrados de lado $2cm$ nas cores azul e vermelha.

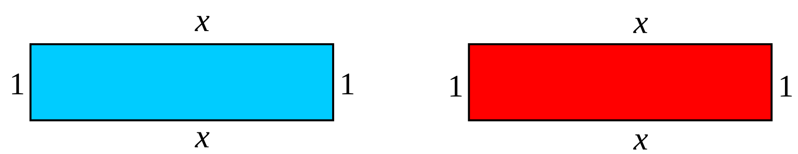
**Observações:**

- O quadrado pequeno será chamado de *unidade* e sua área vale $1$;



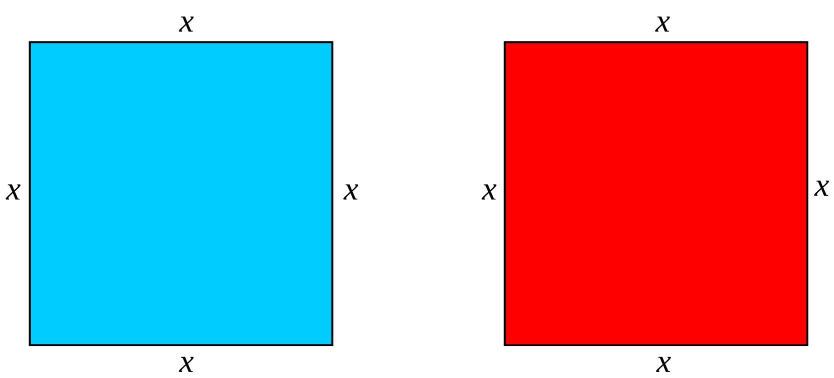

$Área = 1$

- O retângulo de dimensões $1$ e $x$ tem área $x$;




$Área = x$

- O quadrado maior de lado $x$ tem área $x^2$;

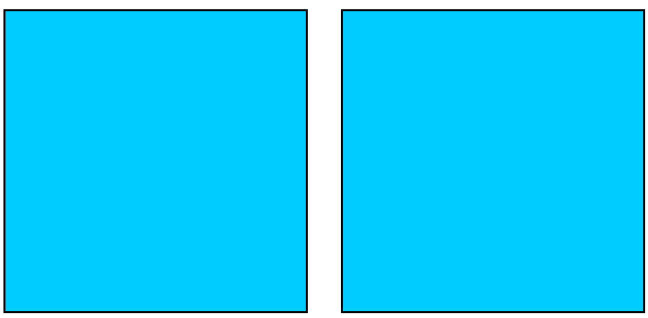


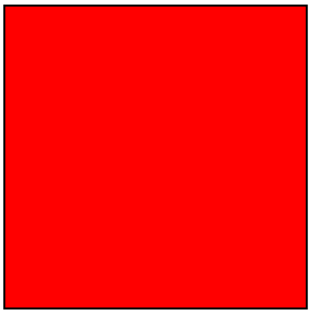

$Área = x^2$

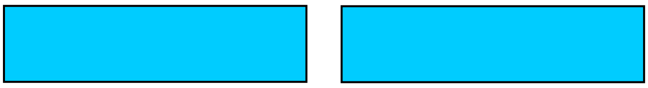
- As figuras de cores azuis referem-se a valores positivos e as de cores vermelhas a valores negativos.

**Exemplos:**

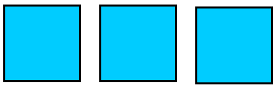
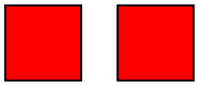
$2x^2 =$



$-x^2 =$ 

$2x =$ 

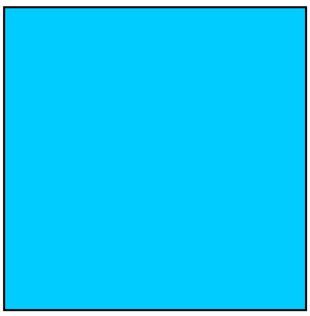
$-3x =$ 

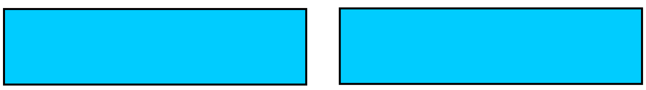
$3 =$  $-2 =$ 

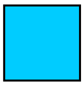
**Aplicações**

**Exemplo 1:** Resolver a equação $x^2 + 2x + 1 = 0$.

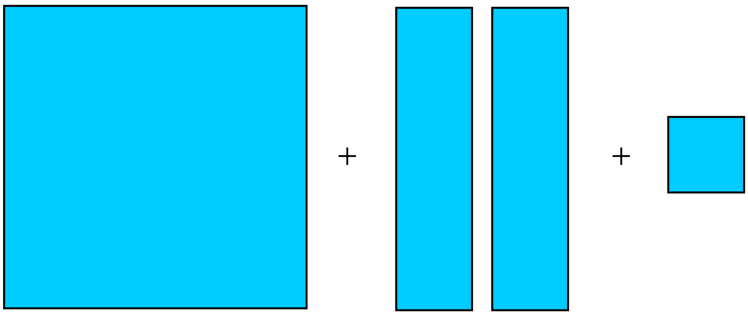
**1º passo:** Inicialmente iremos juntar o material concreto de cada termo da equação acima.

Para $x^2$ temos: 

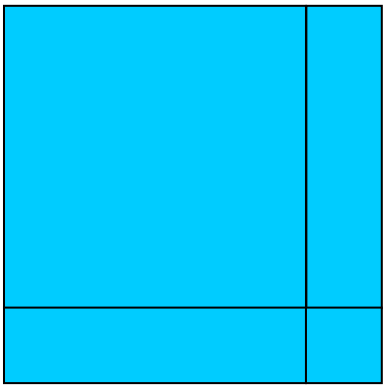
Para $2x$ temos: 

Para $1$ temos: 

Logo: $x^2 + 2x + 1$ é igual a



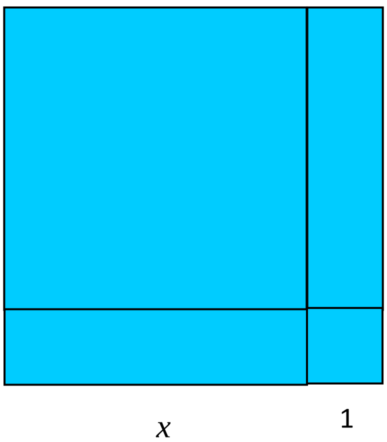
**2º passo:** Devemos arrumar as peças de modo que formem uma figura geométrica plana.



A figura formada foi um quadrado.

Para resolver a equação do 2º grau, basta achar a área do quadrado, que é obtida da fórmula $A = \ell^2$ ou $A = \ell \times \ell$ .

**3º passo:** Colocar os valores correspondentes a um dos lados do quadrado.




Logo: $A = \ell^2 = \ell \times \ell = (x+1)\cdot(x+1)$ .

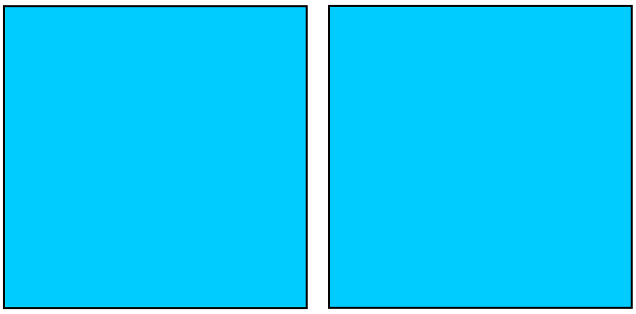
Igualando a zero: $(x+1)\cdot(x+1) = 0$ e pela lei do produto nulo:

$$\begin{cases} (x+1) = 0 & \text{logo, } x = -1 \\ (x+1) = 0 & \text{logo, } x = -1 \end{cases}$$

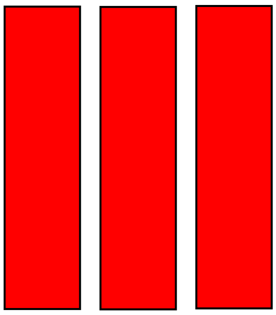
Então: $S = \{-1\}$ que é a raiz dupla da equação $x^2 + 2x + 1 = 0$.

**Exemplo 2:** Resolver a equação $2x^2 - 3x + 1 = 0$.

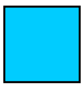
Para os termos da equação acima, podemos logo providenciar as peças correspondentes a cada valor.



$= 2x^2$

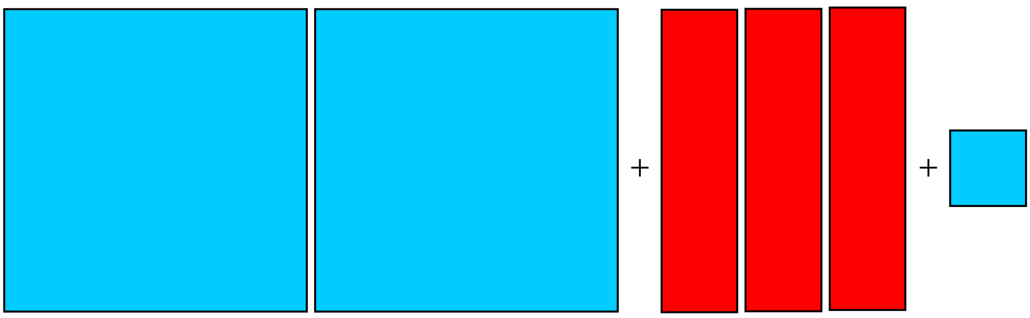


$= -3x$



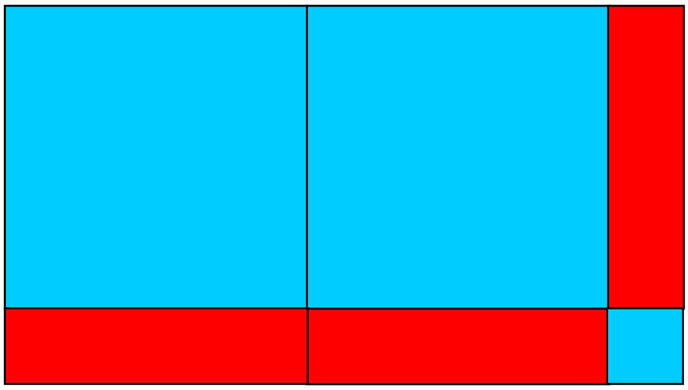
$= 1$

Logo:



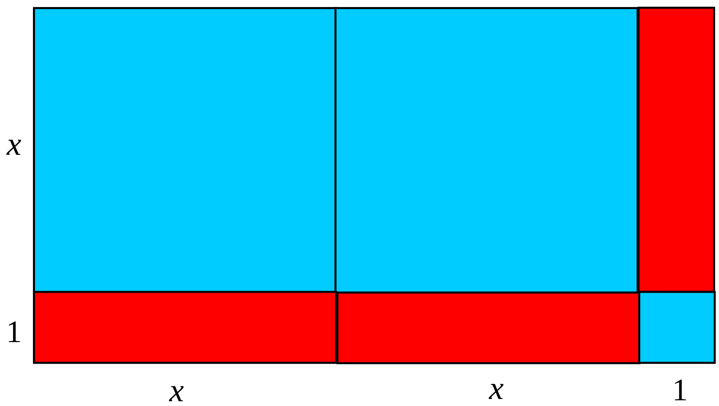
$= 2x^2 - 3x + 1$

Juntando as peças:



Podemos observar que a figura formada é um retângulo. Para resolver a equação do 2º grau basta achar a área do mesmo; que é obtida da fórmula $A = b \times h$.

Colocando os valores dos lados que correspondem à base e à altura, temos:




$$b = -x - x + 1 = -2x + 1$$
$$h = x - 1$$

$$A = b \times h$$
$$A = (-2x+1) \cdot (x-1)$$

Igualando a zero: $(-2x+1) \cdot (x-1) = 0$

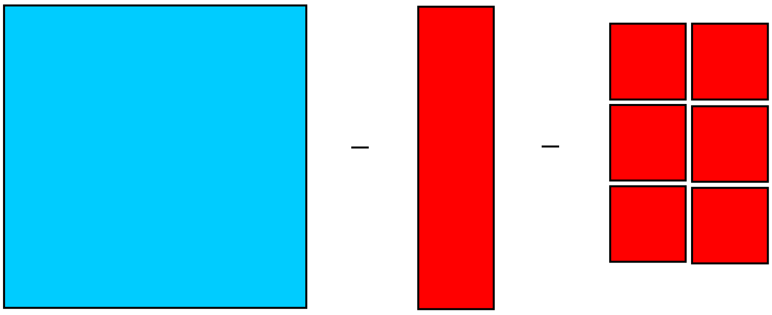
Pela lei do produto nulo:

$$\begin{cases} -2x + 1 = 0 & x = \tfrac{1}{2} \\ x - 1 = 0 & x = 1 \end{cases}$$

Logo: $S = \{1, \tfrac{1}{2}\}$ são as raízes da equação do 2º grau.

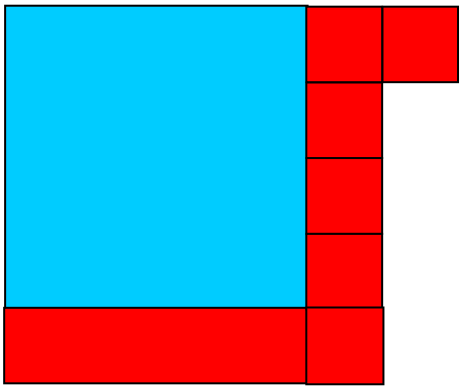
**Exemplo 3:** Resolver a equação $x^2 - x - 6 = 0$.

Escolhendo as peças necessárias, temos:



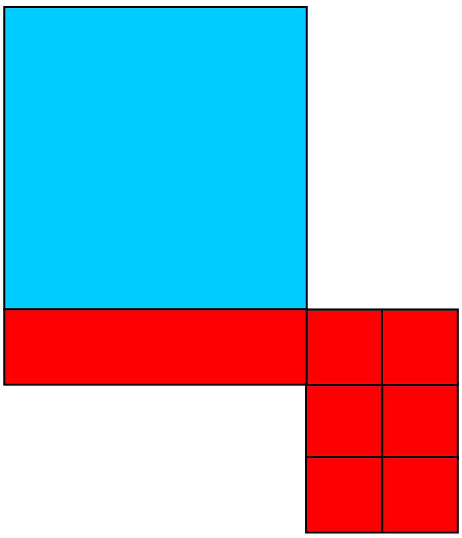
$= x^2 - x - 6 = 0$

Somente com as peças acima não conseguiremos formar um retângulo ou um quadrado.



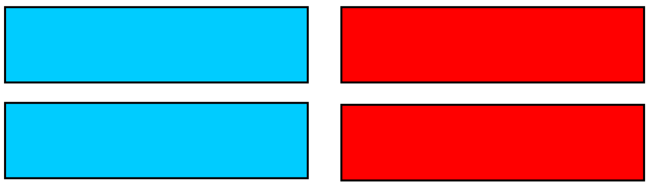
A solução será arrumar as peças de forma que possamos acrescentar outras peças de cores opostas, de modo que formem um quadrado ou um retângulo.

Agrupando novamente:

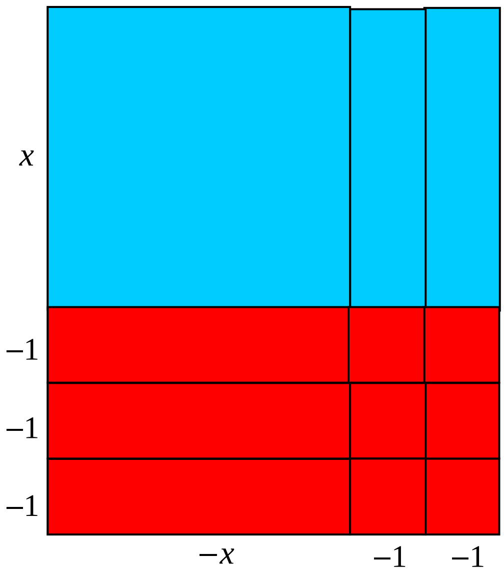


Observando a arrumação, notamos que acrescentando 4 retângulos, a figura toda formará um retângulo maior. No caso, para não alterar o resultado final da equação, se acrescentarmos 2 retângulos azuis, devemos acrescentar também, 2 retângulos vermelhos.

Logo, acrescentando



Nos espaços vazios, temos:




Utilizando diretamente a fórmula do retângulo:

$(x-3)\cdot(-x-2)$

Igualando a zero:

$(x-3)\cdot(-x-2)=0$

Pela lei do produto nulo:

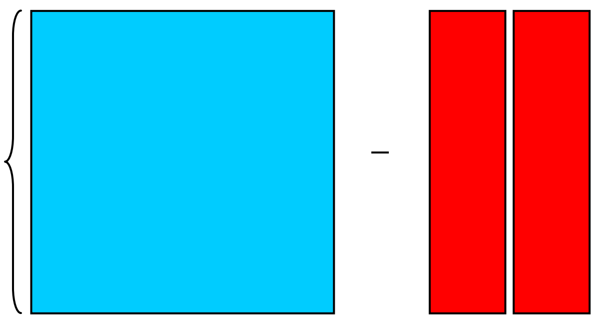
$$\begin{cases} x-3=0 & \text{Logo, } x=3 \\ -x-2=0 & \text{Logo, } x=-2 \end{cases}$$

Logo: $S=\{-2{,}3\}$ são as raízes da equação do 2º grau.

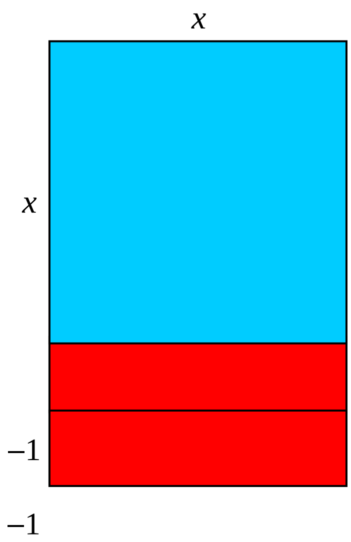
**Exemplo 4:** $x^2-2x=0$ (equação do 2º grau incompleta, pois $c=0$).

Juntando as peças:

$x^2-2x=0$



Agrupando:



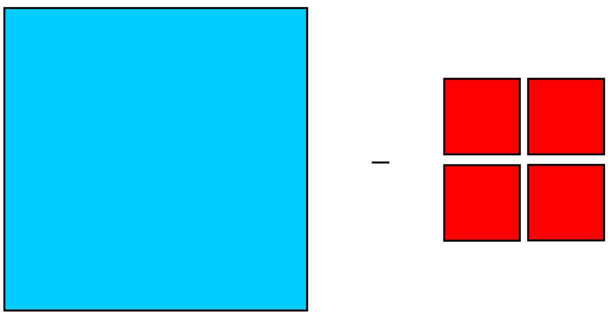

Reescrevendo: $(x-2)\cdot x = 0$

Pela lei do produto nulo:

$$\begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \qquad \text{Logo, } \; x = 2 \end{cases}$$

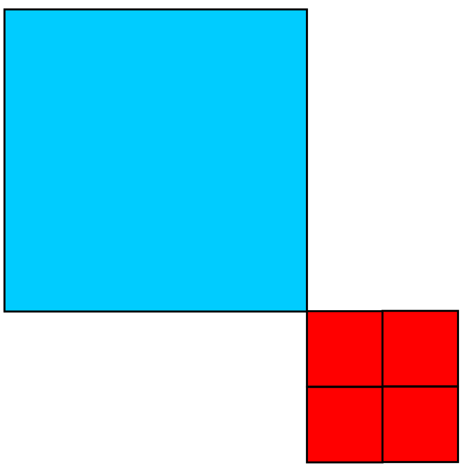
Logo: $S = \{0{,}2\}$ são as raízes da equação do 2º grau.

**Exemplo 5:** $x^2 - 4 = 0$, $(b = 0)$.



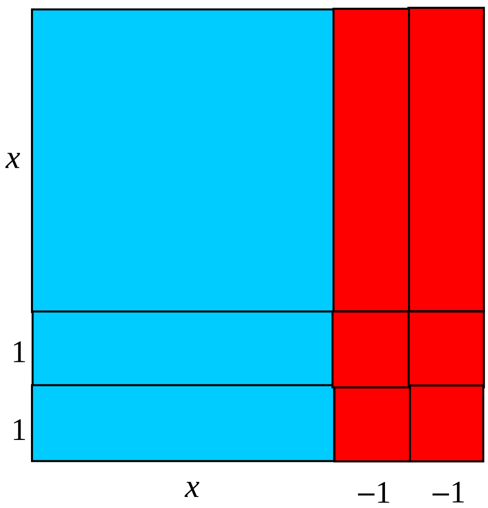
$= x^2 - 4 = 0$

Arrumando:



Devemos acrescentar 2 retângulos azuis e 2 retângulos vermelhos.

Reescrevendo: $(x-2)\cdot(x+2)$




Logo: $(2x-2)\cdot(x+2)=0$

$$\begin{cases} x-2=0 \quad \text{e} \quad x=2 \\ x+2=0 \quad \text{e} \quad x=-2 \end{cases}$$

$S=\{-2,2\}$ são as raízes da equação do 2º grau.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O conhecimento matemático constitui-se numa das mais importantes ferramentas da sociedade moderna, por isso, faz-se necessário, que um número cada vez maior de pessoas, procure obter o seu domínio, pois devido aos avanços tecnológicos, o mercado de trabalho está cada vez mais exigente, obrigando assim, que as pessoas não estudem matemática apenas para obter a aprovação, mas que estejam aptas a aplicar os seus conceitos à situações rotineiras da vida.

Sendo assim, transmitir um assunto em sala de aula não é tarefa simples e nem fácil para o professor, uma vez que os alunos não estarão na mesma etapa de aprendizagem, por isso o professor deverá ter em mente várias formas de transmitir o assunto. Deverá notar que se uma metodologia empregada em sala de aula não está funcionando para determinados alunos, substituirá por outra que venha obter um melhor resultado. Daí a idéia de propor, neste trabalho, metodologias alternativas que complementem as usadas tradicionalmente, melhorando, assim, a forma de expor do professor e motivando o aprendizado do aluno.

O mais importante de tudo isso foi que durante a realização deste, cheguei à conclusão que os materiais manipulativos, são instrumentos úteis para se entender o sistema de idéias que está sendo transmitido, que precisamos usá-los de maneira correta e no tempo certo, que jamais serão por si só suficientes para substituir os métodos tradicionais empregados em sala de aula, mas sim, um recurso a mais que o professor terá a disposição e o mesmo deverá ter o cuidado de não fazer rápido demais a passagem do ensino utilizando o método concreto para o abstrato, pois devemos reconhecer que os alunos precisam de um tempo para se adaptarem com o mesmo, o qual poderá ser feito, a princípio, em conjunto com outros colegas, depois fará sozinho até que ele obtenha segurança suficiente para assimilar o assunto utilizando a dedução na linguagem simbólica.

Portanto, há muitos caminhos para serem percorridos nestas descobertas, fica aqui o desafio para que os profissionais da Educação desenvolvam seus próprios métodos e que venham assim de algum modo, contribuir para um melhor aproveitamento no ensino da matemática, pois um bom aprendizado motiva o aluno, desenvolve a capacidade de raciocínio, desperta a imaginação e a intuição.

## REFERÊNCIAS


ALVAREZ, Amélia e RIO, Pablo. A Teoria de Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Próximo. In: COLL, César. *Desenvolvimento Psicológico e Educação*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

COLL, César. Linguagem, Atividade e Discurso na sala. In: COLL, César; MARCHESI, Álvaro; PALÀCIOS, Jesus (org.). *Desenvolvimento Psicológico e Educação – Psicologia Escolar*. Tradução Fátima Murad. 2º Edição. Vol.2. Porto Alegre: Artmed, 2004. p.280-293.

FIORENTINI, Dário; MIORIM, Maria Ângela. *Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. Boletim SBEM-SP.*2009. Ano 4. Nº 7. Disponível em: http://www.anped.org.br/reunioes/25/textos/1920t.PDF
Acesso em: 10.dec.2009.

GOMES, Maria Aparecida Mezzalira; BORUCHOVITCH, Evely. Desempenho no Jogo, Estratégias de Aprendizagem e Compreensão na Leitura. *Psicologia: Teoria e Pesquisa.* 2005. Set-Dez. vol. 21 n. 3, PP. 319-326.

MIGUEL, Antonio; GARNICA, Antonio Vicente Marafioti; IGLIORI, Sonia Barbosa Camargo; D'AMBRÓSIO, Ubiratan. A educação matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização. *Revista Brasileira de Educação.* 2004. Nº 27. Set/Out/Nov/Dez.

NACARATO, Adair Mendes. Eu trabalho primeiro no concreto. *Revista de Educação Matemática.* 2005. Vol. 9 n. 9-10.

BIANCHINI, Edwaldo. *Matemática.* 5ª série. 5ª ed. São Paulo: Moderna, 2002.

BIGODE, Antônio José Lopes. *Matemática Atual.* 7ª série. São Paulo: Atual, 1994.

DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática.* 6ª série. São Paulo: Ática, 2002.

OLIVEIRA, Rodrigo Lopes de. Problematizando e investigando assuntos “dominados”. *Revista de Educação Matemática.* 2005. Vol. 9 n. 9-10.

OLIVEIRA, Marta Kohl. *Vygostky: aprendizado e desenvolvimento*. São Paulo: Scipione, 2008.

PAIS, Luiz Carlos. *Uma análise do significado da utilização de recursos didáticos no ensino de geometria.* Disponível em:
http://www.anped.org.br/reunioes/23/textos/1919t.PDF
Acesso em: 10.dec.2009.

REGO, Teresa Cristina R. *Vygotsky: Uma perspectiva histórico-cultural da educação.* 15. ed. Petrópolis: Vozes, 2003.

VYGOTSKY, L. S. *A formação social da mente*: *o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

LEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; MACHADO, Antônio. *Matemática e Realidade.* 5ª série. 4ª ed. Reformada. São Paulo: Atual, 2000.

MORI, Iracema; ONAGA, Dulce Satiko. *Matemática: Idéia e desafios.* 7ª série. 6ª ed. São Paulo: Saraiva, 1998.

OLIVEIRA, Ana Tereza de C. C. de. *Reflexões sobre a Aprendizagem da Álgebra.* Educação Matemática em Revista. Ano 9, nº 12, junho/2002. p. 35-39.